



CZESŁAW MACHELSKI¹⁾
ROBERT TOCZKIEWICZ²⁾

WPŁYW WYPOSAŻENIA MOSTU NA WSKAŹNIKI PODATNOŚCI ZESPOLENIA W DŹWIGARACH STALOWO-BETONOWYCH

STRESZCZENIE. Praca dotyczy mostów zespolonych o konstrukcji stalowo - betonowej. W modelu dźwigara zakłada się, że stalowa belka połączona jest z żelbetową płytą pomostową, z którą współdziała wyposażenie – nawierzchnia jezdni i kapa chodnikowa. Przyjęto, że elementy dźwigara i tak określona warstwa wyposażenia współpracują ze sobą, a w ich styku uwzględnia się nieciągłość odkształceń, jako efekt podatnego zespolenia. Do opisu zagadnienia wykorzystano własne wskaźniki podatności zespolenia, definiowane na podstawie sił wewnętrznych i odkształceń w przekroju zespolonym. Rozwiązanie problemu zilustrowano wynikami analiz parametrycznych, wykonanych dla wybranego obiektu mostowego o konstrukcji zespolonej. Rezultaty tych analiz wskazują, iż wskaźniki podatności zespolenia określane z pomiarów odkształceń na belkach stalowych, umożliwiają oszacowanie sztywności dźwigara współdziałającego z elementami niekonstrukcyjnymi, jak również określenie zakresu zmienności odkształceń w styku. Trudność oszacowania sztywności połączenia warstwy wyposażenia z płytą pomostową wynika z efektów lokalnych (tarcie, przyczepność) oraz innych czynników o cechach losowych.

¹⁾ dr hab. inż. – profesor na Wydziale Inżynierii Lądowej i Środowiska Uniwersytetu Zielonogórskiego

²⁾ mgr inż. – Instytut Inżynierii Lądowej Politechniki Wrocławskiej

1. WPROWADZENIE

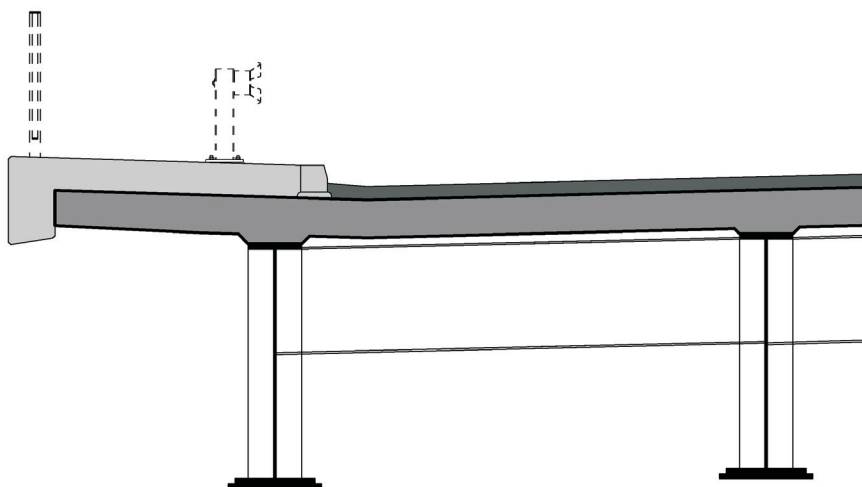
Dźwigar zespolony, stosowany zwykle w konstrukcjach mostowych, składa się z belki stalowej, z którą współdziała żelbetowa płyta pomostowa. Współpraca ta jest osiągnięta dzięki łącznikom zespalającym, przenoszącym siły rozwarstwiającej, powstające w styku. W przypadku rozważanego dźwigara stalowo-betonowego, są nimi najczęściej podatne łączniki sworzniowe, przyspawane do górnego pasa belki [1, 2], otoczone betonem płyty pomostowej. Z powodu ich odkształcalności giętnej oraz luzów, mogących powstać w wyniku obciążeń cyklicznych [3 - 5], podczas eksploatacji obiektu, zespolenie należy uważać za podatne, co oznacza że współpraca obu elementów nie jest idealna, lecz częściowa [6 - 9]. W wyniku tak zdefiniowanej podatności zespolenia, występuje nieciągły rozkład odkształceń na wysokości dźwigara, a zasadę płaskich przekrojów można przyjmować jedynie oddzielnie dla jego elementów składowych. Związana z tym jest redystrybucja sił wewnętrznych pomiędzy częścią stalową i betonową przekroju [6, 7] oraz redukcja jego sztywności giętnej, a więc wzrost ugięć dźwigara [10]. Skrajnymi przypadkami zespolenia podatnego są:

- zespolenie pełne, gdy występuje skuteczne połączenie elementów dźwigara (ich pełna współpraca), jak w materiale jednorodnym;
- brak zespolenia, gdy elementy dźwigara pracują jak w belce wielokrotnej.

