

ANDRZEJ KOBRYŃ<sup>1)</sup>

## NOWE TYPY KRZYWYCH PRZEJŚCIOWYCH DO DEFINIOWANIA TRAS KOMUNIKACYJNYCH

**STRESZCZENIE.** Krzywe przejściowe są ważnym elementem geometrycznym przy kształtowaniu geometrii tras drogowych. Najbardziej rozpowszechnioną krzywą jest klotoida. Inne krzywe miały dotychczas mniejsze znaczenie, m.in. z powodów związanych z obliczaniem danych do wyznaczania w terenie. Jednak obecnie nie jest to już mankamentem, gdyż wspomagane komputerowo projektowanie umożliwia stosowanie również bardziej skomplikowanych rozwiązań geometrycznych. Niniejsza praca zawiera przegląd nowszych rozwiązań krzywych przejściowych. Chodzi tu o rozwiązania określane w literaturze mianem tzw. ogólnych krzywych przejściowych, które opisują całe przejście krzywoliniowe między dwoma kierunkami prostoliniowymi za pomocą jednego równania. Tym samym, mogą one stanowić alternatywę dla tradycyjnych form geometrycznych.

### 1. WSTĘP

Geometryczne kształtowanie przebiegu tras komunikacyjnych jest bardzo ważnym problemem inżynierskim, którego poprawne rozwiązanie ma duży wpływ na bezpieczeństwo ruchu pojazdów i komfort jazdy. Proces ten obejmuje projektowanie osi trasy drogowej w planie sytuacyjnym i w profilu podłużnym. Geometrycznymi elementami opisującymi poziomy przebieg osi są proste, łuki kołowe i krzywe przejściowe. Krzywe przejściowe zasadniczo są stosowane w celu uzyskania stopniowego przyrostu siły dośrodkowej przy przejściu z prostej w łuk o określonym promieniu

---

<sup>1)</sup> dr inż. – Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska Politechniki Białostockiej

krzywizny. Zdaniem autora, dzięki ułatwieniu obliczeń w wyniku rozpowszechnienia techniki komputerowej, niektóre rozwiązania krzywych przejściowych mogą być jednak brane pod uwagę również jako elementy geometryczne, które ułatwiają dostosowanie przebiegu trasy do ograniczeń terenowych lub zadanych punktów kierunkowych. Jako punkty kierunkowe należy przy tym rozumieć punkty, przez które lub w których sąsiedztwie trasa powinna przechodzić. Chodzi przy tym zarówno o zastosowania w układach geometrycznych typu prosta – 1.krzywa przejściowa – łuk kołowy – 2.krzywa przejściowa – prosta, jak i w układach typu prosta – 1.krzywa przejściowa – 2.krzywa przejściowa – prosta, które w ujęciu tradycyjnym nie są zalecane w projektowaniu dróg kołowych. W ujęciu proponowanym przez autora chodziłoby jednak o zastosowanie ww. układów geometrycznych przy dużych promieniach krzywizn, kierując się nie względami np. dynamiki ruchu, lecz możliwościami lepszego dopasowania przebiegu trasy do ograniczeń terenowych. Takie możliwości może dać stosowanie głównie nowoczesnych rozwiązań krzywych, które w ostatnich latach były prezentowane m.in. w pracach [1] i [2] i które określa się w literaturze mianem tzw. ogólnych krzywych przejściowych [3]. Niniejsza praca stanowi ogólny przegląd tych krzywych, możliwych do stosowania przy trasowaniu dróg. Pominięto w niej różne, wchodzące w grę aspekty praktyczne, czy też analizy porównawcze różnic geometrycznych poszczególnych rozwiązań. Z uwagi na szeroki zakres związanych z tym zagadnień, trudne jest ich ujęcie w ramach zaledwie jednego artykułu. Dlatego, odpowiednie rozważania będą przedmiotem odrębnych publikacji.

## 2. KRZYWE PRZEJŚCIOWE W UJĘCIU KLASYCZNYM

Tradycyjnie rozumiane krzywe przejściowe są stosowane w celu uzyskania stopniowych przyrostów siły dośrodkowej przy jeździe po łuku. Przy bezpośrednim przejściu z prostej w łuk kołowy lub odwrotnie następuje nagła zmiana promienia krzywizny toru, gdyż na prostej

$$K=0, \quad (1)$$

a na łuku kołowym

$$K = \frac{1}{R}. \quad (2)$$

Przy dużych prędkościach ruchu niekorzystnie wpływa to na komfort i bezpieczeństwo. Krzywe przejściowe pozwalają na stopniowy wzrost krzywizny od wartości zerowej na prostej do określonej wartości  $K=1/R$  na łuku kołowym.

