

JANUSZ HOŁOWATY¹⁾

NUMERYCZNY SPOSÓB ROZDZIAŁU OBCIĄŻEŃ RUCHOMYCH W MOSTACH DROGOWYCH

STRESZCZENIE. W artykule przedstawiono numeryczny sposób obliczania współczynników rozdziału poprzecznego obciążeń ruchomych w analizie typowych ustrojów nośnych mostów. Do modelowania zachowania się ustrojów nośnych mostów pod obciążeniami ruchomymi zastosowano numeryczną metodę analogii rusztowej. Przy obliczaniu współczynników rozdziału obciążeń i ich linii wpływowych uwzględniono zasadę Maxwella o wzajemności przemieszczeń. Wykorzystano podejście stosowane w tradycyjnych metodach rozdziału obciążeń ruchomych, jednakże ustroje nośne mostów modelowano w sposób bardziej realistyczny przy pomocy analogii rusztowej. Metoda zachowuje uproszczone założenia stosowane w metodach rozdziału obciążeń, do rozwiązania problemu wykorzystując sposób numeryczny. Rozdział obciążeń przedstawiono w klasycznym ujęciu analizując ugięcia w przekrojach miarodajnych. Przedstawiony sposób nie wymaga stosowania specjalistycznego oprogramowania, do obliczeń mogą być wykorzystane nawet proste, dostępne programy komputerowe. Po obliczeniu współczynników rozdziału poprzecznego obciążeń dla analizowanego ustroju nośnego mostu, dalszą część obliczeń wykonuje się tradycyjnymi procedurami stosowanymi w mechanice konstrukcji i wytrzymałości materiałów. Do obliczania współczynników poprzecznego rozdziału obciążeń wykorzystano numeryczną metodę rusztów, ale mogą być także zastosowane inne metody numeryczne.

1. WSTĘP

W projektowaniu i ocenie nośności obiektów mostowych stosuje się wiele metod numerycznych i empirycznych. Zazwyczaj procedury określania nośności projektowej

¹⁾ dr inż. – Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie

lub sprawdzania nośności obiektów mostowych są znormalizowane w każdym kraju. W normach lub wytycznych w niektórych krajach stosuje się uproszczone, ale z reguły bardzo bezpieczne procedury obliczeniowe, w innych krajach wymagana jest bardzo szczegółowa i staranna analiza obliczeniowa. W dekadzie powszechnej obecności i stosowania metod numerycznych, linie wpływowe sił wewnętrznych lub rozdziału poprzecznego obciążeń są wciąż popularne ze względu na możliwość szybkiego przedstawienia i rozpoznania krytycznych obszarów do analizy konstrukcji.

Współczynniki rozdziału poprzecznego obciążeń ruchomych lub ich linie wpływowe są stosowane do obliczania obciążeń ruchomych przypadających na poszczególne dźwigary lub belki w ustroju mostowym. Pierwsza współczesna metoda rozdziału poprzecznego obciążeń, znajdująca zastosowanie do czasów obecnych, została wprowadzona przez *Y. Guyona* i *Ch. Massonneta* w końcu lat czterdziestych XX wieku. Od tamtej pory metoda ta rozpowszechniła się w wielu krajach [1 - 5]. Metodę unowocześnił *R. Bareš* [2] i przez wiele lat była ona podstawową metodą analizy prześel drogowych obiektów mostowych w Europie, w tym także i w Polsce. Równocześnie w USA i Kanadzie stosuje się współczynniki rozdziału obciążeń ruchomych do projektowania i do oceny nośności obiektów mostowych (normy AASHTO i Ontario).

Współcześnie, przy powszechnej dostępności komputerów i programów komputerowych do analiz konstrukcji, możliwe jest szybkie wykonanie obliczeń statycznych prześel mostowych z dużą dokładnością. Stara idea, kiedyś bardzo pracochłonna, empirycznego określania współczynników rozdziału obciążeń dla dźwigarów mostowych może być obecnie rozwiązana za pomocą nawet małego programu komputerowego lub arkusza kalkulacyjnego. Tradycyjne metody określania współczynników poprzecznego rozdziału obciążeń ruchomych w postaci tablic lub wykresów wydają się więc przestarzałe i mają ograniczony zakres zastosowania, z reguły do symetrycznych prześel prostych lub w niewielkim ukosie.

W artykule przedstawiono numeryczny sposób określania poprzecznego rozdziału obciążeń ruchomych w prześłach drogowych obiektów mostowych, oparty na tradycyjnych zasadach stosowania rozdziału obciążeń, ale wykorzystujący do rozwiązania problemu metody numeryczne. Do modelowania różnych typów prześel mostowych zastosowano numeryczną metodę analogii rusztowej, która jest metodą dobrze rozpoznaną i opisaną w literaturze, umożliwiającą wykonanie dokładnej analizy praktycznie wszystkich typów prześel mostowych [3, 6 - 8]. Wyniki obliczeń rozdziału poprzecznego obciążeń ruchomych uzyskiwane metodą rusztów dorównują dokładności modeli trójwymiarowych stosowanych w metodzie elementów skończonych. Obliczenie współczynników rozdziału poprzecznego obciążeń metodą rusztów, umożliwia wykonanie pozostałej części analizy według podstawowych zasad teorii elementów prętowych (prosta belka). W artykule przedstawiono także przykłady numerycznych obliczeń, za pomocą programu komputerowego, współczynników poprzecznego rozdziału obciążeń wykonane dla istniejących prześel mostów drogowych. Wyniki obliczeń porównano z wynikami uzyskanymi elementarnymi metodami rozdziału obciążeń, które są znane w środowisku inżynierskim i często stosowane w analizie wstępnej, a nawet w projektach technicznych i ekspertyzach.

2. GENEZA ROZDZIAŁU OBCIĄŻEŃ

W mostach drogowych rozpatruje się oddziaływanie obciążeń ruchomych w postaci kół i osi pojazdów, a także oddziaływanie pojazdów ciężarowych i specjalnych. Niektóre mosty sprawdza się także na obciążenia militarne. Modele obciążeń drogowych stosowane na etapie projektowania są podane w normach. Czasami obiekty mostowe sprawdza się także na obciążenie rzeczywistymi pojazdami ciężarowymi lub pojazdami nienormatywnymi. Elementy mostu muszą być ocenione na najbardziej ekstremalne oddziaływania, jakie mogą wywołać przejeżdżające przez nie pojazdy. Najbardziej krytyczne położenie na moście obciążenia taborem samochodowym nie jest takie samo dla poszczególnych elementów mostu.

Najstarszą i najbardziej przydatną metodą określania ekstremalnych pozycji obciążenia na moście są linie wpływowe. Stosuje się także powierzchnie wpływowe. Tak jak do określania momentów zginających i sił tnących linie wpływowe mogą być także stosowane do rozdziału obciążeń od kół pojazdów. Do uproszczenia i przejrzystości analizy przęseł mostowych wprowadzono współczynniki rozdziału obciążeń ruchomych. Zastosowanie linii wpływowych poprzecznego rozdziału obciążeń upraszcza analizę dźwigarów mostowych i sprowadza ją do analizy belki jednowymiarowej (1D), a ekstremalne położenia pojazdów są określane wizualnie na podstawie kształtu linii.

