

CZESŁAW MACHELSKI<sup>1)</sup>

## ZMIANY PROMIENIA KRZYWIZNY POWŁOKI MOSTOWEGO OBIEKTU GRUNTOWO-POWŁOKOWEGO PODCZAS BUDOWY

**STRESZCZENIE.** Artykuł dotyczy mostowych obiektów gruntowo-powłokowych o kolistym kształcie górnej części przekroju poprzecznego powłok, wykonanych ze stalowej blachy falistej. Podczas układania zasypki gruntowej powłoka ulega wypiętrzeniu w kluczu i zwężeniu w pachwinie. Na podstawie tych przemieszczeń, zmierzonych w rzeczywistym obiekcie można określić zmiany promienia krzywizny w kluczu powłoki. Jest on podstawą do szacowania momentu zginającego, wpływającego zasadniczo na naprężenia normalne w powłoce. Proponowany algorytm szacowania zmiany krzywizny w kluczu powłoki poparto wynikami pomiarów i obliczeń uzyskanymi na wybudowanym obiekcie. Dzięki realizacji pomiarów odkształceń jednostkowych dokonano niezależnej weryfikacji wyników obliczeń zmiany promienia krzywizny powłoki.

Z uwagi na znaczne wartości przemieszczeń stalowych powłok, wykonanych z blach falistych pomiary deformacji mogą być realizowane z użyciem technik geodezyjnych. Umożliwia to śledzenie na budowie deformacji powłoki wraz z postępem robót na obiekcie, a więc z uwzględnieniem techniki układania zasypki. Analizę zmian promienia krzywizny powłoki można wykorzystać do oceny jej bezpieczeństwa podczas procesu układania zasypki.

### 1. WPROWADZENIE

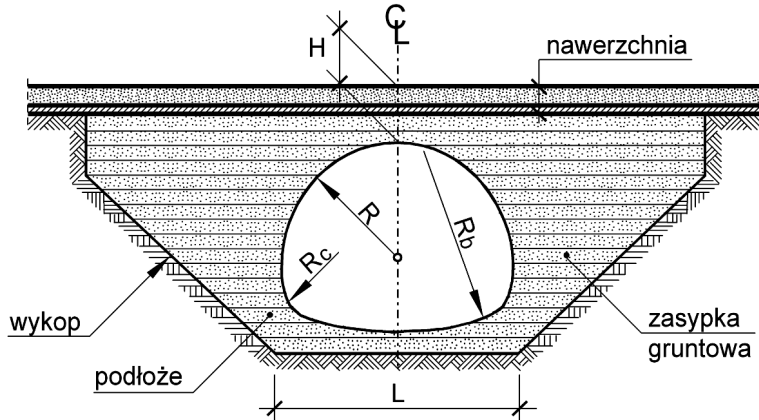
Artykuł dotyczy mostowych obiektów gruntowo-powłokowych o kolistym kształcie górnego wycinka przekroju poprzecznego powłoki (rys. 1). Przyjęto powłokę o kształcie

---

<sup>1)</sup> dr hab. inż. – profesor na Wydziale Budownictwa Lądowego i Wodnego Politechniki Wrocławskiej

kołowym, o promieniu krzywizny  $R$ , wykonaną z pojedynczych blach (bez nakładki) [1]. Rozpatruje się okres budowy obiektu czyli proces układania zasypki gruntowej [2]. W tej fazie obciążeń występują ekstremalne wartości przemieszczeń powłoki [2 - 5] oraz momentów zginających w kluczu [4], wpływających zasadniczo na naprężenia normalne w powłoce [3, 6, 7]. W artykule podano algorytm obliczania momentu zginającego na podstawie zmiany promienia krzywizny w kluczu powłoki [3, 8]. Do obliczeń zmiany  $R$  wykorzystuje się przemieszczenia trzech punktów: klucza i dwóch punktów położonych na linii poziomej, oddalonej o  $\alpha R$  od klucza, przecinającej pasmo obwodowe powłoki. Istotne znaczenie na dokładność oszacowania zmiany promienia krzywizny ma właśnie położenie tej linii pomiarowej [3, 7]. Analizy podane w pracy służą do określenia efektywnej wartości  $\alpha$ .

Z uwagi na znaczne wartości przemieszczeń powłok, wykonanych ze stalowych blach falistych pomiary deformacji, mogą być realizowane z użyciem technik geodezyjnych. Umożliwia to śledzenie na budowie zmiany kształtu powłoki wraz z postępem robót na obiekcie. Dodatkowo uwzględnia się zmieniające się, rzeczywiste cechy fizyczne gruntu w każdej warstwie (rys. 1), specyficzne dla realizowanej technologii układania zasypki. Proponowany sposób obliczeń zmiany promienia krzywizny powłoki  $R$  poparto wynikami pomiarów uzyskanymi na wybudowanym obiekcie. Dzięki realizacji pomiarów odkształceń jednostkowych dokonano niezależnej weryfikacji algorytmu obliczeń. Analizę zmiany promienia krzywizny w kluczu powłoki można wykorzystać do oceny bezpieczeństwa powłoki podczas procesu układania zasypki.

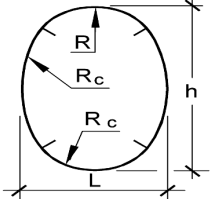
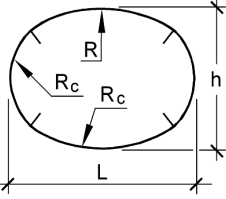
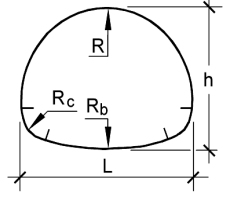
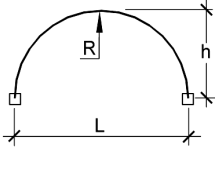
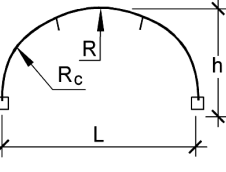
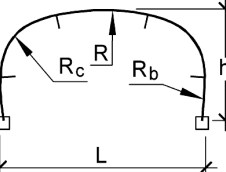
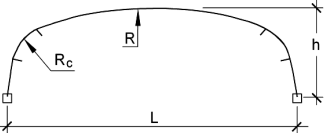


Rys. 1. Ukształtowanie obiektu gruntowo-powłokowego  
Fig. 1. Configuration of a soil-steel structure

## 2. UKSZTAŁTOWANIE MOSTOWYCH OBIEKTÓW GRUNTOWO-POWŁOKOWYCH

Z uwagi na kształt przekroju poprzecznego powłoki dzielą się na trzy rodzaje: kołowe (zamknięte), łukowe i skrzynekowe (rys. 2). Powłoki o kształcie zamkniętym, kołowym tworzą przekroje poprzeczne: okrągłe, eliptyczne i kropliste. Powłoki o kształcie

otwartym, stanowią grupę przekrojów poprzecznych łukowych [1]. Wspólną cechą geometrii przekroju poprzecznego powłok jest kształt górnej części o promieniu krzywizny  $R$ . W pracy wykorzystuje się tą cechę przyjmując, że pozostała część przekroju może być w tych powłokach dowolna. Odcinki powłok o jednakowej krzywiznie przedstawiono na rysunku 2.