Najbardziej popularną krzywą przejściową w projektowaniu tras komunikacyjnych jest dotychczas kłotoida. Typową formą matematyczną, której w literaturze używa się do opisu rozkładu krzywizny w obrębie kłotoidy, jest tzw. równanie naturalne:

$$a^2 = r \cdot l, \quad (3)$$

gdzie  $l$  jest parametrem naturalnym (długością), a  $r$  – promieniem krzywizny w dowolnym punkcie kłotoidy. Można również stosować nieco inną formę zapisu, a mianowicie [4 - 5]:

$$K(l) = \frac{1}{R} \frac{l}{L}, \quad (4)$$

przy czym  $l \leq L$ ,  $R$  – promień krzywizny w końcowym punkcie kłotoidy, odległym o od punktu początkowego. Zgodnie z (3) i (4), kłotoidę charakteryzuje liniowy przyrost krzywizny na całej jej długości.

Niekiedy spotyka się opinie, że rozkład krzywizny na łuku kłotoidy nie zawsze jest właściwy w świetle warunków dynamiki ruchu. Dotyczy to bardzo dużych prędkości ruchu pojazdów. W tym przypadku proponuje się stosowanie krzywych przejściowych, które zapewniają właściwy rozkład przyrostów przyspieszenia dośrodkowego, określonych wzorem [1], [4]:

$$z = 3va_t K + v^3 \frac{dK}{dl} \quad (5)$$

lub przy założeniu stałej prędkości  $v$  – ruchu wzorem

$$z = v^3 \frac{dK}{dl}, \quad (6)$$

przy czym we wzorze (5)  $z$  oznacza składową przyspieszenia styczną do toru ruchu. Przebieg zmian przyspieszenia dośrodkowego powinien być płynny na całej długości krzywej przejściowej, co oznacza, że w punktach skrajnych powinno być dodatkowo:

$$\frac{dK}{dl}(0) = 0, \quad (7)$$

$$\frac{dK}{dl}(L) = 0. \quad (8)$$

Warunki (1), (2), (7) i (8) spełnia m.in. krzywa Blossa, opisana równaniem [6]:

$$K(l) = \frac{1}{R} \left[ 3 \left( \frac{l}{L} \right)^2 - 2 \left( \frac{l}{L} \right)^3 \right], \quad (9)$$

jak też sinusoidalna krzywa przejściowa o równaniu [7]:

$$K(l) = \frac{1}{R} \left[ \frac{l}{L} - \frac{1}{2\pi} \sin \left( 2\pi \frac{l}{L} \right) \right]. \quad (10)$$

Niektórzy autorzy ([1], [8]) sugerują, żeby przy bardzo dużych prędkościach ruchu i dużych masach pojazdów (szczególnie szynowych) stosować krzywe przejściowe, które w punkcie początkowym i końcowym spełniają warunki:

$$\frac{d^2 K}{dl^2}(0)=0, \quad (11)$$

$$\frac{d^2 K}{dl^2}(L)=0. \quad (12)$$

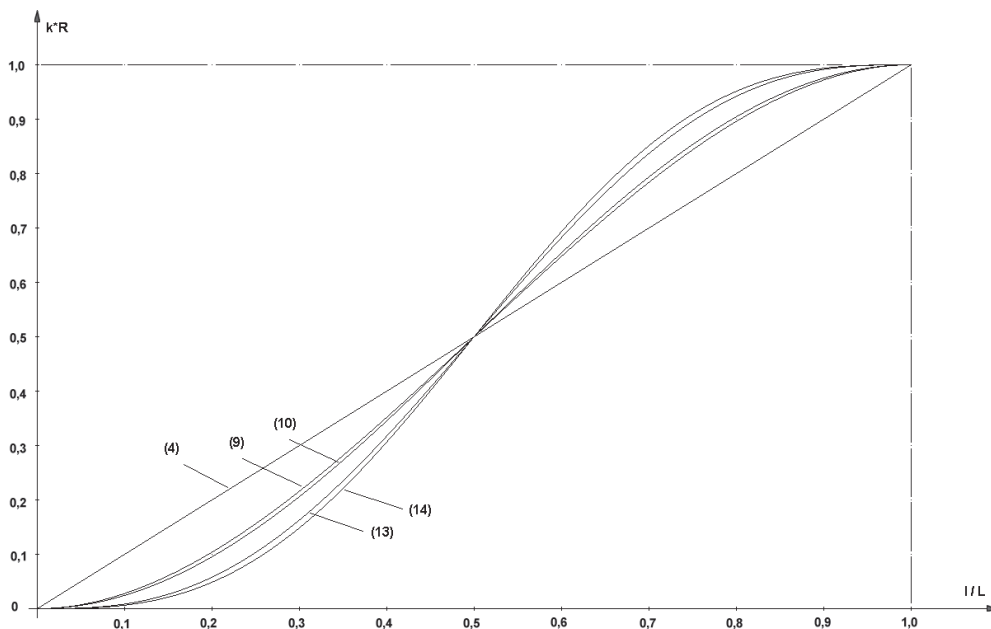
Do krzywych, które spełniają wcześniej podane warunki oraz warunki (11) i (12), należy krzywa o równaniu ([1], [8]):