We wczesnych metodach rozdziału obciążeń, obciążenia z kół pojazdów na dźwigary przęsła mostowego rozkładano obliczając reakcje z pomostu na dźwigary główne przy założeniu, że elementy pomostu są rozcięte i swobodnie podparte na dźwigarach. Następnie, aby poprawić dokładność obliczeń, wprowadzono klasyczną teorię płyt. Modelowanie przęsła mostowego płytą wymagało wprowadzenia jednak pewnych założeń i uproszczeń, a zamiast rzeczywistego przęsła mostowego obliczano równoważną płytę ortotropową. W bardziej dokładnych metodach parametry sztywności na zginanie i na skręcanie określano tak, aby jednostkowe sztywności przęsła mostowego i równoważnej płyty ortotropowej były sobie równe. W niektórych rozwiązaniach, dla uproszczenia, pomijano wpływ sztywności na skręcanie. W czasach przed komputerami inżynier miał do dyspozycji proste narzędzia obliczeniowe, jak suwak lub prosty kalkulator, więc współczynniki rozdziału obciążeń były zestawiane w tablicach lub przedstawiane na wykresach. Pomimo pewnych założeń upraszczających stosowanych w teorii płyt ortotropowych uzyskiwano wartości rozdziału obciążeń dla kół pojazdów w prostokątnych swobodnie podpartych przęsłach mostowych z dobrą dokładnością do celów inżynierskich, a nawet badawczych.

Rozwój metod rozdziału obciążeń w mostach drogowych doprowadził do powstania metod opartych o charakterystyczne parametry [1 - 2] i metod opartych o współczynniki rozdziału obciążeń [4, 9 - 11]. Metody zostały znormalizowane i ujęte są przez normę kanadyjską OHBDC (1983) i normę amerykańską AASHTO (1977). W ostatnich latach wprowadzono bardziej dokładny sposób określania współczynników rozdziału obciążeń w amerykańskiej normie AASHTO LRFD (1998) z uwzględnieniem rzeczywistych parametrów geometrycznych przęseł. Nowe amerykańskie współczynniki

rozdziału posiadają jednak skomplikowaną budowę, tak że i dla nich opracowano uproszczony sposób ich obliczania podany w NCHRP Report 592 [11]. Współczynniki rozdziału obciążeń w amerykańskich normach są zależne od modelu obciążenia i mogą być stosowane tylko dla modeli obciążeń drogowych podanych w tych normach.

W czasach szybkich i nowoczesnych komputerów, stare rozwiązania rozdziału poprzecznego obciążeń w przęsłach mostowych można łatwo rozwiązać prostym programem komputerowym lub arkuszem kalkulacyjnym. Komputerowo wspomagane projektowanie stało się powszechne wśród inżynierów i zastosowanie komputerowego podejścia w sposobach rozdziału obciążeń z kół pojazdów stało się bardziej atrakcyjne niż stosowanie tablic i wykresów współczynników. W przedstawionym w artykule sposobie rozwiązania problemu zastosowano metodę rusztów i część obliczeniową wykonano programem numerycznym, zastępując dawniej stosowane rozwiązania równań różniczkowych w określeniu współczynników poprzecznego rozdziału obciążeń. Zasady stosowania metody pozostały jednak takie same jak tradycyjnych metod rozdziału, można ją stosować do typowych przekrojów regularnych przęseł mostowych.

3. ANALIZA METODĄ RUSZTÓW

Metody analizy mostów zmieniają się z rozwojem technik komputerowych. Bardziej dokładne metody komputerowe, jak analogia rusztowa oraz metoda elementów skończonych są obecnie dobrze rozpoznane i dokładnie opisane w literaturze. Do obliczenia rozdziału poprzecznego obciążeń z kół pojazdów samochodowych metodą przedstawioną w artykule zastosowano analogię rusztową jako metodę, którą można w prosty sposób modelować większość typowych przęseł mostowych. Każdy typ mostu wymaga specjalnego sposobu modelowania metodą rusztów. Zasady i zalecenia modelowania przęseł mostowych metodą rusztów są podane w literaturze [3, 6 - 8]. Główną zaletą analizy metodą rusztów jest to, że uzyskuje się bezpośrednio wartości sił poprzecznych i momentów bez konieczności całkowania naprężeń.

W rozdziale poprzecznym obciążeń wystarczające jest zastosowanie nawet dość rzadkiej siatki prętów w modelu rusztu, ale idealizacja numeryczna przęsła mostowego powinna opierać się na prawidłowym odwzorowaniu jego rzeczywistego zachowania się pod obciążeniami niż stosowaniu zestawu reguł. Zaleca się, aby numeryczny model rusztu odzwierciedlał ustrój nośny mostu i posiadał podłużne pręty położone w osiach rzeczywistych dźwigarów ustroju nośnego. Taka sama zasada dotyczy poprzecznych belek lub pasm płytowych, które modelują elementy poprzeczne.

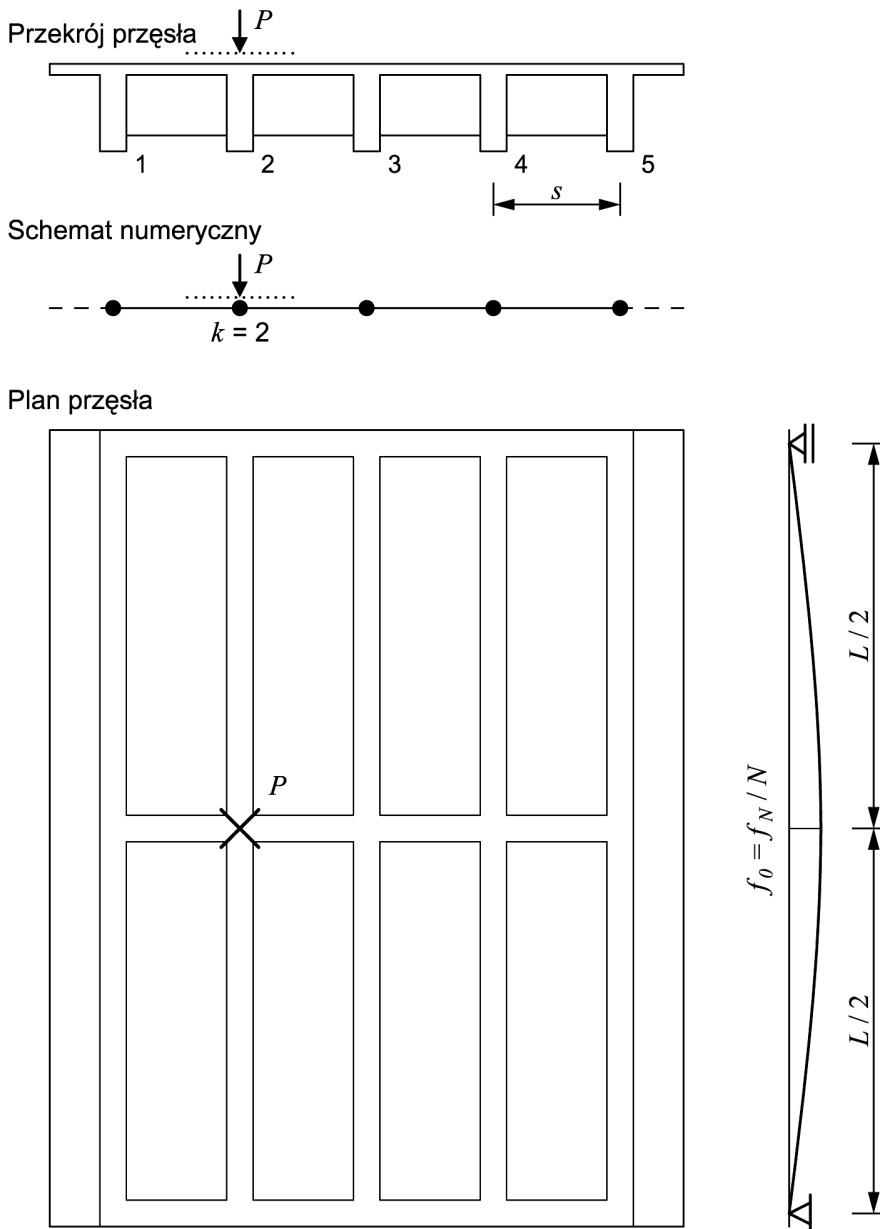
W modelowaniu rusztu różne rozstawy dźwigarów głównych, różne parametry geometryczne belek, ukos ustroju nośnego, a nawet zarysowanie betonu mogą być łatwo uwzględnione. Te parametry rzadko są uwzględniane w procedurach obliczeniowych stosowanych w rozwiązaniach opartych na teorii płyt ortotropowych lub innych podobnych uproszczonych metodach. Ogólnie, numeryczna metoda rusztów umożliwia uzyskiwanie bardziej dokładnych wyników obliczeń i stanowi dobrą alternatywę dla innych uproszczonych metod analizy ustrojów nośnych mostów. Zastosowano ją