Wyposażenie mostu, takie jak nawierzchnia jezdni i konstrukcja chodników, jak na rysunku 1, mimo że nie jest elementem konstrukcyjnym, wpływa na sztywność i nośność obiektu. W praktyce projektowej elementów wyposażenia nie uwzględnia się jednak przy obliczaniu charakterystyk geometrycznych przekrojów. Także z uwagi na stosowanie izolacji, traktowanej jako swego rodzaju przekładka poślizgowa, zakłada się, że nie współpracują one z dźwigarami. Jak jednak pokazują wyniki badań obiektów mostowych, ich wpływ na sztywność konstrukcji jest widoczny [11].

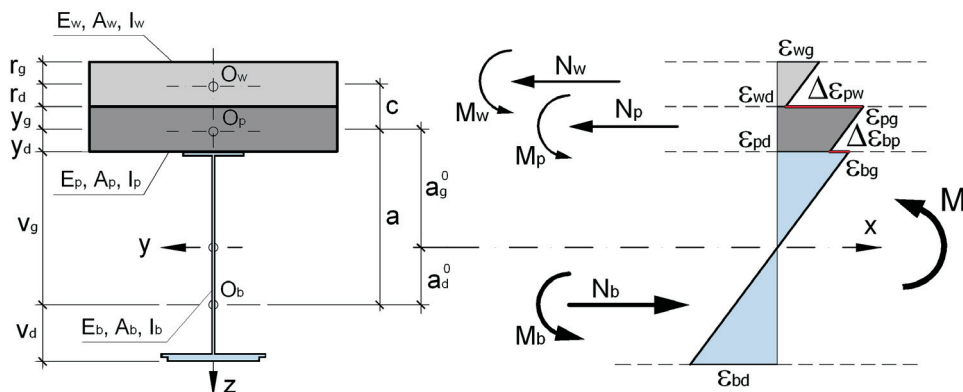
W niniejszej pracy przez wyposażenie rozumie się warstwy nawierzchni jezdni i konstrukcję chodników, definiowane jako płyta (warstwa) wtórna. Współpracuje ona z betonem płyty pomostowej, którą określa się tu mianem płyty pierwotnej [12, 13]. Nie uwzględnia się wpływu pozostałych elementów niekonstrukcyjnych, takich jak balustrady i bariery ochronne, które zazwyczaj są stosunkowo wiotkie, wykonywane z części łączonych na obiekcie (luzy w połączeniach), a zatem nie wpływają znacząco na zwiększenie sztywności przeseł mostów drogowych. Rozpatrzenie ich współpracy może być natomiast zasadne w przypadku sztywnych balustrad (np. z rur) w małych obiektach, takich jak kładki dla pieszych, lub betonowych barier ochronnych, przy braku ich poprzecznych dylatacji.

Mechanizm współpracy tak zdefiniowanej płyty wtórnej z płytą pomostową (pierwotną), opiera się w głównej mierze na siłach tarcia i przyczepności. Stosowane łączenie kap chodnikowych z płytą pomostową za pomocą łączników mechanicznych (kotwy talerzowe), ma za zadanie głównie przeciwdziałać odrywaniu tych elementów w kolizji z kołem samochodu. Wykonywanie na górnej powierzchni pomostu warstwy izolacji dodatkowo może ograniczać tę współpracę.



Rys.1. Przekrój poprzeczny mostu zespolonego z elementami wyposażenia
Fig.1. Cross-section of a steel-concrete composite bridge with fitting elements

Dźwigar zespolony, złożony z elementów: belka stalowa – płyta pomostowa (płyta pierwotna) – wyposażenie (płyta wtórna), jest przedmiotem analiz ujętych w artykule. Charakterystyki geometryczne przekroju poprzecznego układu odnosi się do trzech środków ciężkości: warstwy wtórnej, płyty oraz belki (O_w, O_p i O_b). Jako niezależne traktuje się charakterystyki elementów przekroju zespolonego dźwigara: pola powierzchni przekroju (A_w, A_p i A_b) i momenty bezwładności (I_w, I_p i I_b). Położenie środków ciężkości tych elementów, jak na rysunku 2, określają wymiary pionowe: dla belki (v_g i v_d), płyty pierwotnej (y_g i y_d) i wtórnej (r_g i r_d). Charakterystyki geometryczne przekroju poprzecznego dźwigara oblicza się na podstawie wymiarów elementów składowych przekroju zespolonego, z uwzględnieniem położenia ich środków ciężkości.