$$K(l)=\frac{1}{R}\left[10\left(\frac{l}{L}\right)^3-15\left(\frac{l}{L}\right)^4+6\left(\frac{l}{L}\right)^5\right] \quad (13)$$

oraz krzywa Auberlena [9]:

$$K(l)=\frac{1}{R}\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos\left(\pi\frac{l}{L}\right)\right]. \quad (14)$$

Wykresy krzywizny wszystkich wymienionych krzywych przedstawia rysunek 1, na którym poszczególne oznaczenia liczbowe odpowiadają numerom wzorów opisujących te krzywe. Jak widać, wraz z uwzględnieniem dodatkowych warunków brzegowych, następuje coraz łagodniejsze wprowadzenie w krzywiznę w sąsiedztwie punktu początkowego, jak też coraz łagodniejsze wyjście z niej w sąsiedztwie punktu końcowego.



Rys.1. Wykresy krzywizny „klasycznych” krzywych przejściowych

Fig.1. Curvature pictures for „classical” transition curves

### 3. NOWOCZESNE ROZWIĄZANIA KRZYWYCH PRZEJŚCIOWYCH

Wymienione wcześniej krzywe mogą być stosowane w trasowaniu w układzie prosta – 1.krzywa przejściowa – łuk kołowy – 2.krzywa przejściowa – prosta lub prosta – 1.krzywa przejściowa – 2.krzywa przejściowa – prosta, którego stosowanie – w tradycyjnym ujęciu – nie jest zalecane w praktyce trasowania dróg kołowych. Całe przejście krzywoliniowe stanowią tu więc trzy lub dwa elementy (odpowiednio 1. krzywa przejściowa – łuk kołowy – 2.krzywa przejściowa albo 1.krzywa przejściowa – 2.krzywa przejściowa). Możliwe jest zastąpienie tych elementów tylko jednym elementem, który opisuje całe przejście krzywoliniowe między dwoma kierunkami prostoliniowymi za pomocą jednego równania i zapewnia przy tym ciągły wzrost krzywizny od zera w punkcie początkowym do pewnej wartości maksymalnej, a następnie ponowny spadek do zera w punkcie końcowym. Chodzi tu o tzw. ogólną krzywą przejściową ([1], [3]).

Jak widać, rozkład krzywizny w obrębie ogólnej krzywej przejściowej różni się od tego, z jakim mamy do czynienia w przypadku klasycznie rozumianych krzywych przejściowych, służących do kształtowania przejścia między prostą i łukiem kołowym lub między dwoma łukami kołowymi o różnych promieniach lub różnych zwrotach. Ze względu na problematyczne kwestie dotyczące kształtowania ramp lub zapewnienia odwodnienia, należy wyraźnie zaznaczyć, że w proponowanym podejściu ogólne krzywe przejściowe mogłyby stanowić alternatywę dla tradycyjnych układów geometrycznych przy relatywnie dużych promieniach krzywizn.

Znane są różne rozwiązania ogólnych krzywych przejściowych. Ogólna krzywa przejściowa, która spełnia warunki (1), (2) oraz warunki

$$K(l_m)=1/R , \quad (15)$$

$$\frac{dK}{dl}(l_m)=0 \quad (16)$$

jest opisana równaniem ([1], [10]):

$$K(l)=\frac{1}{R}\left[A\frac{l}{L}+B\left(\frac{l}{L}\right)^2+C\left(\frac{l}{L}\right)^3\right], \quad (17)$$

gdzie:

$$A=\frac{2q-3q^2}{q^2(1-q)^2}, \quad B=\frac{-1+3q^2}{q^2(1-q)^2}, \quad C=\frac{1-2q}{q^2(1-q)^2},$$

przy czym  $q=l_m/L$ ,  $\frac{1}{3}\leq q\leq\frac{2}{3}$ , zaś  $l_m$  określa w obrębie krzywej położenie punktu, w którym występuje maksimum krzywizny.