w wielu komercyjnych, bardzo przejrzystych programach komputerowych, w których dane wejściowe i wyniki obliczeń są przetwarzane w bardzo krótkim czasie. Powodem to, że metoda rusztów jest ekonomiczna i zrozumiała dla większości inżynierów. Tym niemniej jej stosowanie wymaga podstawowych wiadomości o modelowaniu numerycznym ustrojów nośnych obiektów mostowych.

4. NUMERYCZNY SPOSÓB ROZDZIAŁU OBCIĄŻEŃ

Przegląd literatury i stosowanych metod rozdziału obciążeń wskazuje, że na współczynniki rozdziału obciążeń wpływa wiele parametrów, takich jak: liczba i rozstaw belek, długość przęsła, kąt ukosu, grubość płyty pomostu, poprzecznice, gzymsy, a nawet bariery, zwłaszcza betonowe. Rozdział obciążeń ruchomych na elementy ustrojów nośnych mostów jest więc zależny od parametrów sztywności przęseł, ich geometrii i warunków podparcia. W przedstawianej metodzie zastosowano analogię rusztową do modelowania ustrojów nośnych mostów. Przykładowy schemat typowego mostu belkowo-płytowego o jednakowym rozstawie dźwigarów głównych, jego przekrój poprzeczny, plan przęsła i równoważne elementy schematu numerycznego w modelu rusztu zastosowane do analizy rozdziału obciążeń przedstawiono na rysunku 1. Ustrój nośny mostu jest modelowany podłużnymi elementami belkowymi położonymi w osiach podłużnych dźwigarów przęsła mostowego. Belkom podłużnym rusztu przypisano parametry sztywności giętej i skrętnej dźwigarów podłużnych przęsła mostu. W taki sam sposób opisano elementy poprzeczne. Analizę rusztu wykonać można każdym komercyjnym programem komputerowym, tak więc obliczenia matematyczne są wykonane przez komputer. Zastosowanie programu komputerowego umożliwia obliczenie ugięć i sił wewnętrznych w konstrukcji przęsła w analizowanych przekrojach i ich wykorzystanie do określenia rozdziału poprzecznego obciążeń.

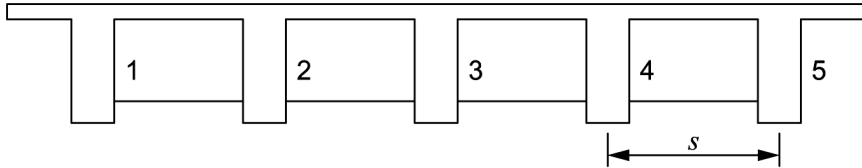
Dźwigary mostu są obciążane siłą P w krytycznym przekroju przęsła, z reguły w środku rozpiętości przęsła. Średnie ugięcie ustroju nośnego mostu w przekroju krytycznym wynosi f_0 (rys. 1). Całkowite ugięcie f_N w przekroju krytycznym jest równe sumie ugięć wszystkich N dźwigarów przęsła. Ustrój nośny mostu nie jest jednak belką jednoparametrową, lecz dzięki sztywności na skręcanie elementów belkowych i płytowych skupiona siła P obciążająca dźwigary powoduje odkształcenia przekroju poprzecznego przęsła. Im większa jest sztywność dźwigarów na skręcanie tym bardziej równomierne są ugięcia dźwigarów podłużnych. Różne ugięcia dźwigarów przęsła wskazują na różny rozdział obciążeń na dźwigary. Ugięcie dźwigara i od obciążenia P na dźwigarze k jest określone jako f_{ik} . Linie ugięcia dźwigarów w przekroju poprzecznym przęsła dla schematów obciążenia dla trzech dźwigarów przedstawiono na rysunku 2.



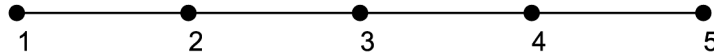
Rys. 1. Schemat przęsła belkowo- płytowego, swobodnie podpartego oraz schemat numeryczny rusztu

Fig. 1. Scheme of a slab-on-girder bridge deck, simply supported and its equivalent grillage representation

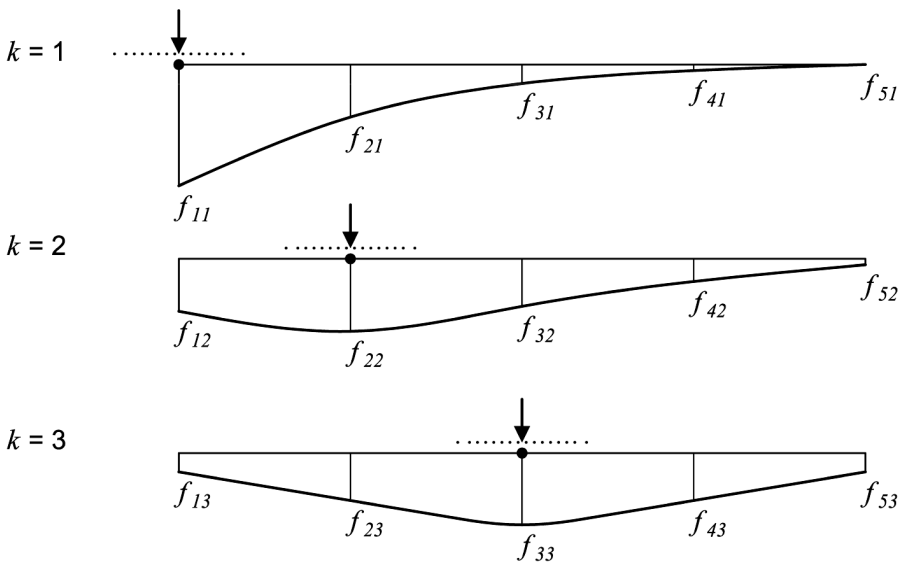
Przekrój przęsła



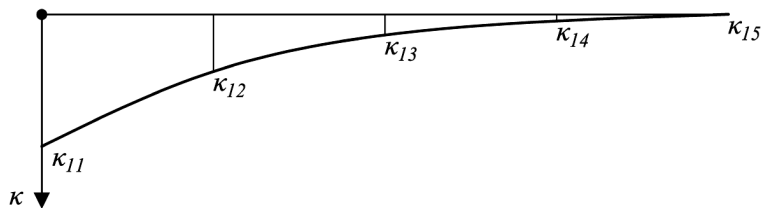
Schemat numeryczny



Ugięcie od siły P



LWPRO - dźwigarz nr 1



Rys. 2. Ugięcia dźwigarów przęsła mostu od siły P na dźwigarze nr 1, 2, 3 oraz współczynniki rozdziału obciążeń dla dźwigarza zewnętrznego (nr 1)
 Fig. 2. Bridge girder deflections due to force P at girder No. 1, 2, 3 and load distribution coefficients for external girder (No. 1)