Kształt powłoki	Geometria powłoki		
zamknięty			
łukowy			
skrzynkowy			

Rys. 2. Geometria przekrojów poprzecznych powłok stalowych  
 Fig. 2. Geometry of cross-sections of steel shells

W pracach [2 - 6, 7, 9] podano wyniki pomiarów przemieszczeń powłok o różnych kształtach. Przemieszczenia w trakcie układania zasyпки zależą od geometrii powłoki oraz od proporcji wysokości  $h$  do rozpiętości  $L$  ujętej we wskaźniku  $\kappa$ , stosowanym w obliczeniach wypiętrzenia powłoki podczas zasyпки [2]:

$$\kappa = \frac{h}{L} . \quad (1)$$

W zależności od zakresu wartości  $\kappa$  wyróżnia się powłoki o kształcie łukowym:

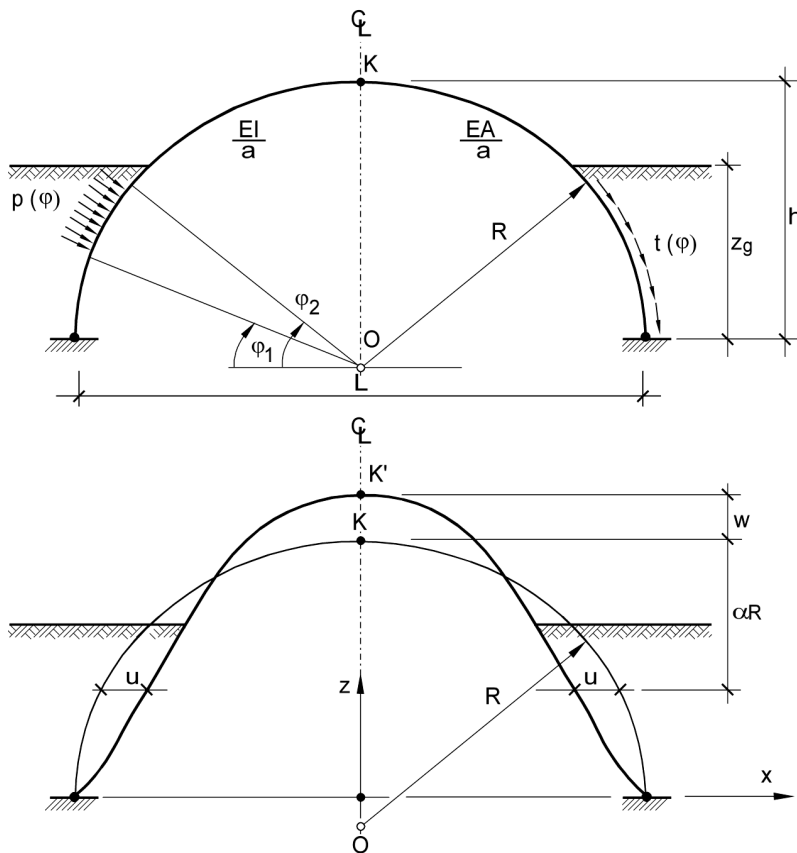
- $\kappa < 0,21$  – o niskim profilu,
- $0,21 < \kappa < 0,50$  – o średnim profilu,
- $\kappa > 0,50$  – o wysokim profilu.

Modelowanie układu gruntowo-powłokowego z zastosowaniem MES w fazie budowy jest utrudnione, a wyniki nie są obecnie zadowalające [2, 10, 11]. Wynika to głównie z przyjętego modelu zasyпки gruntu jako ciała sypkiego formowanego w warstwach, w procesie technologicznym z użyciem maszyn o oddziaływaniu dynamicznym.

W obiekcie wybudowanym pod obciążeniami użytkowymi o intensywności jak w próbnym obciążeniu [2, 3, 5] przemieszczenia i siły wewnętrzne w powłoce są wielokrotnie mniejsze niż powstałe w trakcie układania zasyпки [3 - 6]. Stąd wynika potrzeba kontroli deformacji powłoki w celu oceny jej bezpieczeństwa w obiekcie gruntowo-powłokowym podczas budowy. Wyniki analiz podane w pracy nie dotyczą powłok o przekroju skrzynekowym.

### 3. ODDZIAŁYWANIE GRUNTU I DEFORMACJA POWŁOKI PODCZAS UKŁADANIA ZASYPKI

Deformację powłoki, powstałą w procesie budowy obiektu gruntowo-powłokowego, określają dwa charakterystyczne przemieszczenia (rys. 3), czyli wygięcie powłoki do góry  $w$ , nazywane wypiętrzeniem oraz zmiana poziomego jej wymiaru  $2u$ , czyli zwężenie. Proporcje pomiędzy przemieszczeniami  $w$  i  $u$  w procesie układania zasyпки podlegają charakterystycznym zmianom [2 - 7, 9, 10].



Rys. 3. Schemat sił oddziaływania gruntu i deformacja powłoki  
Fig. 3. Soil action scheme and deformation of a shell

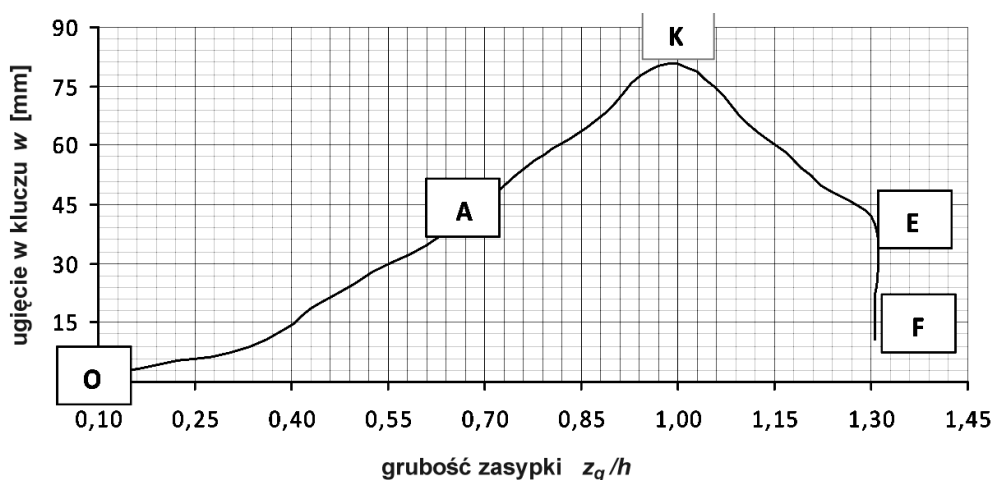
W trakcie budowy występuje przyrost wypiętrzenia do momentu osiągnięcia przez zasypkę poziomu klucza. Gdy zasypka układana jest ponad kluczem powłoki, czyli gdy  $z_g > h$ , pojawia się odwrotna tendencja – redukcja powstałych wcześniej przemieszczeń powłoki  $w$  i  $u$ .

W trakcie układania zasypki ciągłemu zwiększaniu podlegają siły normalne  $p(\varphi)$  – siły oddziaływania pomiędzy gruntem i powłoką [4] (rys. 3). Przyrost tych sił występuje również, gdy zasypka układana jest powyżej klucza, chociaż redukują się przez odkształcenia podatnej powłoki. Wartości sił  $p(\varphi)$ , w trakcie eksploatacji ulegają redukcji w efekcie procesów reologicznych [9]. Siły na powierzchni styku powłoki z gruntem oznaczone  $t(\varphi)$  mają mniejszy wpływ na deformację powłoki, chociaż mają znaczny wpływ na siły osiowe [4].

Na rysunku 4 przedstawiono charakterystyczne zmiany ugięcia klucza powłoki omawianej dalej podczas układania zasypki i fazy poprzedzającej użytkowanie. Wykres dzieli się na dwie części rozgraniczone punktem **K**, w którym  $z_g = h$  czyli zasypka osiąga poziom klucza. W przedziale **OK** ugięcie  $w$  wzrasta. Na tym odcinku występuje szczególny punkt **A**, gdy pomiar przemieszczenia  $u$  odbywa się na poziomie zasypki, a więc gdy zachodzi zależność (rys. 3):

$$z_g = z_a = h - \alpha R \quad (2)$$

W przedziale **KE**, tj. gdy  $z_g > h$ , wartości  $w_k$  zmniejszają się, a w punkcie końcowym **E** ugięcie może być zarówno dodatnie (rys. 3 i 4), jak również ujemne. Na rysunku 4 wprowadzono dodatkowo przedział **EF**. Na tym odcinku występuje redukcja ugięcia w kluczu powłoki w wyniku procesów reologicznych [9], tj. zmiana ugięcia bez dodatkowego, zewnętrznego obciążenia.



Rys. 4. Charakterystyczne punkty ugięcia powłoki w kluczu  
Fig. 4. Characteristic points of a shell's crown deflection

Faza układania zasypki, gdy osiąga ona poziom klucza, jest istotna z uwagi na bezpieczeństwo powłoki w obiekcie gruntowo-powłokowym. Wówczas występują największe momenty zginające i ugięcia, dlatego tej fazie budowy poświęca się najwięcej uwagi [2 - 5]. Podczas eksploatacji obiektu istotne są zmiany sił oddziaływania gruntu na powłokę. Technika układania zasypki i zagęszczania gruntu przy użyciu urządzeń mechanicznych może wydatnie wpłynąć na przebieg deformacji powłoki.