Ogólna krzywa przejściowa, która oprócz warunków (1), (2), (15) i (16) spełnia też warunki (7) i (8), ma postać [1]:

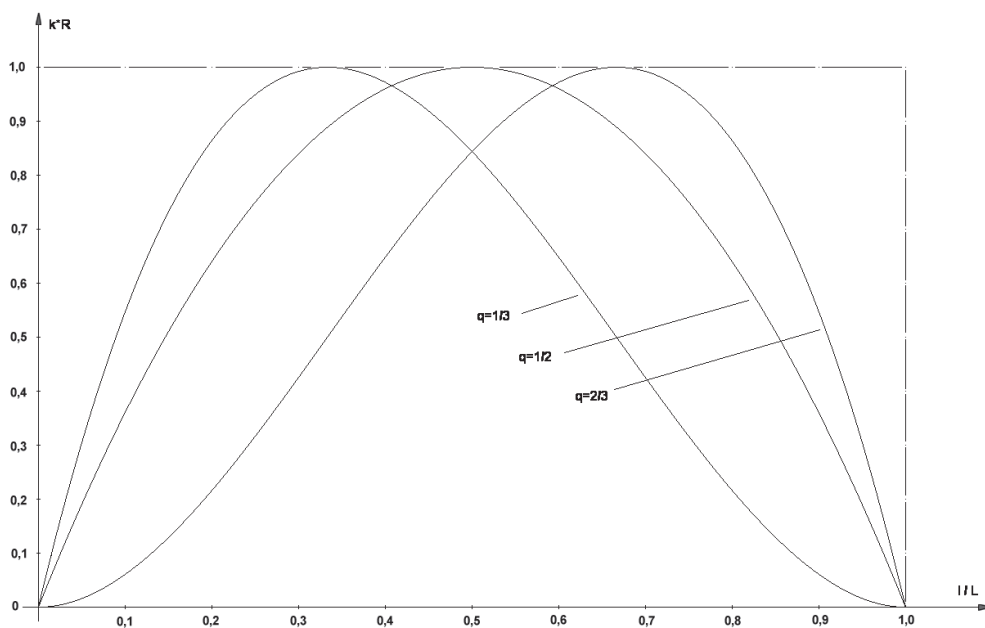
$$K(l) = \frac{1}{R} \left[ A \left( \frac{l}{L} \right)^2 + B \left( \frac{l}{L} \right)^3 + C \left( \frac{l}{L} \right)^4 + D \left( \frac{l}{L} \right)^5 \right], \quad (18)$$

gdzie:

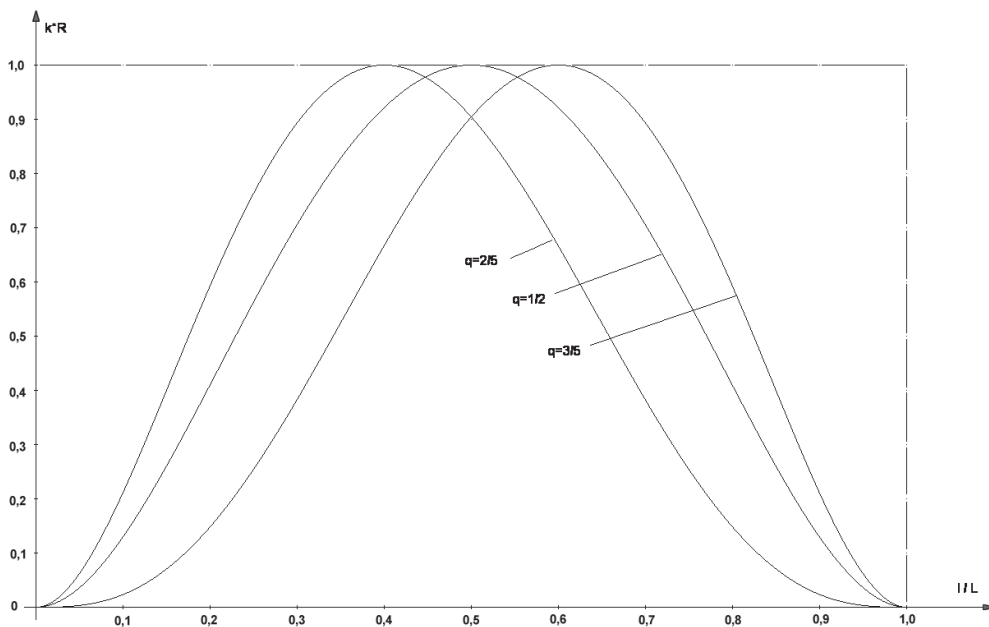
$$A = \frac{3q - 8q^2 + 5q^3}{q^3(1-q)^4}, \quad B = \frac{-2 + 12q^2 - 10q^3}{q^3(1-q)^4},$$

$$C = \frac{4 - 9q + 5q^3}{q^3(1-q)^4}, \quad D = \frac{-2 + 6q - 4q^2}{q^3(1-q)^4},$$

przy czym  $q = l_m / L$ ,  $\frac{2}{5} \leq q \leq \frac{3}{5}$ . Wykresy krzywizny krzywych (17) i (18) dla różnych wartości parametru  $q$  przedstawiają rysunki 2 i 3. Stanowią one ilustrację dużych możliwości kształtowania krzywizny krzywych (17) i (18), a tym samym – dopasowania geometrii przejścia krzywoliniowego do ograniczeń terenowych.