Średnie ugięcie f_0 w środku rozpiętości przęsła wynosi więc:

$$f_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_{ik} = \frac{1}{N} f_N, \quad (1)$$

gdzie:

- N – liczba dźwigarów podłużnych,
- f_{ik} – ugięcie dźwigara i od obciążenia na dźwigarze k ,
- f_N – ugięcie całkowite.

Stosunek dwóch ugięć wywołanych przez obciążenie P i obciążenie równomiernie rozłożone $p_0 = P/(\text{szerokość pomostu})$ jest nazywany w metodzie Guyona - Massonnetta - Bareša głównym współczynnikiem poprzecznego rozdziału obciążeń K i wynosi:

$$K_{ik} = \frac{f_{ik}}{f_0}. \quad (2)$$

Współczynnik poprzecznego rozdziału obciążeń κ jest określany, stosując wzory (1) i (2) jako:

$$\kappa_{ik} = \frac{K_{ik}}{N} = \frac{f_{ik}}{f_N}, \quad (3)$$

gdzie:

- κ_{ik} – współczynnik rozdziału obciążeń dla dźwigara i w punkcie k ,
- K_{ik} – główny współczynnik rozdziału obciążeń,
- N – liczba dźwigarów podłużnych.

Ugięcia, zgodnie z zasadą wzajemności przemieszczeń Maxwella, dla przęseł symetrycznych można zapisać jako $f_{ik} = f_{ki}$. Twierdzenie to określa, że ugięcie dźwigara i od obciążenia jednostkowego na dźwigarze k jest równe ugięciu dźwigara k , gdy obciążenie jednostkowe jest na dźwigarze i . Dzięki tej zależności w przęsłach symetrycznych ugięcie f_{ki} może być stosowane zamiast ugięcia f_{ik} we wzorze (3):

$$\kappa_{ik} = \frac{f_{ki}}{f_N}. \quad (3a)$$

Wykres linii wpływowej poprzecznego rozdziału obciążeń (LWPRO) dla dźwigara zewnętrznego (nr 1) przedstawiono na rysunku 2. Dla N dźwigarów podłużnych w przęśle rozwiązanie wymaga określenia N współczynników poprzecznego rozdziału obciążeń obliczonych z zależności (3) lub (3a) dla przęseł symetrycznych (o jednakowych dźwigarach). Współczynniki rozdziału obciążeń są bezwymiarowe i ich wykres może być zastosowany na takich samych zasadach jak linia wpływowa. Do obliczenia ich wartości dla jednego dźwigara, przy przęsłach symetrycznych, można zastosować jeden schemat obciążenia do obliczenia dowolnym programem komputerowym do analizy rusztów.

Zastosowanie analogii rusztowej w analizie przęseł mostowych wymaga doświadczenia i znajomości podstawowych zasad modelowania rusztem zachowania się ustrojów nośnych obiektów mostowych. Do sprawdzenia wyników obliczeń można stosować zasadę Maxwella, a suma współczynników rozdziału obciążeń κ_{ik} dla wszystkich dźwigarów w punkcie k powinna spełniać zależność:

$$\sum_{i=1}^N \kappa_{ik} = 1,000 \quad , \quad (4)$$

gdzie:

κ_{ik} – współczynnik rozdziału obciążeń dla dźwigara i w punkcie k ,

N – liczba dźwigarów podłużnych.

Zależność (4) oznacza, że suma wartości współczynników rozdziału obciążeń dla wszystkich dźwigarów w jednym przekroju powinna wynosić 1,000 i jej spełnienie powinno gwarantować, że w trakcie obliczeń nie popełniono żadnego błędu. Błąd obliczeń może wystąpić przy transformacji wyników obliczeń ugięć do arkusza kalkulacyjnego lub innego narzędzia do przetworzenia danych obliczeniowych i uzyskania wykresów linii wpływowych poprzecznego rozdziału obciążeń. Sprawdzeniem jest także kształt linii, która powinna być płynna i bez załamań.

Dla przęseł symetrycznych o jednakowych dźwigarach zależność (4) można sprawdzić do jednego dźwigara k , którego suma współczynników rozdziału obciążeń powinna spełniać zależność:

$$\sum_{k=1}^N \kappa_{ik} = 1,000 \quad . \quad (4a)$$

Analizowane przekroje do obliczenia ugięć wybiera się w środku rozpiętości przęseł wolnopodpartych lub w ekstremalnych przekrojach przęseł ciągłych. Uważa się także, że do analizy rozdziału obciążeń w ustrojach ciągłych wystarczająco dokładne jest rozpatrzenie przęsła zastępczego o rozpiętości efektywnej.

Przedstawiona metoda zachowuje upraszczające założenie stosowane w tradycyjnych sposobach rozdziału obciążeń, że kształt rozkładu momentów zginających, sił poprzecznych i ugięć w przekroju poprzecznym przęsła jest niezależny od położenia podłużnego obciążenia oraz od rozpatrywanego przekroju poprzecznego [4, 12]. Przyjmuje także upraszczające założenie, które wprowadził w 1946 r. do metod rozdziału obciążeń *Y. Guyon*, że zmiana rozkładu obciążenia ma niewielki wpływ na współczynniki rozdziału obciążeń [2, 5]. Tak więc współczynniki rozdziału obciążeń obliczone dla sił skupionych można stosować dla innych rodzajów obciążeń, jak obciążenie równomiernie rozłożone, tandem lub pojazd czteroosiowy.

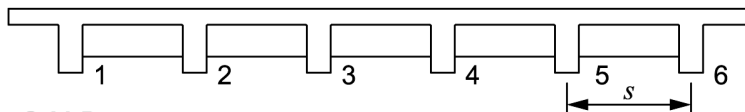
5. WERYFIKACJA SPOSOBU ROZDZIAŁU OBCIĄŻEŃ

Weryfikację metody przeprowadzono na przykładach betonowych mostów belkowo - płytowych swobodnie podpartych i wieloprzęsłowego mostu zespolonego. W pierwszym przykładzie porównano rozdział poprzeczny obciążeń w dźwigarach sześciobelkowego przęsła z rozdziałem uzyskanym z metody Guyona - Massonneta - Bareša (m. G-M-B) w jej ostatniej wersji [2].