Rys.2. Geometria i siły wewnętrzne w dźwigrze trójwarstwowej
Fig.2. Geometry and internal forces in a three-layer girder

W ogólnym przypadku dogodnie jest rozdzielenie wypadkowego momentu zginającego M , na trzy układy sił działające na płyty pierwotną i wtórną oraz belkę. Siły wewnętrzne, odniesione do elementów składowych przekroju poprzecznego, są statycznie równoważne wypadkowemu momentowi M w analizowanym przekroju. Spełniają one warunki równowagi statycznej:

- sumy rzutów sił na oś poziomą

$$N_b - N_p - N_w = 0 \quad , \quad (1)$$

- sumy momentów względem środka ciężkości przekroju płyty pomostowej O_p

$$M_b + N_b \cdot a + M_p + M_w + N_w \cdot c = M \quad . \quad (2)$$

Warunek zgodności krzywizn łączy momenty zginające elementy dźwigara w równaniu

$$\frac{M_b}{E_b I_b} = \frac{M_p}{E_p I_p} = \frac{M_w}{E_w I_w} \quad . \quad (3)$$

W celu uproszczenia zapisu i ograniczenia liczby zmiennych we wzorze (3), wprowadza się zwykle [1, 2, 6] współczynniki, służące do określania charakterystyk geometrycznych składników przekroju zespolonego. W sensie wytrzymałościowym cechy elementów sprowadza się do materiału jednorodnego, najczęściej belki. Wówczas cechy fizyczne materiałów płyt (pierwotnej i wtórnej) porównuje się, korzystając z zależności

$$n_{bp} = \frac{E_p}{E_b} \quad , \quad (4)$$

$$n_{bw} = \frac{E_w}{E_b} \quad . \quad (5)$$

Pola powierzchni przekrojów poprzecznych elementów dźwigara zespolonego, po wykorzystaniu współczynników n_{bp} oraz n_{bw} , ulegają redukcji zgodnie z zależnościami

$$A_{pn} = n_{bp} A_p \quad , \quad (6)$$

$$A_{wn} = n_{bw} A_w \quad , \quad (7)$$

podobnie jak momenty bezwładności

$$I_{pn} = n_{bp} I_p \quad , \quad (8)$$

$$I_{wn} = n_{bw} I_w \quad . \quad (9)$$

Położenie środków ciężkości elementów przekroju poprzecznego jest charakteryzowane przez wielkości

$$a = v_g + y_d , \quad (10)$$

$$c = y_g + r_d . \quad (11)$$

2. ROZWIĄZANIE ANALITYCZNE

W modelu dźwigara przyjęto podatne zespolenie w stykach elementów przekroju (wyposażenie – płyta – belka), skutkujące brakiem ich pełnej współpracy. Dodatkowo założono, że spełnione są następujące założenia ogólne:

- zasada płaskich przekrojów, oddzielnie w każdym elemencie;
- jednakowa krzywizna w wszystkich części przekroju zespolonego;
- brak zarysowania płyty pierwotnej i wtórnej;
- obciążenia mostu są doraźne, nie rozpatruje się efektów reologicznych [12, 14].

W [6, 15] przyjęto wskaźnik opisujący podatność połączenia belki i płyty, określony na podstawie różnicy odkształceń w styku $\Delta\varepsilon_{bp}$, odniesionej do odkształceń ε_{bg} , powstałych na górnej krawędzi dźwigara stalowego, jak na rysunku 2

$$\beta = \beta_{bp} = \frac{\Delta\varepsilon_{bp}}{\varepsilon_{bg}} . \quad (12)$$

Analogicznie zdefiniowano [13] wskaźnik określony na podstawie różnicy odkształceń w styku płyty i warstwy wyposażenia $\Delta\varepsilon_{pw}$, odniesionej do odkształceń ε_{pg} , powstałych na górnej krawędzi płyty

$$\beta_{pw} = \frac{\Delta\varepsilon_{pw}}{\varepsilon_{pg}} . \quad (13)$$

Do oceny podatności zespolenia w mostach stalowych przydatny jest wskaźnik podany w [6, 7, 17], zdefiniowany jako proporcja siły osiowej do momentu zginającego w belce stalowej

$$\mu = \frac{a \cdot N_b}{M_b} . \quad (14)$$

W niniejszej pracy, wprowadza się wskaźnik

$$\mu_{bp} = \frac{a \cdot N_p}{M_b} , \quad (15)$$

w celu uwzględnienia podatności zespolenia pomiędzy płytą i belką, a dla warstwy leżącej nad płytą analogiczny

$$\mu_{pw} = \frac{c \cdot N_w}{M_p} . \quad (16)$$

W przypadku braku wyposażenia, otrzymuje się z (1) $N_p = N_b$, a stąd $\mu_{bp} = \mu$, jak w (14).