Rys.2. Wykresy krzywizny ogólnych krzywych przejściowych (17) dla różnych wartości  $q$   
 Fig.2. Curvature pictures of the general transition curves (17) for different values  $q$



Rys.3. Wykresy krzywizny ogólnych krzywych przejściowych (18) dla różnych wartości  $q$   
 Fig.3. Curvature pictures of the general transition curves (18) for different values  $q$

Ogólna krzywa przejściowa wyznaczona przez innych autorów [4], przy tych samych założeniach co krzywa (18), jest opisana równaniem:

$$K(l) = \frac{1}{R} \left[ A \left( \frac{l}{L} \right)^5 + B \left( \frac{l}{L} \right)^4 + D \left( \frac{l}{L} \right)^2 \right], \quad (19)$$

przy czym:

$$l_m \cong 0,55825757 \cdot L; \quad A \cong 15,53821559; \quad B \cong -23,30732333; \quad D \cong 7,76910779$$

(krzywa (19) jest szczególnym przypadkiem rozwiązania (17) przy  $q \cong 0,55825757$ ).

Wśród ogólnych krzywych przejściowych znane są też takie rozwiązania [12], które spełniają pełny zestaw warunków brzegowych, tj. (1), (2), (7), (8), (11), (12), (15) i (16).

Sporym mankamentem przy stosowaniu wszystkich, wyżej wymienionych krzywych, które są określone funkcją krzywizny, jest utrudnione rachunkowo wyznaczenie współrzędnych prostokątnych. Współrzędne, niezbędne do wyznaczenia łuku w terenie, oblicza się bowiem ze wzorów:

$$x = \int_0^l \cos u(l) dl, \quad (20)$$

$$y = \int_0^l \sin u(l) dl, \quad (21)$$

po wcześniejszym rozwinięciu wyrażeń opisujących  $\cos u(l)$  i  $\sin u(l)$  w szereg, przy czym kąty zwrotu  $u(l)$  wyraża się jako ([1], [13]):

$$u(l) = \int_0^l K(l) dl. \quad (22)$$

Należy zauważyć, że całki (20) i (21) prowadzą z reguły do bardzo rozbudowanych formuł matematycznych, co ilustrują odpowiednie wzory dla krzywej (9) ([6]) i ogólnej krzywej przejściowej (16) ([10]). Dlatego, do wyznaczania wartości całek korzystnie jest stosować różne metody całkowania numerycznego (np. [14]).

Pod względem łatwości wyznaczania współrzędnych wygodniejsze są krzywe przejściowe dane w postaci funkcji jawnej. Będą one przedmiotem rozważań w dalszej części tego artykułu.

#### 4. OGÓLNE KRZYWE PRZEJŚCIOWE W POSTACI FUNKCJI JAWNEJ

Warunki brzegowe ogólnych krzywych przejściowych w postaci funkcji jawnej  $y=f(x)$  formułuje się nieco inaczej niż dla krzywych opisanych funkcją krzywizny  $K=K(l)$ . Wynika to z faktu, że formuła matematyczna tych krzywych opiera się na ogólnej postaci wielomianu

$$y=f(x) = \sum_{i=0}^{i=n} a_i x^i, \quad (23)$$

a ich krzywiznę wyraża znana zależność

$$K(x) = \frac{|y''|}{(1+y'^2)^{3/2}}. \quad (24)$$

W punkcie początkowym i punkcie końcowym ogólnej krzywej przejściowej krzywizna powinna być równa zero, zatem z (24) wynikają warunki

$$y''(0) = 0, \quad (25)$$

$$y''(x_K) = 0, \quad (26)$$

gdzie:

$x_K$  – odcięta punktu końcowego.