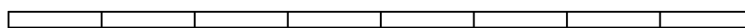
Rozpiętość przęsła wynosiła $L = 12$ m, rozstaw dźwigarów podłużnych był stały i wynosił $s = 1,6$ m, a grubość płyty pomostu wynosiła 12 cm. Dźwigary podłużne stężone były pięcioma poprzecznkami w rozstawie 2,4 m. Przekrój poprzeczny mostu, schematy obliczeniowe płyty ortotropowej i rusztu oraz linie wpływowe poprzecznego rozdziału obciążeń (LWPRO) dla dźwigarów przedstawiono na rysunku 3. W obu modelach wprowadzono takie same parametry wejściowe, tj. momenty bezwładności dźwigara podłużnego na zginanie $I_x = 0,0376$ m⁴ i na skręcanie $J_x = 0,0095$ m⁴ oraz momenty bezwładności poprzeczniczy na zginanie $I_y = 0,0050$ m⁴ i na skręcanie $J_y = 0,0014$ m⁴. Odpowiadało to charakterystycznym parametrom sztywności płytowych przęsła (m. G M B) na zginanie $\theta = 0,732$ i na skręcanie $\alpha = 0,202$. W obliczeniu parametrów dźwigarów podłużnych i poprzecznych uwzględniono sztywność płytową na zginanie i skręcanie płyty pomostu. Uzyskano bardzo dobrą zgodność kształtu i rzędnych linii wpływowych poprzecznego rozdziału obciążeń dla wszystkich dźwigarów (rys. 3). Ze względu na symetrię przęsła do obliczenia współczynników rozdziału można zastosować zarówno zależność (3), jak i (3a) z punktu 4. Sumę współczynników rozdziału można także sprawdzać z zależności (4) lub (4a).

Drugie porównanie wykonano w przypadku betonowego przęsła czterobelkowego o takim samym rozstawie dźwigarów podłużnych i rozpiętości, jak w przykładzie pierwszym, ale dla dwóch wariantów sztywności dźwigarów głównych (rys. 4). W pierwszym wariantcie przęsła przyjęto takie same parametry geometryczne elementów (dźwigary, poprzecznice i płyta pomostu), jak w przykładzie pierwszym. W drugim wariantcie przęsła przyjęto dźwigary pośrednie o mniejszej sztywności na zginanie $I_{xi} = I_x / 1,58$ i odpowiednio skorygowanej sztywności na skręcanie. Grubość płyty pomostu nie zmieniła się i jej parametry pozostały takie same. Porównano obliczone współczynniki rozdziału przy jednakowej sztywności dźwigarów i przy mniejszej sztywności dźwigarów pośrednich. Współczynniki obliczono metodą rusztów i metodą *F. Leonhardta* [5]. Do porównania przedstawiono także linię wpływową poprzecznego rozdziału obciążeń określoną metodą sztywnej poprzeczniczy. Ze względu na różne sztywności dźwigarów podłużnych zachodzi zależność $\kappa_{12} \neq \kappa_{21}$ i obliczone wartości współczynników rozdziału metodą rusztów należy sprawdzić z zależności (4). Rozbieżności w przebiegu linii wpływowych określonych metodą rusztów i metodą *Leonhardta* wynikają z założeń uproszczających w rozwiązaniu *Leonhardta*, które nie uwzględniają sztywności skrętnej dźwigarów i płyty pomostu.

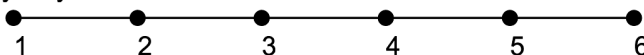
Przekrój przęsła



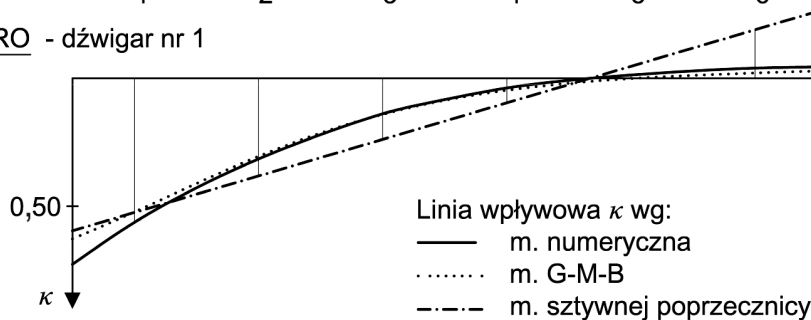
Schemat m. G-M-B



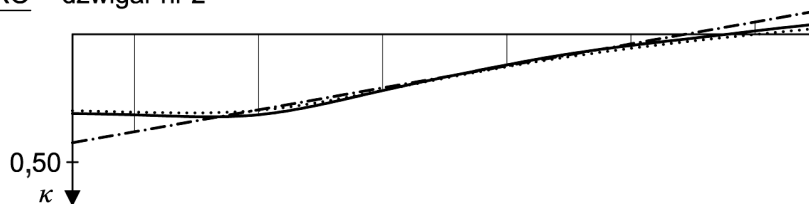
Schemat numeryczny



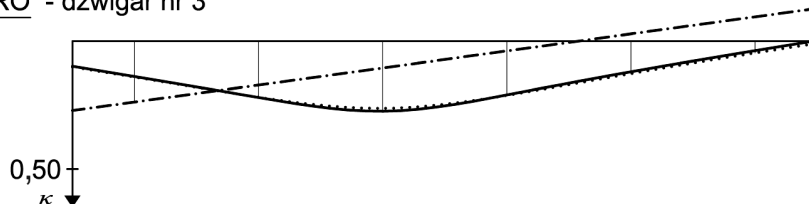
LWPRO - dźwigar nr 1



LWPRO - dźwigar nr 2

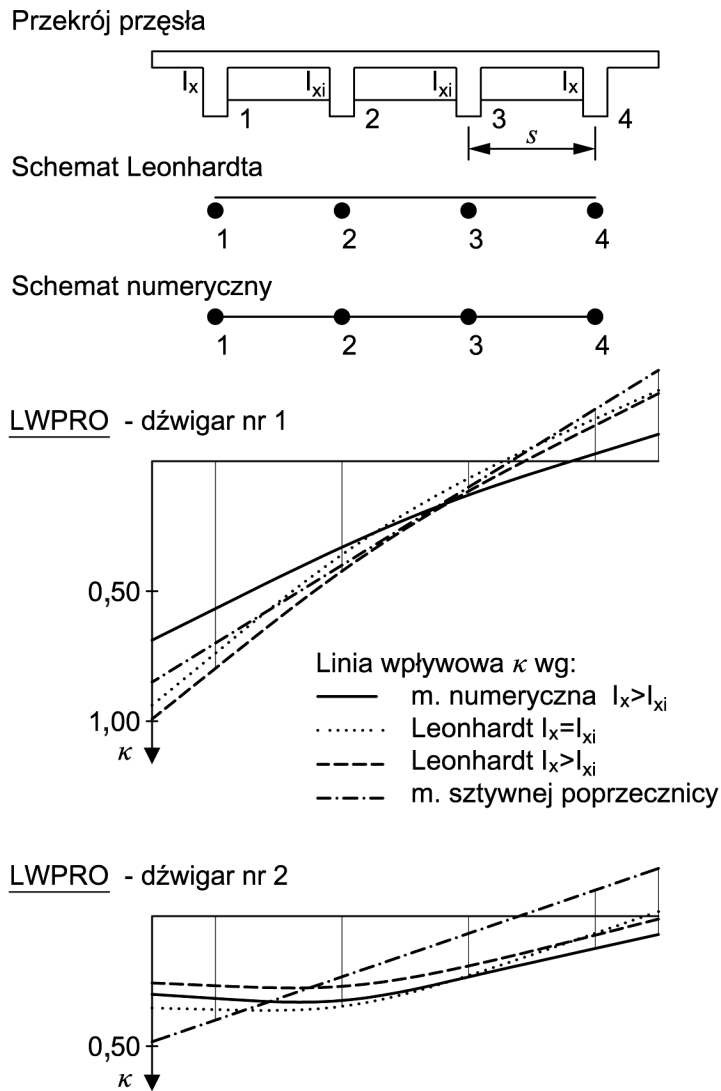


LWPRO - dźwigar nr 3



Rys. 3. Przekrój poprzeczny przęsła (6 dźwigarów), schematy obliczeniowe i współczynniki rozdziału obciążeń dla dźwigarów podłużnych