Zwężenie czyli poziome przemieszczenie ścian bocznych powłoki w ogólnym przypadku jest trudne do ujęcia w postaci analitycznej z uwagi na zróżnicowane kształty powłok, które najczęściej są utworzone z kilku odcinków łuków kołowych. Jednym z parametrów charakteryzujących zmianę kształtu powłoki podczas zasypki jest wskaźnik  $2u/w$ , określający proporcję zwężenia do wypiętrzenia [2, 3]. Zwężenie w dużej mierze zależy również od poziomu pomiarowego, co pokazano w przykładzie badanego obiektu. W konstrukcjach wykonanych jako skrzynkowe (ramowe) wypiętrzenie jest bardzo ograniczone. Pod tym względem takie powłoki należą do innej grupy niż powłoki o kształcie łukowym.

#### 4. ZALEŻNOŚĆ ZMIANY KRZYWIZNY OD MOMENTU ZGINAJĄCEGO POWŁOKI

Analizuje się górną część powłoki z osią symetrii przechodzącą przez punkt **K** (klucz). Powłoka ma kształt kołowy o promieniu  $R$ . Na rysunku 5 przedstawiono połowę analizowanego wycinka obwodowego powłoki o długości  $ds$  i stałą krzywiznie  $1/R$ . Główna oś bezwładności przekroju leży w płaszczyźnie osi pręta (powłoka bez nakładki), zaś wektor momentu zginającego jest do niej prostopadły. Jest to przypadek mimośrodowego ściskania. Zakłada się, że siły przekrojowe (wewnętrzne)  $M$  i  $N$  są stałe na odcinku **CK**. W opisie odkształceń przyjmuje się zasadę płaskich przekrojów.

Wskutek działania momentu zginającego  $M$  zwiększa się krzywizna początkowa pręta o promieniu  $R$  o początkowej wartości:

$$\varphi = \frac{ds}{R} , \quad (3)$$

o wartość  $d\varphi$ . Wobec tego długość włókna środkowego  $ds$  po odkształceniu wynosi:

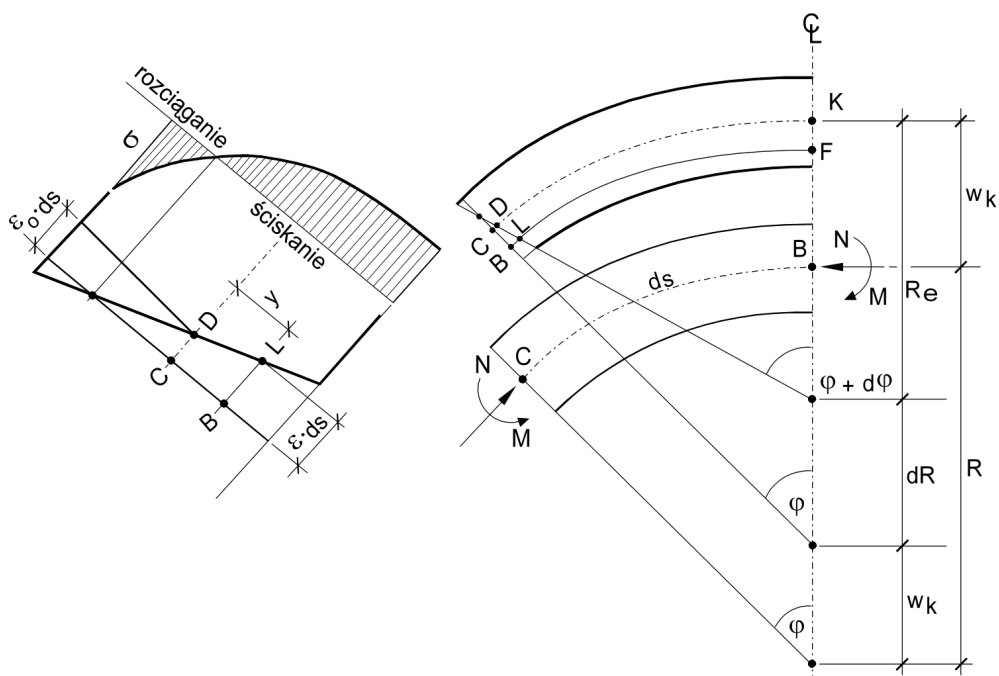
$$ds(1 - \varepsilon_0) = R_\varepsilon (\varphi + d\varphi) . \quad (4)$$

Długość dowolnego włókna **BF** przed odkształceniem wynosi:

$$BF = (R - y) \cdot \varphi , \quad (5)$$

zaś po odkształceniu:

$$LF = (1 - R) \cdot \varphi \cdot (1 - \varepsilon) . \quad (6)$$



Rys. 5. Schemat deformacji obwodowego wycinka powłoki  
 Fig. 5. Scheme of deformation of a shell's circumferential segment

Z założenia płaskich przekrojów wynika, że zachodzi również zależność:

$$BF = (R_e - y)(\varphi + d\varphi) . \quad (7)$$

Po uwzględnieniu wzoru (3) oraz zmiany kąta

$$\varphi + d\varphi = \frac{(1 - \varepsilon_0) ds}{R_e} \quad (8)$$

otrzymuje się z porównania (6) i (7)

$$\frac{R - y}{R} (1 - \varepsilon) ds = \frac{R_e - y}{R_e} (1 - \varepsilon_0) ds , \quad (9)$$

a stąd

$$-\varepsilon = (1 - \varepsilon) \frac{R_e - y}{R_e} \cdot \frac{R}{R - y} - 1 . \quad (10)$$

Po przekształceniu (10) otrzymuje się odkształcenie jednostkowe pręta w linii **LF**

$$-\varepsilon = (1 - \varepsilon) \frac{R_e - y}{R_e} \cdot \frac{R}{R - y} - 1 + \varepsilon_0 - \varepsilon_0 \quad (11)$$

oraz

$$-\varepsilon = \varepsilon_0 + (1 - \varepsilon_0) \frac{(R_e - y)R - (R - y)R_e}{(R - y)R_e}, \quad (12)$$

a stąd związek odkształceń jednostkowych z geometrią wycinka powłoki (rys. 5)

$$-\varepsilon = \varepsilon_0 + (1 - \varepsilon_0) \left( \frac{1}{R_e} - \frac{1}{R} \right) \cdot \frac{yR}{R - y}. \quad (13)$$

Uwzględniając prawo Hooke'a w postaci  $\sigma = -E\varepsilon$  (ściskanie) równanie (13) przekształca się do postaci

$$\sigma = E\varepsilon_0 + E(1 - \varepsilon_0) \left( \frac{1}{R_e} - \frac{1}{R} \right) \cdot \frac{yR}{R - y}. \quad (14)$$

Z równań (13) i (14) wynika, że odkształcenia i naprężenia normalne nie są funkcjami liniowymi współrzędnej  $y$ . Na rysunku 5 przedstawiono wykres naprężeń normalnych na wysokości przekroju poprzecznego pręta.

Na podstawie naprężeń podanych w równaniu (14) otrzymuje się siły przekrojowe

$$N = \int \sigma dA = E\varepsilon_0 \int dA + E(1 - \varepsilon_0) \left( \frac{1}{R_e} - \frac{1}{R} \right) \int \frac{yR}{R - y} dA \quad (15)$$

oraz

$$M = \int \sigma \cdot y dA = E\varepsilon_0 \int y dA + E(1 - \varepsilon_0) \left( \frac{1}{R_e} - \frac{1}{R} \right) \int \frac{y^2 R}{R - y} dA. \quad (16)$$

Ponieważ osie bezwładności pręta są osiami centralnymi, to

$$\int y dA = 0, \quad (17)$$

natomiast

$$\int \frac{yR}{R - y} dA = \int \frac{y(R - y) + y^2}{R - y} dA = \int y dA + \int \frac{y^2}{R - y} dA = \frac{I}{R}. \quad (18)$$

Wzory określające siły wewnętrzne ulegną uproszczeniu po wprowadzeniu momentu bezwładności  $I$  przekroju poprzecznego blachy falistej [2]

$$I = R \int \frac{y^2}{R - y} dA \approx \frac{a \cdot t \cdot f^2}{2\pi}, \quad (19)$$

gdzie  $a \times f \times t$  są charakterystycznymi wymiarami blachy falistej np. SC 380 140 7 [1, 2]. Wówczas

$$N = EA\varepsilon_0 + (1 - \varepsilon_0) \left( \frac{1}{R_e} - \frac{1}{R} \right) \frac{EI}{R} \quad (20)$$

oraz



$$M = EI(1 - \varepsilon_0) \left( \frac{1}{R_e} - \frac{1}{R} \right). \quad (21)$$

Zmianę promienia krzywizny (rys. 5)

$$dR = R - R_e \quad (22)$$

można ująć w zależności

$$\frac{1}{R} - \frac{1}{R_e} = \frac{R - R_e}{R \cdot R_e} = \frac{dR}{R \cdot R_e}. \quad (23)$$

Wówczas z zależności (21) otrzymuje się związek momentu zginającego z odkształceniem i sztywnością pręta

$$M = EI \frac{1 - \varepsilon_0}{R - dR} \cdot \frac{dR}{R}. \quad (24)$$

Z porównania wzorów (20) i (21) wynika, że

$$N = EA\varepsilon_0 + \frac{M}{R}, \quad (25)$$

a stąd

$$\varepsilon_0 = \frac{NR - M}{R \cdot EA}. \quad (26)$$

Zatem odkształcenie jednostkowe w osi bezwładności będzie wywołane również przez moment zginający.