Z literatury znane są rozwiązania ogólnych krzywych przejściowych ([1]), których położenie w układzie współrzędnych prostokątnych przedstawia rysunek 4. Odpowiednio do rysunku 4, warunki brzegowe tych krzywych obejmują dodatkowo

$$y(0)=0 \quad , \quad (27)$$

$$y(x_K)=0 \quad , \quad (28)$$

$$y'(0)=\operatorname{tgu}_P \quad , \quad (29)$$

$$y'(x_K)=\operatorname{tgu}_K \quad . \quad (30)$$

Rozwiązanie ogólnych krzywych przejściowych opisanych za pomocą funkcji (23) przy  $n=5$ , które spełnia warunki (25) – (30), ma postać

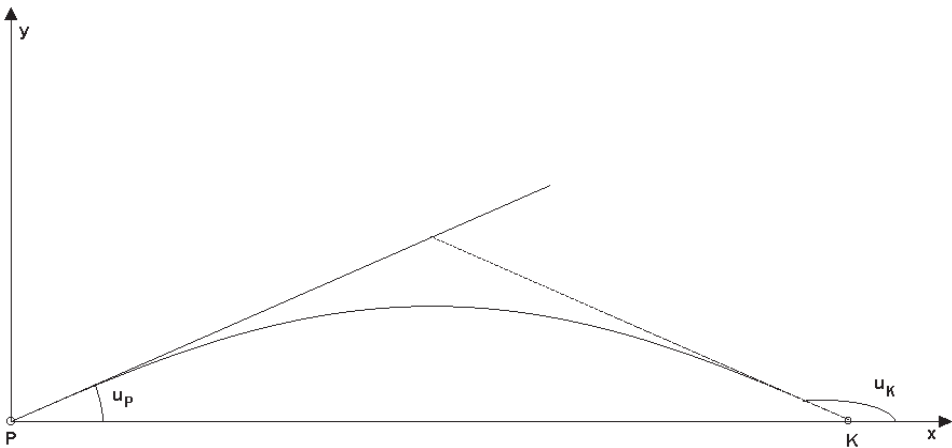
$$y=x_K (M_1 \operatorname{tgu}_P + M_2 \operatorname{tgu}_K) \quad , \quad (31)$$

gdzie:

$$M_1=t-6t^3+8t^4-3t^5 \quad , \quad M_2=-4t^3+7t^4-3t^5$$

oraz  $t=x/x_K$ . Podstawowy warunek projektowy tych krzywych ma postać

$$-\frac{3}{2} \leq \frac{\operatorname{tgu}_P}{\operatorname{tgu}_K} \leq -\frac{2}{3} \quad . \quad (32)$$



Rys.4. Ogólne krzywe przejściowe w układzie współrzędnych prostokątnych  
Fig.4. General transition curves in the cartesian coordinate system

Zgodnie z [1], przy spełnieniu tego warunku krzywizna krzywych (31) rośnie od zera w punkcie P do pewnej wartości maksymalnej w punkcie E, po czym ponownie maleje do zera w punkcie K. Maksimum krzywizny może przy tym zmieniać swoje położenie na krzywej w zakresie odciętych  $x_E \in \left\langle \frac{1}{3}x_K; \frac{2}{3}x_K \right\rangle$ .

Druga znana rodzina ogólnych krzywych przejściowych w postaci funkcji  $y=f(x)$  również spełnia warunki brzegowe (25) – (30). Ponadto spełnione są warunki odpowiadające tym, które są wyrażone równaniami (7) i (8). W przypadku krzywych w postaci  $y=f(x)$  przyjmują one jednak nieco inną postać. Wartości  $\frac{dK}{dl}$  można bowiem wyrazić jako

$$\frac{dK}{dl} = \frac{dK}{dx} \frac{dx}{dl} . \quad (33)$$

Ponieważ  $\frac{dx}{dl} = \frac{1}{\sqrt{1+y'^2}}$ , zatem z (33) wynika, że warunki (7) i (8) przyjmą dla krzywych  $y=f(x)$  postać

$$\frac{dK}{dx}(0)=0 , \quad (34)$$

$$\frac{dK}{dx}(x_K)=0 , \quad (35)$$

Ponieważ ze wzoru (24) otrzymujemy

$$\frac{dK}{dx} = \frac{y'''(1+y'^2) - 3y'y''^2}{(1+y'^2)^{3/2}} , \quad (36)$$

zatem po uwzględnieniu (25) i (26) wynika, że warunki (34) i (35) będą spełnione, jeśli

$$y'''(0)=0 , \quad (37)$$

$$y'''(x_K)=0 . \quad (38)$$

Rozwiązanie ogólnych krzywych przejściowych wyznaczone przy warunkach (25) – (30) oraz (37) – (38) ma postać [1]:

$$y = x_K (G_1 t g u_p + G_2 t g u_K) , \quad (39)$$

gdzie:

$$G_1 = t - 20t^4 + 45t^5 - 36t^6 + 10t^7 , \quad G_2 = -15t^4 + 39t^5 - 34t^6 + 10t^7$$

oraz  $t = x/x_K$ . Podstawowy warunek projektowy krzywych (39) ma postać

$$-\frac{4}{3} \leq \frac{tgu_p}{tgu_k} \leq -\frac{3}{4} . \quad (40)$$

Zgodnie z [1], przy spełnieniu tego warunku punkt o maksymalnej krzywiznie może zmieniać swoje położenie na krzywej w zakresie odciętych  $x_E \in \langle \frac{2}{5}x_K ; \frac{3}{5}x_K \rangle$ .