Fig. 3. Deck cross section (6 girders), orthotropic plate and grillage members and load distribution coefficients for main girders

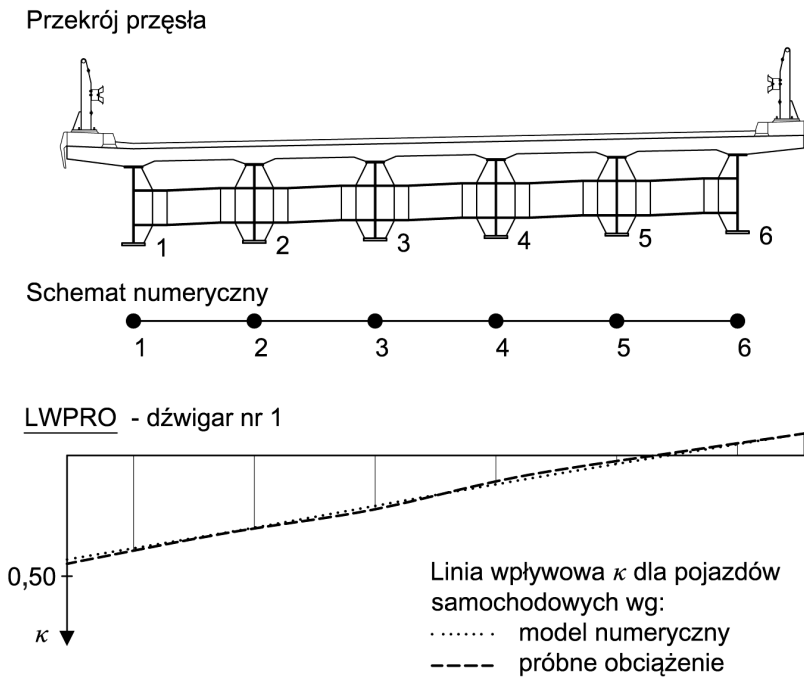


Rys. 4. Przekrój poprzeczny przęsła (4 dźwigary), schematy obliczeniowe i współczynniki rozdziału obciążeń dla dźwigarów podłużnych

Fig. 4. Deck cross section (4 girders), equivalent members and load distribution coefficients for main girders

W trzecim przykładzie porównano rozdział poprzeczny obciążeń dla pojazdów samochodowych w dźwigarze skrajnym sześciobelkowego mostu zespolonego z rozdziałem obciążeń uzyskanym na podstawie wyników próbnego obciążenia. Rozpiętość teoretyczna przęseł wynosi $28,0\text{ m} + 35,0\text{ m} + 35,0\text{ m} + 35,0\text{ m} + 28,0\text{ m}$. Rozstaw dźwigarów głównych jest stały $2,0\text{ m}$. Wyniki przedstawiono dla przęsła środkowego o rozpiętości $L = 35\text{ m}$ jednej nitki obiektu (rys. 5). Dla drugiej nitki

wyniki pomiarów ugięć były bardzo zbliżone. Linię wpływową poprzecznego rozdziału obciążeń określono dla obciążenia pojazdami samochodowymi zastosowanymi w próbnym obciążeniu (m. numeryczna) i porównano z rozdziałem obciążeń uzyskanym z pomiarów ugięć dla jednego ze schematów w czasie próbnego obciążenia. Do obliczeń wykorzystano model ustroju nośnego mostu w postaci rusztu wieloprzęsłowego zastosowany w projekcie próbnego obciążenia.



Rys. 5. Przekrój poprzeczny przęsła zespolonego i współczynniki rozdziału poprzecznego obciążeń dla dźwigara skrajnego (nr 1)

Fig. 5. Composite deck cross section and load distribution coefficients for external girder (No. 1)

6. ZASTOSOWANIE METODY

6.1. UWAGI OGÓLNE

Numeryczny sposób określania poprzecznego rozdziału obciążeń może być stosowany w analizie ustrojów nośnych mostów zarówno w projektowaniu, jak i ocenie ich nośności. W artykule przedstawiono go w ujęciu jak najbardziej zbliżonym do dobrze znanej w środowisku inżynierskim metody Guyona - Massonneta - Bareša przy zachowaniu klasycznego podejścia do określania rozdziału obciążeń na podstawie ugięć. Dalszym rozwinięciem metody i zwiększenia dokładności obliczeń może być określanie współczynników rozdziału dla momentów zginających, sił tnących, a także

przemieszczeń, gdy zachodzi taka potrzeba. Przykłady rozdziału obciążeń sposobem numerycznym oraz innymi metodami o różnym stopniu dokładności przedstawiono między innymi w [6, 9 - 10, 12 - 13].