W rozpatrywanych powłokach obiektów gruntowo-powłokowych zachodzi z reguły zależność  $NR \gg M$ . W przykładzie obiektu analizowanego w pracy otrzymano następujące maksymalne wartości sił przekrojowych  $M = 55,1144$  kNm/m i  $N = 349,7$  kN/m, gdy promień krzywizny powłoki wynosi  $R = 13,735$  m. W tym przykładzie obiektu otrzymano

$$\frac{M}{NR} = \frac{55,1144}{349,7 \cdot 13,735} 100\% = 1,15\% .$$

Ponieważ oszacowanie wartości momentów wykonuje się na podstawie deformacji powłoki, analizowany składnik  $M$  wzoru (26) można pominąć.

Wpływ sił osiowych, ujęty w  $\varepsilon_0$ , jest niewielki z powodu dużych wartości  $R$  w stosunku do wysokości fali blachy powłoki  $f$

$$\frac{R}{f + t} = \frac{13,735}{0,140 + 0,007} = 93,44$$

bowiem w tym przykładzie odkształcenie  $\varepsilon_0$  wynosi

$$\varepsilon_0 \approx \frac{N}{EA} = \frac{349,7}{205 \cdot 10^6 \cdot 9,81 \cdot 10^{-3}} 100\% = 0,0174\% .$$

Wobec powyższego dla szacowania wartości momentów zginających wystarczająco dokładny jest wzór otrzymany z (24) o postaci

$$M = \frac{EI}{R} \frac{dR}{R - dR} . \quad (27)$$

## 5. ZMIANA KRZYWIZNY W KLUCZU JAKO WYNIK DEFORMACJI POWŁOKI

Do oszacowania momentu zginającego według (27) przydatne jest określenie zmiany promienia krzywizny powłoki

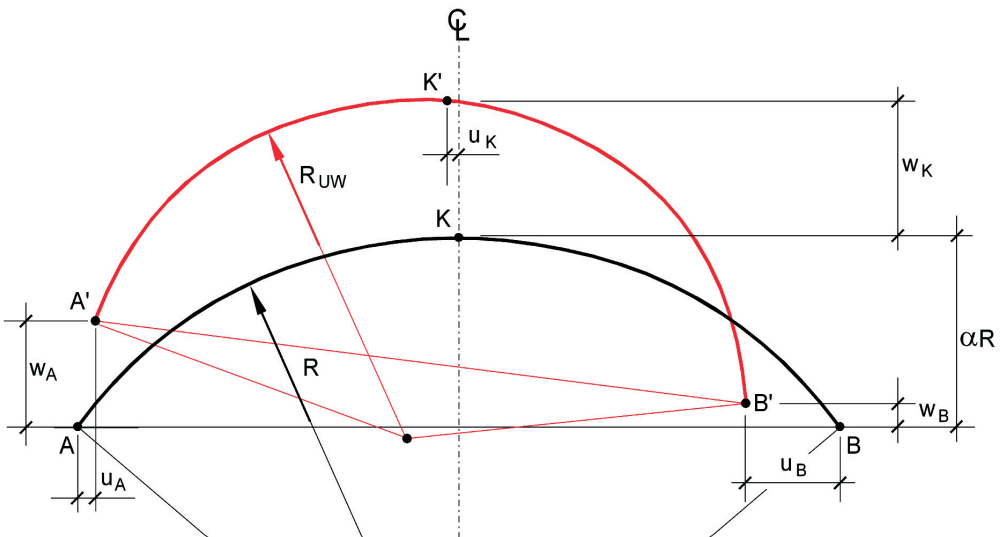
$$dR_{uw} = R - R_{uw} \quad (28)$$

na podstawie przemieszczeń  $w$  i  $u$  (rys. 6). Pasma obwodowe powłoki wygięte jest w procesie wytwórczym tak, że jego promień krzywizny w obszarze klucza jest stały i równy  $R$ . Zgodnie z oznaczeniami podanymi na rysunku 6 wypiętrzenie względne, odniesione do poziomu  $\alpha R$ , oblicza się ze wzoru

$$w = w_k - \frac{1}{2}(w_A + w_B) . \quad (29)$$

Na tym samym poziomie zwężenie  $2u$  określone jest jako

$$2u = u_A + u_B . \quad (30)$$



Rys. 6. Zmiana kształtu pasma obwodowego powłoki  
Fig. 6. Change of shape of a shell's circumferential strip

Dla wycinka koła o wysokości  $\alpha R$  i cięciwie o długości (rys. 6)

$$c = 2R\sqrt{\alpha(2-\alpha)} \quad (31)$$

otrzymuje się zależność

$$R = \frac{(2\alpha R)^2 + c^2}{8\alpha R} \quad (32)$$

Zmiana tego promienia, wynikająca z odkształcenia powłoki, a dokładnie z przemieszczeń charakterystycznych  $w$  i  $u$  jest określona wzorem

$$R_{uw} = \frac{4(\alpha R + w)^2 + (c - 2u)^2}{8(\alpha R + w)} \quad (33)$$

Do określenia  $R_{uw}$  wykorzystuje się formułę promienia opisanego na trójkącie równoramiennym, a zmianę  $R$  z (28) określa wzór

$$dR_{uw} = R - R_{uw} = \frac{w \cdot c^2 + 4\alpha R u (c - u)}{8\alpha R (\alpha R + w)} - \frac{w}{2} \quad (34)$$

Podstawiając do wzoru (33) wyrażenie na  $c$  z (31) otrzymuje się wzór

$$R_{uw} = \frac{R[\alpha(R+w) - u\sqrt{\alpha(2-\alpha)}]}{\alpha R + w} \quad (35)$$

natomiast ze wzoru (34) otrzymuje się:

$$dR_{uw} = R - R_{uw} = \frac{R[w(1-\alpha) + u\sqrt{\alpha(2-\alpha)}]}{\alpha R + w} \quad (36)$$

Przyjmując różne poziomy pomiarowe, wykorzystywane do określenia zwiężenia  $2u$ , uzyskuje się odmienne wartości  $dR_{uw}$ . Gdy  $\alpha$  maleje, czyli gdy linia pomiarowa znajduje się bliżej klucza, promień krzywizny powłoki określony w wartości  $dR_{uw}(\alpha)$  ulega zwiększeniu.

Jeżeli przyjmie się, że  $w/\alpha R$  jest na tyle małe, aby w mianowniku wzoru (36) można było pominąć  $w$  otrzymuje się następującą, rozseparowaną zależność względem  $w$  i  $u$

$$dR_{uw} = f_w \cdot w + f_u \cdot u = \frac{1-\alpha}{\alpha} w + \sqrt{\frac{2-\alpha}{\alpha}} u \quad (37)$$

Wpływ tego uproszczenia na wynik obliczeń  $dR_{uw}$  przedstawiono na rysunku 7. Wynika z niego, że w praktycznych przypadkach, gdy  $\alpha > 0,075$  powstały w ten sposób błąd nie przekracza 5%. Wobec tego do analiz parametrycznych (porównawczych) podanych niżej może być przydatna postać wzoru (37).