Inne rozwiązania ogólnych krzywych przejściowych zostały przedstawione również w pracy [2]. Są to modyfikacje krzywych (31) i (39), polegające na ułożeniu końca krzywej nie na osi odciętych, lecz dowolnie względem niej (rys. 5). Pierwsza z nich ma postać

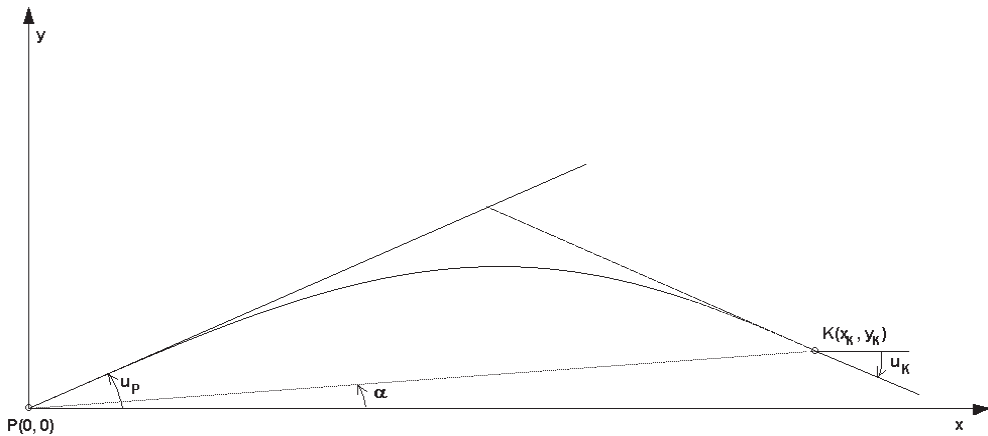
$$y = x_k (M_0 \operatorname{tg} \alpha + M_1 tgu_p + M_2 tgu_k) , \quad (41)$$

przy czym  $\alpha$  jest kątem nachylenia cięciwy głównej, łączącej początek i koniec krzywej, oraz:

$$M_0 = 10t^3 - 15t^4 + 6t^5 ,$$

$$M_1 = t - 6t^3 + 8t^4 - 3t^5 ,$$

$$M_2 = -4t^3 + 7t^4 - 3t^5 .$$



Rys.5. Modyfikacje ogólnych krzywych przejściowych w układzie współrzędnych prostokątnych

Fig.5. Modifications of the general transition curves in the cartesian coordinate system

Warunkiem projektowym krzywych (41) jest spełnienie zależności [15]:

$$tg\alpha = M_{1/0} tgu_p + M_{2/0} tgu_K \quad (42)$$

przy czym:

$$M_{1/0} \in \left\langle \frac{2}{5}; \frac{3}{5} \right\rangle, \quad M_{2/0} \in \left\langle \frac{2}{5}; \frac{3}{5} \right\rangle.$$

Druga modyfikacja ogólnych krzywych przejściowych ma postać:

$$y = x_K (G_0 tg\alpha + G_1 tgu_p + G_2 tgu_K), \quad (43)$$

gdzie:

$$G_0 = 35t^4 - 84t^5 + 70t^6 - 20t^7,$$

$$G_1 = t - 20t^4 + 45t^5 - 36t^6 + 10t^7,$$

$$G_2 = -15t^4 + 39t^5 - 34t^6 + 10t^7.$$

Warunek projektowy krzywych (43), pozwalający na uzyskanie właściwego rozkładu krzywizny, ma natomiast postać [15]:

$$tg\alpha = G_{1/0} tgu_p + G_{2/0} tgu_K, \quad (44)$$

przy czym:

$$G_{1/0} \in \left\langle \frac{3}{7}; \frac{4}{7} \right\rangle, \quad G_{2/0} \in \left\langle \frac{3}{7}; \frac{4}{7} \right\rangle.$$