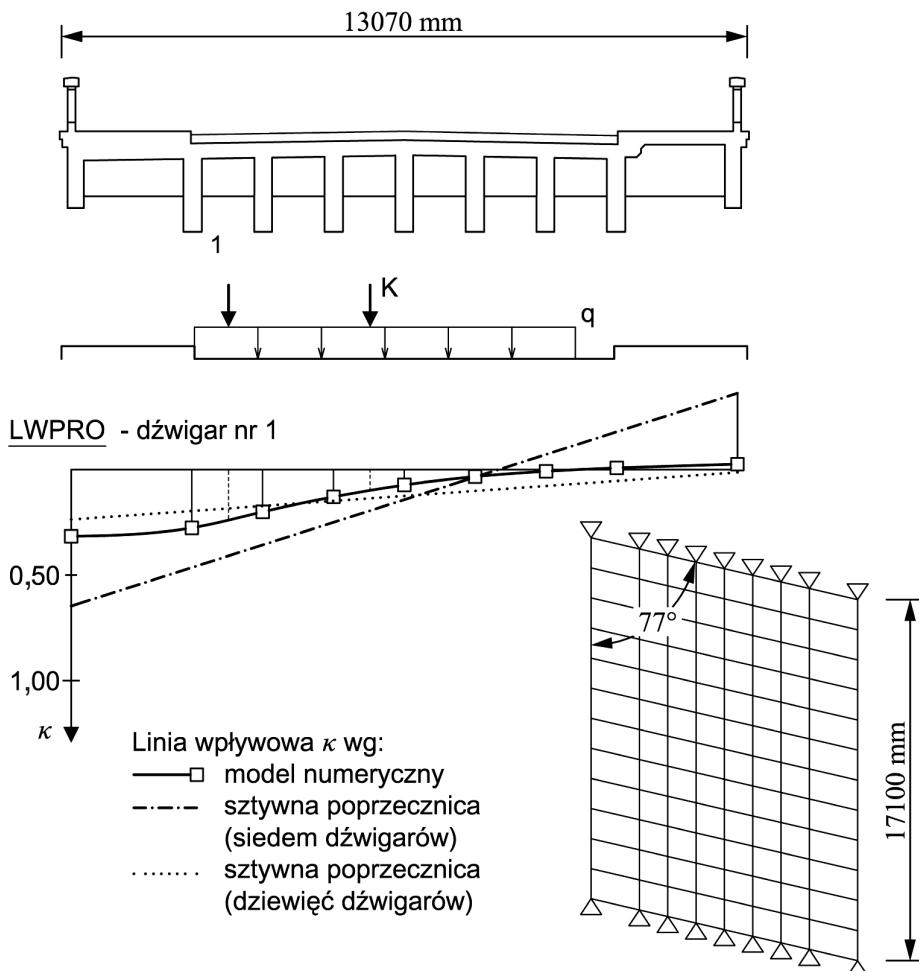
W niniejszym punkcie linie wpływowe poprzecznego rozdziału obciążeń K określone sposobem numerycznym wraz ze schematami obciążenia taborem samochodowym według normy obciążeń dla obiektów mostowych PN-85/S-10030 zostaną przedstawione na przykładach dwóch ustrojów nośnych drogowych mostów żelbetowych. Obciążenie normowe taborem samochodowym składa się z obciążenia równomiernie rozłożonego q (UDL) i czteroosiowego pojazdu K . Wykresy linii wpływowych poprzecznego rozdziału obciążeń umożliwiają bezpośrednie określenie ustawienia obciążenia taborem samochodowym. Oba mosty zostały wybudowane przed II wojną światową i część zastosowanych w nich rozwiązań konstrukcyjnych nie odpowiada współczesnym regułom projektowania mostów betonowych. Obecnie mosty te usytuowane są w ciągu dróg powiatowych i znajdują się nad rzeką Regą w powiecie łobeskim w województwie zachodniopomorskim. Wybrano je do przedstawienia wyników obliczeń sposobem numerycznym, gdyż nie są to obiekty typowe według współczesnej nomenklatury i nie można było przeprowadzić ich analizy współcześnie stosowanymi tradycyjnymi metodami rozdziału obciążeń. Dźwigary podłużne mostów posiadają małą sztywność na skręcanie i powoduje to, że ich przęsła są wrażliwe na obciążenia lokalne kołami pojazdów samochodowych. We współczesnych mostach ze sztywnymi dźwigarami, ugięcia oraz rozkład obciążeń nie są tak duże i mają bardziej jednorodny charakter. Tym niemniej sztywność płyty pomostu i dźwigarów podłużnych wywołują rozdział poprzeczny obciążeń, znacznie korzystniejszy niż przy pominięciu tych parametrów w modelu obliczeniowym przęsła. Uzyskane wyniki obliczeń sposobem numerycznym porównano z uproszczonymi metodami rozdziału obciążeń.

6.2. WIELODŹWIGAROWY MOST UKOŚNY

Swobodnie podparte żelbetowe przęsło mostu ma rozpiętość 17,10 m. Przęsło posiada siedem dźwigarów głównych i dwa dźwigary podchodnikowe (zewnątrzne). Ukos przęsła wynosi około 77° . Przęsło posiada dwie poprzecznice przęsłowe (w $1/3L$ i $2/3L$) i poprzecznice podporowe o wysokości równej wysokości dźwigarów głównych. Przęsło posiada nietypowy układ dźwigarów podłużnych nie odpowiadający współczesnym zasadom kształtowania przęsła.

Przeprowadzono ocenę stanu technicznego mostu oraz niezbędnego zakresu wzmocnienia i wykonania prac remontowych. W ocenie nośności przęsła zastosowano numeryczny sposób rozdziału obciążeń modelując przęsło rusztem ukośnym. Przekrój poprzeczny przęsła i zastosowaną siatkę dyskretyzacji przedstawiono na rysunku 6. Ze względu na ukos przęsła do lepszego określenia zachowania się konstrukcji w kierunku poprzecznym wprowadzono dodatkowe elementy poprzeczne (pomiędzy istniejącymi poprzecznicami) modelujące pasma płyty pomostu. Wyniki obliczeń przedstawiono w formie linii wpływowej poprzecznego rozdziału obciążeń (LWPRO)

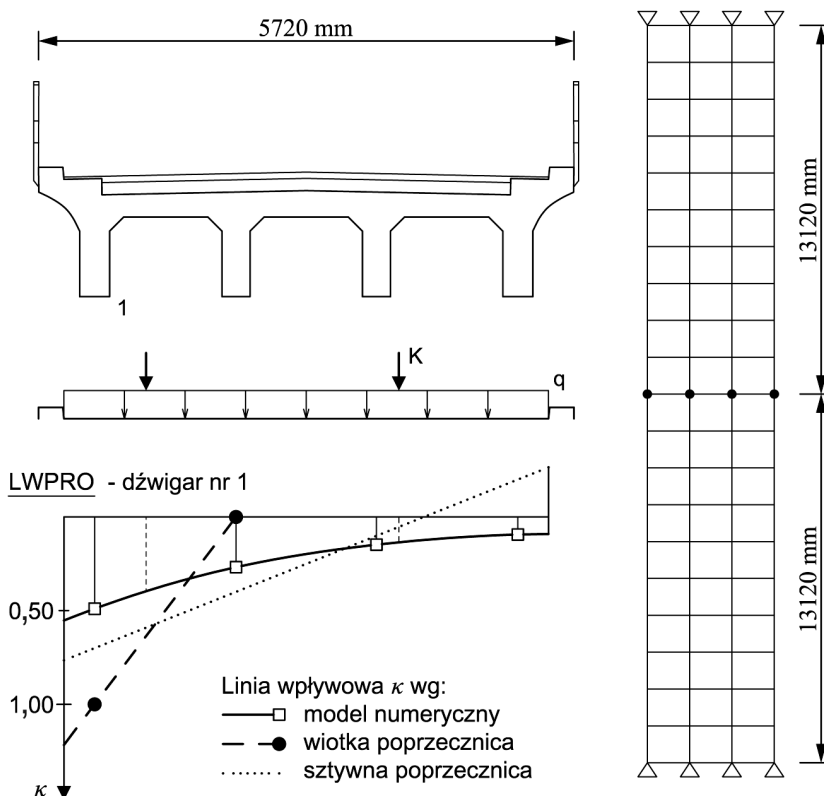
dla skrajnego dźwigara głównego (nr 1), wraz ze schematem obliczeniowym ustawienia taboru samochodowego $\{q + \varphi K\}$. Obliczenie współczynników rozdziału obciążeń wykonano ustawiając obciążenie siłą skupioną we wszystkich węzłach w środku rozpiętości przęsła. Porównanie linii wpływowej poprzecznego rozdziału obciążeń z liniami wpływowymi określonymi uproszczoną metodą sztywnej poprzecznicy (ściskania mimośrodowego), które określono w sposób nietypowy. Ze względu na małą zbieżność linii wpływowej określonej metodą sztywnej poprzecznicy dla wszystkich dziewięciu dźwigarów przęsła, zredukowano liczbę dźwigarów do siedmiu (tylko dźwigary główne) w obliczeniu współczynników rozdziału. Dla takiej linii uzyskano już bardziej prawdopodobne wartości rozdziału obciążeń.