Podane na rysunku 8 funkcje  $f_u(\alpha)$  i  $f_w(\alpha)$ , uzyskane ze wzoru (37), wskazują na zwielokrotnienie wartości  $dR_{uw}$  w odniesieniu do przemieszczeń  $w$  i  $u$ . Z postaci wzoru (37) wynikają dwa charakterystyczne przedziały funkcji  $f_w$  i  $f_u$ , stosowane w przypadku powłok zamkniętych i łukowych o wysokim profilu:

$$1 > \alpha > \alpha_0 \quad (38)$$

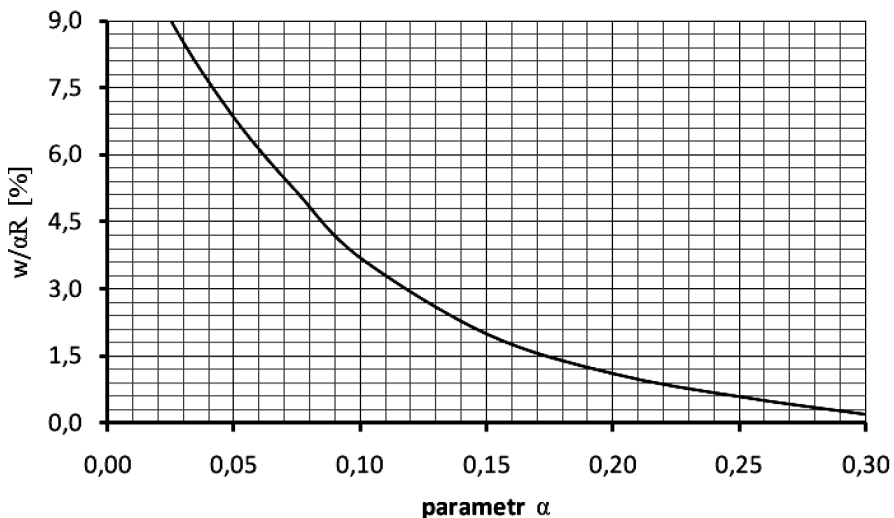
oraz powłok łukowych o niskim profilu

$$\alpha_0 > \alpha > 0 . \quad (39)$$

W przypadku  $\alpha = 1$  pomiar przemieszczeń poziomych odbywa się na linii średnicy w powłokach kołowej i kropłistej. Wówczas ze wzoru (37) wynika, że zmiana promienia krzywizny określana jest na podstawie zmiany rozpiętości  $L = 2R$ , czyli jak w [8] przyjmuje prostą zależność

$$dR_{uw} = u . \quad (40)$$

Wówczas miarodajnym jest pomiar zwężenia bez wypiętrzenia.



Rys. 7. Zależność  $w/\alpha R$  od parametru  $\alpha$  jak we wzorze (37)

Fig. 7. Dependence  $w/\alpha R$  on  $\alpha$  according to the formula (37)

W przypadku szczególnej wartości  $\alpha = \alpha_0$ , określonej jako

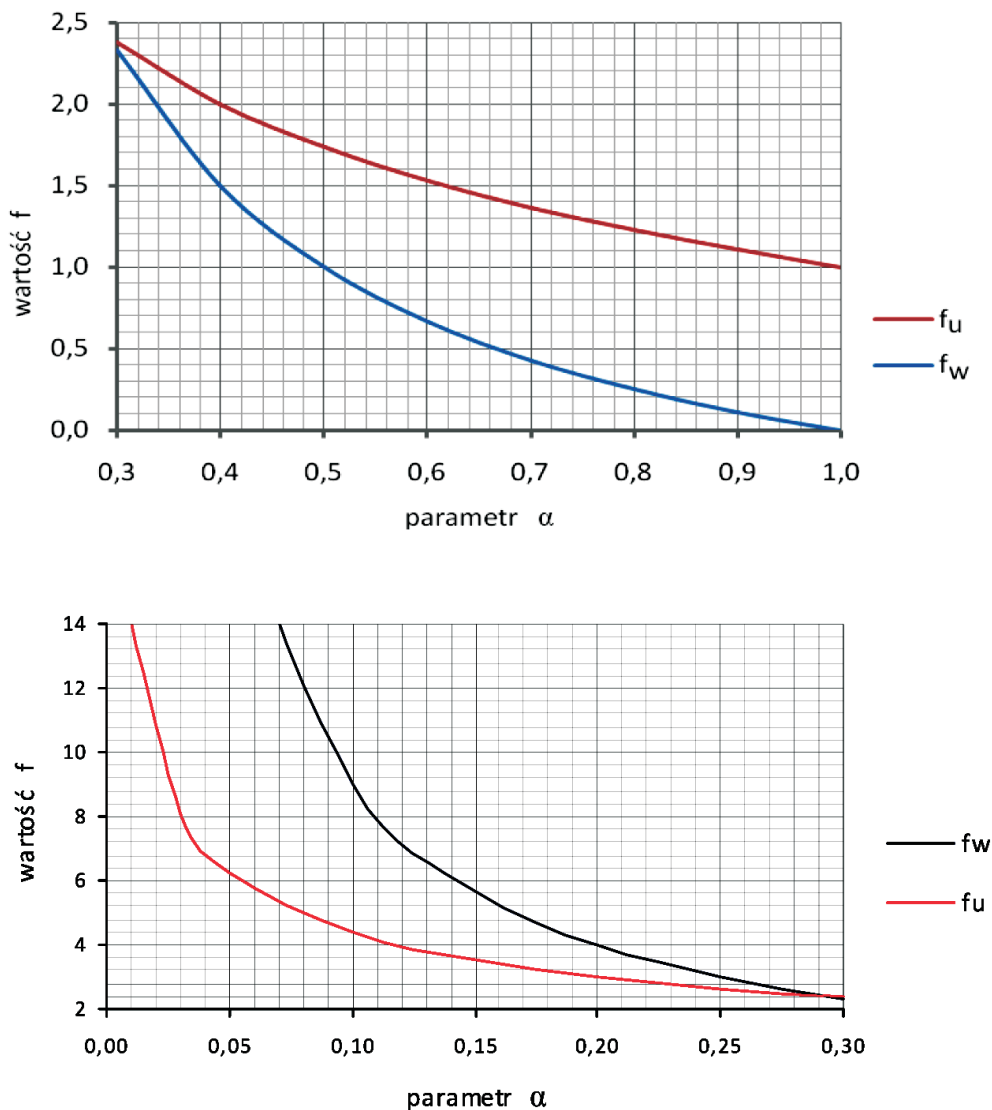
$$\alpha_0 = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}} \approx 0,293 \quad (41)$$

otrzymuje się na podstawie wzoru (37)

$$dR_{uw} = \frac{1 - \alpha_0}{\alpha_0} (w + u) = \frac{\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} (w + u) \approx 2,41 (w + u) , \quad (42)$$

zatem jednakowy wpływ przemieszczeń  $w$  i  $u$  na wartości  $dR_{uv}$ . W analizach statycznych konstrukcji gruntowo-powłokowych, gdy  $\alpha = \alpha_0$ , punkty **A** i **B** pokazane na rysunku 6 nazywa się „ćwiartkowymi” [12]. Bowiern styczna w punkcie **A** wycinka koła pokazanego na rysunku 6 tworzy z linią **AB** kąt  $\pi/4$ . W tym przypadku długość odcinka **AB**, zgodnie z zależnością (31) wynosi

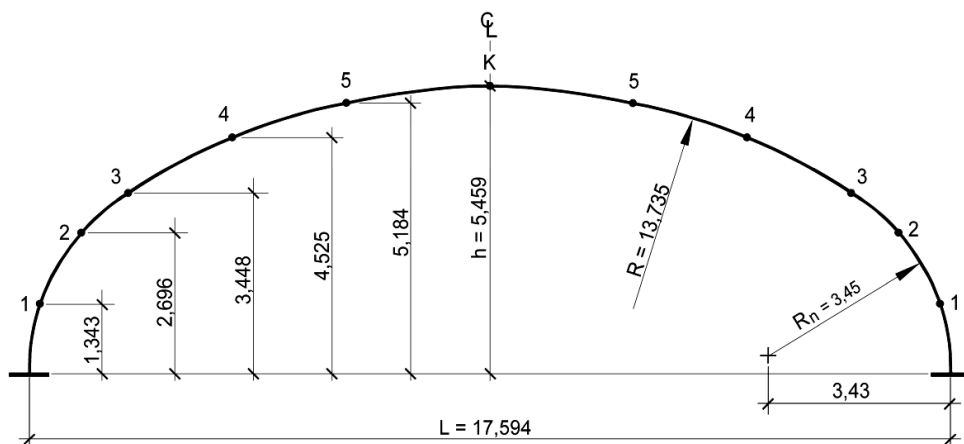
$$c = \sqrt{2}R \quad (43)$$



Rys. 8. Wykresy funkcji  $f_u(\alpha)$  i  $f_w(\alpha)$  ze wzoru (37)  
 Fig. 8. Diagram of functions  $f_u(\alpha)$  and  $f_w(\alpha)$  as in formula (37)

## 6. POMIARY DEFORMACJI POWŁOKI O KSZTAŁCIE ŁUKOWYM

Pomiary deformacji przeprowadzono na powłoce pokazanej na rysunku 9. Zasadnicze parametry geometryczne, określające kształt powłoki to: rozpiętość  $L = 17,594$  m i jej wysokość  $h = 5,459$  m. W fazie budowy istotnym parametrem jest poziom zasyпки gruntu  $z_g$  oraz jej grubość ponad kluczem, po zakończeniu budowy  $H = 1,8$  m. W przekroju poprzecznym powłoki ze stalowej blachy falistej powłoki SC 380 140 7 wyróżnia się promień krzywizny pasma obwodowego w obszarze klucza  $R = 13,735$  m oraz w pachwinie (narożu)  $R_n$ . W analizowanym zagadnieniu mniejsze znaczenie ma szerokość powłoki  $B$ .