## 5. UWAGI KOŃCOWE

W świetle powyższego przeglądu różnych rozwiązań krzywych przejściowych można stwierdzić, że w praktyce istnieją obecnie duże możliwości geometrycznego kształtowania krzywoliniowych odcinków tras drogowych. W dobie powszechnej komputeryzacji nie ma żadnych przeszkód, aby w konkretnych sytuacjach stosować najbardziej odpowiednie elementy geometryczne. Wśród znanych rozwiązań krzywych przejściowych są do dyspozycji takie, które są bardziej niż klotoida korzystne w świetle warunków dynamiki ruchu. Może to mieć znaczenie w przypadku tras dostosowanych do dużych prędkości ruchu, jeśli ograniczenia terenowe nie pozwalałyby na zastosowanie odpowiednio dużych promieni krzywizny. Warto dodać, że w parze z tym – w przypadku ogólnych krzywych przejściowych – idzie swoboda kształtowania krzywizny, co jest istotne w aspekcie możliwości dostosowania przebiegu trasy do zadanych punktów kierunkowych. Ponadto, w kontekście komputerowego projektowania tras, ważna jest możliwość opisu całego przejścia krzywoliniowego między

dwoma kierunkami prostoliniowymi za pomocą jednego równania, jak to ma miejsce w przypadku ogólnych krzywych przejściowych. Dodatkowe zalety tych krzywych można wiązać z rozwiązaniami w postaci funkcji jawnej, które są bardziej „przyjazne”, jeśli chodzi o wyznaczanie danych do tycznia w terenie.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] *Grabowski R.J.*: Gładkie przejścia krzywoliniowe w drogach kołowych i kolejowych. Zeszyty Naukowe AGH, Geodezja nr 82, Kraków 1984
- [2] *Kobryń A.*: Wielomianowe krzywe przejściowe w projektowaniu niwelety tras drogowych. Wydawnictwo Politechniki Białostockiej, Rozprawy Naukowe nr 100, Białystok 2002
- [3] *Wenderlein W.*: Klothoiden-Kreis-Trassierung und allgemeine mathematische Übergangskurven. Zeitschrift für Vermessungswesen, Heft 4/1968, Stuttgart
- [4] *Baykal O., Tari E., Coskun Z., Sahin M.*: A new transition curve joining two straight lines. ASCE Journal of Transportation Engineering 123, 5, Reston 1997
- [5] *Kobryń A.*: Zur Kurvenüberleitung bei der Ausfahrt von Autobahnen. Vermessungswesen und Raumordnung, Heft 8/1991, Bonn
- [6] *Kobryń A.*: Zur Berechnung von Absteckdaten bei der Anwendung der Blosskurve. Zeitschrift für Vermessungswesen, Heft 7/1991, Stuttgart
- [7] *Jacobs E.*: Die Sinusoide als neuzeitliches Trassierungselement. Vermessungsingenieur, Heft 1/1987
- [8] *Tari E., Baykal O.*: An alternative curve with enhanced dynamics. ARI An Interdisciplinary Journal of Physical and Engineering Sciences by Springer Verlag, No. 2/1998
- [9] *Auberlen R.*: Vom Schwung der Fahrt zur Form der Strasse. Forschungsarbeiten aus dem Strassenwesen, Heft 25, Bielefeld 1956
- [10] *Kobryń A.*: Allgemeine mathematische Übergangskurven als Trassierungselement. Zeitschrift für Vermessungswesen, Heft 5/1993, Stuttgart
- [11] *Kobryń A.*: Zur Anwendung allgemeiner mathematischer Übergangskurven im Verkehrswegebau. Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, Heft 8-9/1991, Stuttgart
- [12] *Tari E., Baykal O.*: A new transition curve in the use of high speed transportation systems. Canadian Journal of Civil Engineering No. 2, NRC Research Press, Montreal 2005
- [13] *Morlok E.K.*: Introduction to transportation engineering and planing. Mc Graw-Hill, Inc., New York 1978
- [14] *Sharpe R.J., Thorne R.W.*: Numerical method for extracting an arc length parametrization, Computer Aided Design, No. 2/1982
- [15] *Kobryń A.*: Metodyka wielomianowego kształtowania krzywych przejściowych. Wydawnictwo Politechniki Białostockiej, seria Rozprawy Naukowe, Białystok 2008 (w druku)

## **NEW TRANSITION CURVE TYPES FOR ROAD DESIGN**

### **Abstract**

The transition curves are important geometrical elements for the design process of roads. The most frequently used curves are spiral curves. So far other curves have been of smaller importance, because of larger expenditure associated with computation of rigging data. Now it is however no more a disadvantage, because the computer-aided design makes it possible to use also complicated geometrical solutions. This work contains an overview of the new solutions of transition curves. It concerns so-called general transition curves, which describe the whole curvilinear transition between the two straight-line sections by means of only one equation. Thus they can form an alternative for traditional geometrical forms, which are to be understood as 1<sup>st</sup> transition curve – circular arc – 2<sup>nd</sup> transition curve or 1<sup>st</sup> transition curve – 2<sup>nd</sup> transition curve.