Rys. 6. Siatka rusztu, przekrój poprzeczny mostu i rozdział poprzeczny obciążeń dla zewnętrznego dźwigara głównego w wielobelkowym moście betonowym
 Fig. 6. Grillage mesh, cross section and load distribution for external main girder in multi-beam concrete bridge

6.3. MOST DWUPRZĘSŁOWY

Dwuprzęsłowy most żelbetowy o prostych przęsłach ma rozpiętość $2 \times 13,12$ m. Most posiada cztery żelbetowe dźwigary główne dwuprzęsłowe ze skosami nad filarem nurtowym. Przęsła wykonano bez poprzecznic przęsłowych, zastosowano tylko poprzecznicę podporową o wysokości równej wysokości dźwigarów. Most jest starą konstrukcją, w której zastosowano zasady projektowania nie odpowiadające współczesnym wymaganiom. Dźwigary podłużne są o podobnej sztywności, ale w dźwigarach skrajnych zastosowano bardzo słabe zbrojenie podłużne (pręty zbrojeniowe o mniejszej średnicy). Most był zaprojektowany jako jednopasowy z jezdnią usytuowaną na dźwigarach wewnętrznych. Po nadbudowie gzymsów, poszerzeniu jezdni i wykonaniu nawierzchni bitumicznej nośność mostu ograniczona była nośnością dźwigarów skrajnych. Przeprowadzono ocenę stanu technicznego mostu i sprawdzenie nośności przęsła w celu dopuszczenia do ruchu cięższych maszyn rolniczych. Przekrój poprzeczny mostu, zastosowaną siatkę dyskretyzacji w modelu rusztu przedstawiono na rysunku 7.



Rys. 7. Siatka rusztu, przekrój poprzeczny mostu i rozdział poprzeczny obciążeń dla zewnętrznego dźwigara w czterodźwigarowym moście betonowym

Fig. 7. Grillage mesh, cross section and load distribution for external girder in four-girder concrete bridge

W modelowaniu elementów podłużnych uwzględniono zwiększoną wysokość dźwigarów nad filarem. Elementy poprzeczne modelują istniejące poprzecznice podporowe i pasma płyty pomostu.

Wyniki obliczeń numerycznych przedstawiono w formie linii wpływowej poprzecznego rozdziału obciążeń (LWPRO) dla dźwigara zewnętrznego (nr 1), wraz ze schematem obliczeniowym ustawienia taboru samochodowego $\{q + \phi K\}$. Wyniki obliczeń sposobem numerycznym porównano z uproszczonymi sposobami rozdziału obciążeń według metody sztywnej i wiotkiej poprzecznicy. Rozdział obciążeń uzyskany sposobem numerycznym umożliwił dokładniejsze określenie wartości rozdziału poprzecznego obciążeń dla dźwigara skrajnego niż sposobami uproszczonymi. Uzyskano wartości mniejsze przeciążenia (około 23%) i umożliwiło to prawidłowe określenie występującej rezerwy nośności dźwigara skrajnego dla obciążeń głównych. Bardziej znaczącą rezerwę, około 43% w przeciążeniu dźwigara skrajnego określono dla pojazdu samochodowego *S* według PN-85/S-10030, na który również sprawdzano dźwigary mostu. Szczegóły porównania rozdziału obciążeń metodą numeryczną i metodą sztywnej poprzecznicy przedstawiono w [13].

7. PODSUMOWANIE

Przedstawiony numeryczny sposób określania rozdziału obciążeń z kół pojazdów samochodowych w mostach drogowych opracowano przy upraszczających założeniach, stosowanych w tradycyjnych metodach rozdziału obciążeń. Zachowano stosowanie linii wpływowych do poprzecznego rozdziału obciążeń tak, aby można zastosować sposób do analizy różnych modeli obciążenia ruchomego. Do obliczania współczynników poprzecznego rozdziału obciążeń zastosowano ugięcia jak w tradycyjnych metodach rozdziału. Przedstawiono przykłady linii wpływowych rozdziału poprzecznego obciążeń uzyskanych sposobem numerycznym i porównano je z liniami określonymi sposobami elementarnymi lub analitycznymi, uzyskując dobrą zgodność.

Numeryczny sposób rozdziału poprzecznego obciążeń ruchomych w mostach drogowych umożliwia uzyskanie prawidłowych wartości współczynników rozdziału obciążeń nawet dla nietypowych przęseł i w złożonych warunkach podporowych. Można go stosować do indywidualnej analizy przęseł, a także do szybkiego sprawdzenia obliczeń statycznych.

Dalszym rozwinięciem metody i zwiększenia dokładności obliczeń może być określanie współczynników rozdziału dla momentów zginających i sił tnących, a także dla obciążeń w postaci kolumny samochodów na jednym lub wielu pasach ruchu.

BIBLIOGRAFIA

- [1] *Bakht B., Jaeger L.G.*: Bridge Analysis Simplified. McGraw-Hill, New York 1985
- [2] *Bareš R., Massonnet Ch.*: Analysis of Beam Grids and Orthotropic Plates by the Guyon – Massonnet – Bareš Method. Crosby Lockwood & Son Ltd, SNTL, London, Prague 1968

- [3] *Hambly E.C.*: Bridge Deck Behaviour. Second edition. E & FN Spon, London 1991
- [4] *Ryall M.J.*: Loads and load distribution. ICE manual of bridge engineering. Second edition. Thomas Telford, London 2008, 23 - 48
- [5] *Szczygieł J.*: Mosty z betonu zbrojonego i sprężonego. WKiŁ, Warszawa 1978
- [6] *Hołowaty J.*: Numerical modelling of bridge decks in practical examples. XI Polish Conference on Computer Methods in Mechanics, Kielce - Cezdyna 11-14 May 1993, 331 - 336
- [7] *Kmita J., Bień J., Machelski Cz.*: Komputerowe wspomaganie projektowania mostów. WKŁ, Warszawa 1994
- [8] *O'Brien E.J., Keogh D.L.*: Bridge Deck Analysis. E & FN Spon. London, New York 1999
- [9] *Hołowaty J.*: Numerical Method for Live Load Distribution in Road Bridges. The Fourth International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation, Cape Town 6 - 8 September 2010, 106
- [10] *Hołowaty J.*: Comparison of Load Distribution for Assessment of Highway Bridges in American and European Codes. Joint IABSE – fib Conference on Codes in Structural Engineering, Developments and Needs for International Practice, Dubrovnik 2010, 1185 - 1192
- [11] Simplified Live Load Distribution – Factor Equations. NCHRP Report 592. TRB, Washington 2007
- [12] *Hołowaty J.*: Uproszczone metody rozdziału poprzecznego obciążeń w mostach drogowych. Mosty nr 4/2010, 14 - 23
- [13] *Hołowaty J.*: Sposób oceny rezerw nośności mostów dźwigarowych. Mosty nr 1/2011, 44 - 47

NUMERICAL METHOD FOR LIVE LOAD DISTRIBUTION IN ROAD BRIDGES

Abstract

The paper presents the numerical method for computing the load distribution coefficients in bridge decks analysis. The grillage approach for representation of bridge decks is adopted for determination of general behaviour under traffic loads. The principles of Maxwell's reciprocal theorem are developed in computing distribution coefficients and their influence lines. The presented method uses the approach developed in traditional methods of transversal load distribution but bridge decks are modelled more realistically using well-established grillage analogy. Any numerical program for grillage analysis can be used and no special software is needed. While computing the distribution coefficients for a bridge deck the rest of the analysis can be performed with ordinary procedures of structural mechanics.