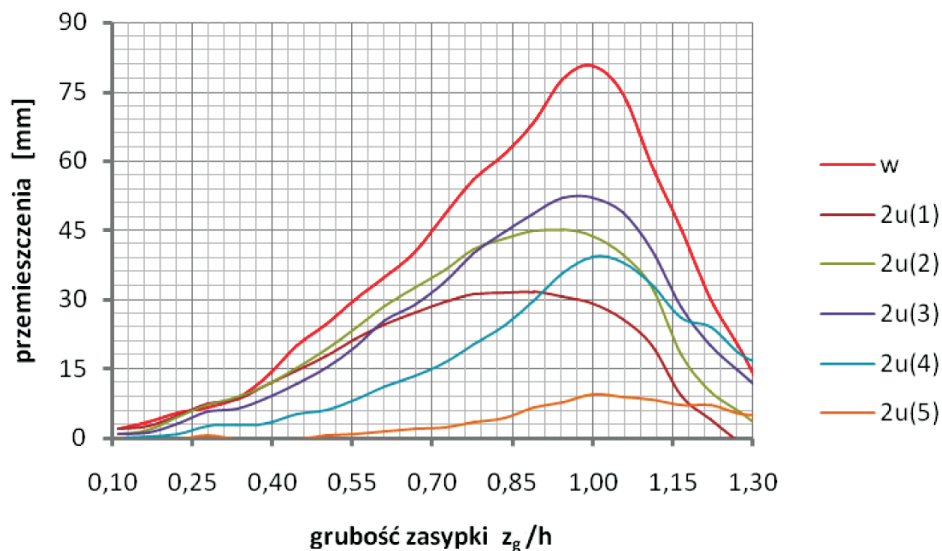


Rys. 9. Położenie punktów pomiarowych pasma obwodowego powłoki o kształcie łukowym  
Fig. 9. Position of measurement points of an arc shell's circumferential strip

Pomiary deformacji powłoki realizowano po wykonaniu każdej warstwy zasyпки czyli co  $\Delta z_g = 0,3$  m. Mierzono odkształcenia jednostkowe z użyciem tensometrów naklejonych na środkowym paśmie obwodowym powłoki, a pomiary przemieszczeń przeprowadzono za pomocą tachymetru cyfrowego. Wyniki pomiarów przemieszczeń analizowanego obiektu przedstawiono na rysunku 10. Na osi poziomej podano grubość zasyпки  $z_g$ , odniesioną do poziomu podparcia powłoki (gdy  $z_g/h = 1$  zasyпка osiąga poziom klucza). Pomiary przemieszczenia  $u$  realizowano na kilku poziomach, odniesionych do podparcia powłoki (rys. 3 i 9):

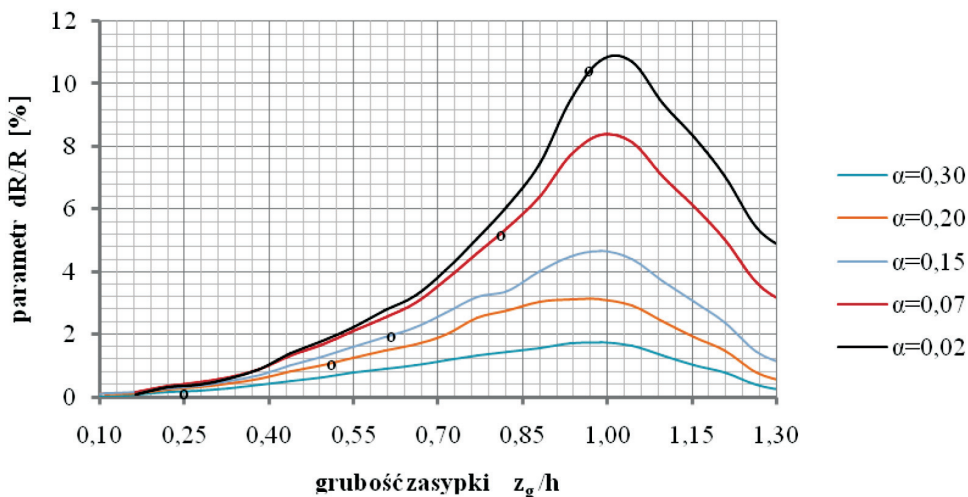
$$\begin{aligned}
 1 \quad h - \alpha R &= 1,343 \text{ m} (\alpha = 0,2997; (h - \alpha R) / h = 0,2460), \\
 2 \quad h - \alpha R &= 2,696 \text{ m} (\alpha = 0,2012; (h - \alpha R) / h = 0,4939), \\
 3 \quad h - \alpha R &= 3,448 \text{ m} (\alpha = 0,1464; (h - \alpha R) / h = 0,6316), \\
 4 \quad h - \alpha R &= 4,525 \text{ m} (\alpha = 0,0680; (h - \alpha R) / h = 0,8289), \\
 5 \quad h - \alpha R &= 5,184 \text{ m} (\alpha = 0,0200; (h - \alpha R) / h = 0,9496).
 \end{aligned} \tag{44}$$

Pomiar na poziomie 1 odbywał się na części powłoki o innym promieniu  $R_n$ .



Rys. 10. Zmiany przemieszczeń powłoki łukowej podczas układania zasypki  
 Fig. 10. Changes of displacements of an arc shell during backfilling

Na różnych poziomach położenia punktów pomiarowych obliczono zmiany promieni krzywizny i wyniki zilustrowano na rysunku 11.

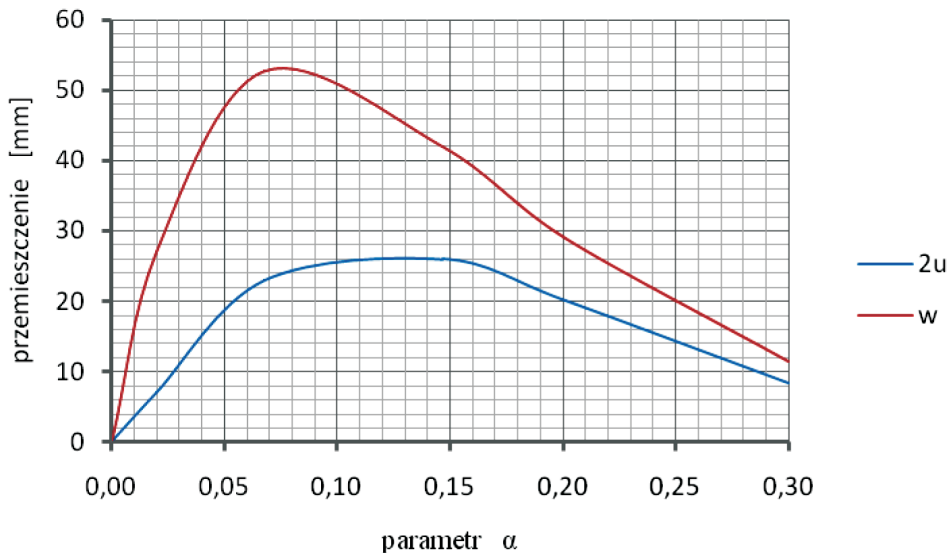


Rys. 11. Zmiany promieni krzywizny obliczone na podstawie deformacji powłoki  
 Fig. 11. Changes of a radius of curvature calculated on the basis of shell deformation

Wskaźniki  $dR/R$  mają podobny przebieg, ale mają znacznie różne wartości. Ważnym źródłem różnicy  $dR/R$  jest położenie linii pomiaru przemieszczenia  $u$ . Na rysunku 11 wyróżniono kółkami sytuacje, gdy poziomy zasyпки ( $z_g = z_a$ ) są zgodne z położeniami punktów pomiarowych zwężenia  $u$ , jak we wzorze (2). Wartości te, oznaczane dalej jako  $dR_a$ , będą wykorzystane do prognozowania zmian krzywizny podczas układania zasyпки.

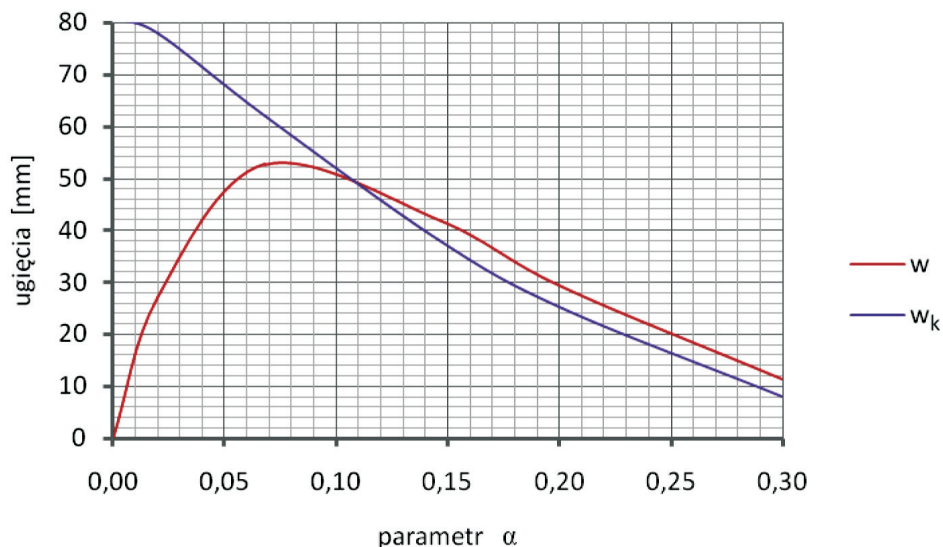
W obliczeniach zmiany krzywizny powłoki w kluczu  $dR_{iw}$  według (34) wykorzystuje się przetworzone wyniki pomiarów przemieszczeń, jak we wzorach (29) i (30), określające deformacje wydzielonego wycinka górnej części powłoki. Na rysunku 12 umieszczono wykresy tych wielkości w zależności od parametru  $\alpha$ , określającego równocześnie położenie przekroju pomiarowego i poziom zasyпки, jak we wzorze (2). Z podanych wykresów wynika, że ekstremum  $w$ , występuje gdy  $\alpha = 0,075$ , natomiast wartości  $2u$  są prawie stałe w przedziale  $0,075 < \alpha < 0,150$ . Wyniki te mogą służyć do wyboru optymalnych miejsc pomiarów przemieszczeń wycinka powłoki.

Rutynowy pomiar deformacji powłoki na budowie sprowadza się do obserwacji wypiętrzenia  $w_k$ , czyli ugięcia powłoki w kluczu. Do oszacowania proporcji wygięcia lokalnego powłoki  $w$ , w odniesieniu do wypiętrzenia  $w_k$  służy wykres podany na rysunku 13. Wynika z niego, że gdy  $\alpha = 0,1$  przyjęcie obydwu wartości  $w$  i  $w_k$  w (34) nie powoduje błędu. W przypadkach, gdy  $\alpha > 0,125$  zastąpienie wartości  $w$  przez  $w_k$  będzie obarczone tym większym błędem, im większe będzie  $\alpha$ . Gdy  $\alpha < 0,075$  wartości  $w$  ulegają znacznej redukcji w stosunku do  $w_k$ .



Rys. 12. Przesmyczenia lokalne wydzielonego wycinka powłoki o wysokości  $\alpha R$   
 Fig. 12. Local displacements of separated segment of a shell of the height  $\alpha R$

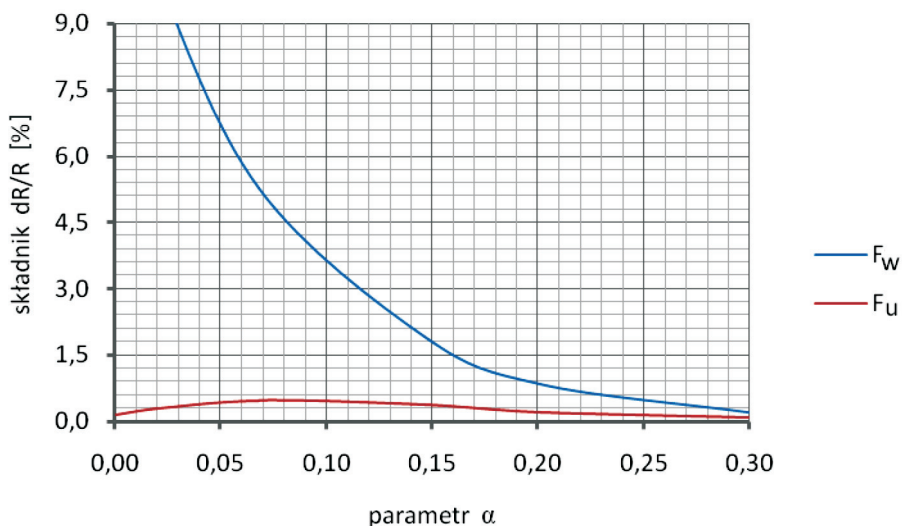




Rys. 13. Zależność wypiętrzenia globalnego i lokalnego powłoki od parametru  $\alpha$   
 Fig. 13. Dependence of global and local uplift of a shell on  $\alpha$

Wzór (37) po przekształceniu można wykorzystać do oceny wpływu  $w$  i  $u$  na sumaryczną zmianę promienia

$$\frac{dR_{uw}}{R} = F_w + F_u = \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{w}{R} + \sqrt{\frac{2-\alpha}{\alpha}} \frac{u}{R} . \quad (45)$$



Rys. 14. Wartości składników  $F_u$  i  $F_w$  ze wzoru (45)  
 Fig. 14. Values of constituents  $F_u$  and  $F_w$  from the formula (45)

Z wykresu na rysunku 14 wynika, że składnik  $F_w$  jest dominujący w tym rodzaju powłoki. Jednak pomijanie składnika  $F_u$  w praktycznych przypadkach pomiarów na obiekcie, czyli gdy  $\alpha > 0,075$ , prowadzi do znacznych błędów.

Z przeprowadzonych analiz wynika, że optymalnym przedziałem poziomów pomiarowych jest górny „ćwiartkowy” [12] wycinek pasma obwodowego

$$0,05 < \alpha < \alpha_0 = 0,29 . \quad (46)$$

Niższe poziomy pomiarowe mogą być jednak przydatne do prognozowania maksymalnej zmiany promienia krzywizny w początkowych fazach układania zasypki.

## 7. MAKSYMALNA ZMIANA PROMIENIA KRZYWIZNY W KLUCZU

W szczególnej sytuacji, gdy linia pomiarowa przemieszczeń jest zgodna z poziomem zasypki, czyli gdy zachodzi zależność (2), zmianę promienia krzywizny powłoki oznacza się jako

$$dR_a = R - R_{uw} (z_g = h - \alpha R) . \quad (47)$$

W takiej sytuacji część górna analizowanej powłoki jest wolna od oddziaływania zasypki gruntowej na powłokę. Brak sił  $p(\varphi)$  i  $t(\varphi)$  jak na rysunku 3 jest wówczas zgodny ze schematem deformacji rozpatrywanym na rysunkach 5 i 6. Ponadto analizowana część powłoki jest wydzielona geometrycznie z dolnej części konstrukcji (rys. 2). Z podanych wyżej względów w dalszych rozważaniach zwraca się szczególną uwagę na wyniki pomiarów podczas układania zasypki, gdy spełniona jest zależność (2).

Gdy wartości  $dR_a$  uzyskane są dla wielu linii pomiarowych, określonych przez  $\alpha$ , tworzą wykres o kształcie paraboli czwartego stopnia względem  $\alpha$  (rys. 15). Gdy  $\alpha \rightarrow 0$  wartości funkcji  $f_u$  i  $f_w$  ze wzoru (37) są nieokreślone, ale w tym przypadku przemieszczenia  $w$  i  $u$  dążą do zera (rys. 12). Wobec tego w granicznym przypadku otrzymuje się maksymalną wartość zmiany krzywizny w kluczu

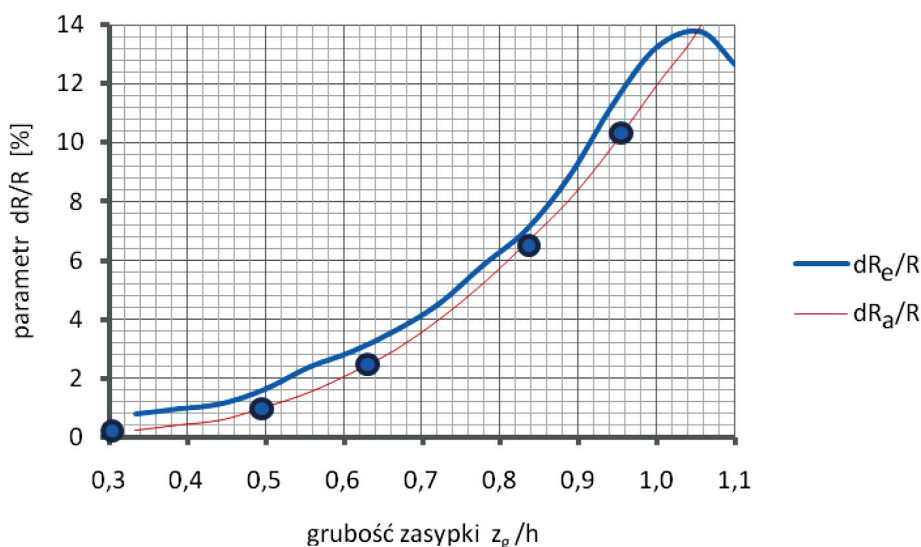
$$dR_{\max} = dR_{uw} (\alpha \rightarrow 0) . \quad (48)$$

Wartości  $dR_{\max}$  nie można więc uzyskać bezpośrednio z pomiarów, natomiast można ją oszacować na podstawie wyników pomiaru przemieszczeń na kilku poziomach, bowiem gdy

$$0 < \alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 \quad (49)$$

zachodzi zależność

$$dR_{\max} > dR_1 > dR_2 > dR_3 . \quad (50)$$



Rys. 15. Zmiany promienia krzywizny podczas układania zasypki, obliczone na podstawie  $dR_a$  i  $dR_e$

Fig. 15. Changes of a radius of curvature during backfilling, calculated on the basis of  $dR_a$  and  $dR_e$

Do uzyskania ekstremalnej wartości  $dR_{\max}$  z funkcji zobrazowanej na rysunku 15 wykorzystana jest więc ekstrapolacja zmian krzywizny powłoki w kluczu

$$dR_{\max} = dR_a \left( \frac{h}{z_a} \right)^4 . \quad (51)$$

Z wykresu na rysunku 15 wynika oczywisty wniosek, że dokładność oszacowania wartości  $dR_{\max}$  jest lepsza, gdy przekroje pomiarowe są mniej oddalone od klucza. Stąd wynika również zalecenie, aby wysokość wycinka pasma obwodowego powłoki spełniała warunek (46).

Na podstawie zmierzonych odkształceń na dolnej powierzchni blachy można obliczyć momenty zginające z uproszczonego wzoru [2]

$$M = \frac{EI}{af} (\varepsilon_g - \varepsilon_d) , \quad (52)$$

w którym  $\varepsilon_g$  i  $\varepsilon_d$  są odkształceniami jednostkowymi na górnej i dolnej fali.

Korzystając z zależności (27) można obliczyć zmianę promienia krzywizny na podstawie momentu zginającego w kluczu powłoki

$$\frac{dR_e}{R} = \frac{RM}{EI + RM} . \quad (53)$$

Podstawiając do (53) moment zginający obliczony uzyskuje się

$$\frac{dR_e}{R} = \frac{R(\varepsilon_g - \varepsilon_d)}{f + R(\varepsilon_g - \varepsilon_d)}. \quad (54)$$

Przedstawione na rysunku 15 punktowe wartości  $dR_a$ , obliczone z (47), wskazują na dobrą aproksymację wykresu  $dR_e$  traktowaną jako wynik dokładny.

## 8. WNIOSKI

Podczas eksploatacji obiektu gruntowo-powłokowego, w wyniku obciążenia użytkowego jezdni, powłoka ulega ugięciu do dołu, co powoduje redukcję wypiętrzenia i spadek momentów zginających w kluczu powłoki, powstałych podczas układania zasypki. Wypiętrzanie powłoki podczas układania zasypki jest więc efektem technicznym o znaczeniu pozytywnym. Zwykle deformacje oraz momenty zginające w powłoce, powstałe podczas układania zasypki, są wielokrotnie większe od skutków obciążeń użytkowych w wybudowanym obiekcie, wobec tego faza budowy jest istotna w analizie bezpieczeństwa powłoki.

W wyniku przeprowadzonych analiz można sformułować następujące spostrzeżenia:

- Na podstawie pomiarów wypiętrzenia i zwężenia podczas budowy obiektu można obserwować zmianę promienia krzywizny powłoki, a pomiary mogą być realizowane z użyciem technik geodezyjnych.
- Rezultaty analiz podanych w pracy wskazują, że do pomiarów przemieszczeń efektywnym jest wycinek „ćwiartkowy” powłoki.
- Wyniki obliczeń przeprowadzonych na przykładzie wybudowanego obiektu wskazują na efektywność szacowania maksymalnej wartości momentu w kluczu powłoki.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Janusz L., Madaj A.: Obiekty inżynierskie z blach falistych. Projektowanie i wykonawstwo. WKiŁ, Warszawa 2009
- [2] Machelski C.: Modelowanie mostowych konstrukcji gruntowo-powokowych. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2008
- [3] Machelski C.: Deformacja stalowych powłok mostowych konstrukcji gruntowo-powokowych podczas zasypki. Geoinżynieria drogi mosty tunele, 6/2010, **29**, 24 - 30
- [4] Machelski C.: Estimation of internal forces in the shell of soil-steel structures on the basis of its displacements during backfilling. *Studia Geotechnica et Mechanica*, 1/2009, 19 - 38
- [5] Machelski C., Michalski J.B., Janusz L.: Deformation Factors of Buried Corrugated Structures Journal of the Transportation Research Board. *Solid Mechanics*. Transportation Research Board of Nationals Academies, Washington D.C., 8/2009, 70 - 75

- [6] *Machelski C., Michalski J.B., Janusz L.*: Efficiency of Tensioning of Corrugated Steel Structures. 89<sup>th</sup> Annual Meeting Transportation Research Board, Washington, 11 - 15 January 2010, 10-0903
- [7] *Pettersson L.*: Full Scale Tests and Structural Evaluation of Soil Steel Flexible Culverts with low Height of Cover. Doctoral Thesis, KTH , Sweden 2007
- [8] *McGrath T.J., Moore I.D., Selig E.T, Webb M.C., Tales B.*: Recommended Specifications for Large-span Culverts. NCHRP Raport 473, January 2002
- [9] *Vaslestad J.*: Soil structure interaction of buried culverts, Institutt for Geoteknikk, Norges Tekniske Hogskole, Universitetet I Trondheim, 1990
- [10] *Seed R. B., Ou. Chang-Yu.*: Measurements and Analyses of Compaction Effects on a Long-Span Culvert. Transportation Research Record 1087
- [11] *Taleb B., Moore J. D.*: Metal Culvert Response to Earth Loading Performance of Two-Dimensional Analysis. Presented at 78<sup>th</sup> Annual Meeting of the Transportation Research Board, Washington D.C., 1999
- [12] *Pettersson L., Sundquist H.*: Design of soil steel composite bridges. KTH, Civil and Architectural Engineering, Sweden 2007

## CHANGES OF A RADIUS OF CURVATURE OF A SOIL-STEEL SHELL BRIDGE DURING CONSTRUCTION

### Abstract

The paper concerns soil-steel bridge structures with a circular-shaped top of a shell cross-section, made of corrugated steel plates. During backfilling, the shell uplifts in the crown, and narrows in the corners. On the basis of measured displacements, the changes of radius of curvature in the crown of the shell can be specified. This is the basis for estimation of the bending moment – the main component inducing normal stress on the shell. The proposed algorithm for estimating changes in the curvature of a shell was verified by the results of in-situ measurements. Measured strains allowed for independent verification of results of calculations of curvature radius changes.

Because of large displacements of steel shells, the deformation measurements can be performed with surveying techniques. This enables in-situ controll of the shell deformation, during the whole period of bridge construction, including the process of backfilling. Analysis of changes in the radius of a shell curvature can be used to evaluate its safety during backfilling.