Z uwagi na to, że głównym elementem przekroju zespolonego jest belka stalowa, oblicza się siły wewnętrzne w belce M_b i N_b . Korzystając ze wzoru (1) określa się siłę osiową

$$N_b = N_p + N_w . \quad (17)$$

Równanie (2) można przekształcić, po uwzględnieniu (16) i (17), do postaci

$$M_b + (aN_p + aN_w) + M_p + M_w + \mu_{pw} M_p = M , \quad (18)$$

a po uwzględnieniu (3) zapisać jako

$$M_b (1 + \mu_{bp}) + \left(\frac{a+c}{c} \mu_{pw} + 1 \right) \frac{EI_p}{EI_b} M_b + \frac{EI_w}{EI_b} M_b = M . \quad (19)$$

Wzór (19), po uporządkowaniu, przyjmuje postać

$$\frac{M_b}{I_b} \left[I_b (1 + \mu_{bp}) + I_{pn} \left(\frac{a+c}{c} \mu_{pw} + 1 \right) + I_{wn} \right] = M . \quad (20)$$

Z warunku zgodności krzywizn ujętej w proporcji momentu zginającego całej przekrój dźwigara M , do sztywności na zginanie $E_b I_\mu$

$$\frac{M}{E_b I_\mu} = \frac{M_b}{E_b I_b} , \quad (21)$$

uzyskuje się z (20) moment bezwładności dźwigara

$$I_\mu = I_b (1 + \mu_{bp}) + I_{pn} \left(1 + \frac{a+c}{c} \mu_{pw} \right) + I_{wn} , \quad (22)$$

w którym uwzględnia się podatność zespolenia trzech, składowych elementów. Wzór (22) upraszcza się w następujących, szczególnych przypadkach

- braku współpracy pomiędzy wszystkimi elementami dźwigara, czyli $\mu_{bp} = \mu_{pw} = 0$, wówczas

$$I_\mu = I_b + I_{pn} + I_{wn} , \quad (23)$$

- braku warstwy wyposażenia, czyli $I_{wn} = 0$ i $\mu_{pw} = 0$, wówczas

$$I_\mu = I_b (1 + \mu) + I_{pn} , \quad (24)$$

gdź $\mu_{bp} = \mu$.

Dogodniejszą postać wzoru (20) uzyskuje się, gdy uwzględnia się podatność zespolenia płyty z belką jak w (14). Wówczas z (2) otrzymuje się

$$M_b + \mu M_b + M_p + M_w + \mu_{pw} M_p = M, \quad (25)$$

a stąd

$$M_b (1 + \mu) + (1 + \mu_{pw}) \frac{EI_p}{EI_b} M_b + \frac{EI_w}{EI_b} M_b = M. \quad (26)$$

Po przekształceniach, jak w (19), uzyskuje się

$$\frac{M_b}{I_b} [I_b (1 + \mu) + I_{pn} (1 + \mu_{pw}) + I_{wn}] = M. \quad (27)$$

Z porównania wzorów (20) i (27) wynika zależność współczynników podatności zespolenia płyty i belki

$$\mu = \mu_{bp} + \frac{a}{c} \frac{I_{pn}}{I_b} \mu_{pw}. \quad (28)$$

W przypadku, gdy nie występuje zespolenie wyposażenia z płytą pomostową ($\mu_{pw} = 0$), zachodzi równość $\mu_{bp} = \mu$.

Bezpośrednio ze wzoru (27) wynika zależność pomiędzy momentami bezwładności i momentami zginającymi w całym dźwigarze i części stalowej przekroju (belce)

$$\kappa = \frac{I_\mu}{I_b} = \frac{M}{M_b} = (1 + \mu) + \frac{I_{pn}}{I_b} (1 + \mu_{pw}) + \frac{I_{wn}}{I_b}. \quad (29)$$

Wartość κ w (29) można traktować również jako wskaźnik zespolenia. Pozwala on bezpośrednio szacować sztywność dźwigara zespolonego, jak również momenty zginające w elementach, podanych na rys. 2. W tym przypadku siły wewnętrzne przyłożone do belki określa się na podstawie (29), jako

$$M_b = \frac{M}{\kappa}, \quad (30)$$

natomiast z (14) i (30) otrzymuje się

$$N_b = \frac{\mu \cdot M_b}{a} = \frac{\mu}{\kappa} \frac{M}{a}. \quad (31)$$

Z (3) i (30) oblicza się moment zginający w płycie pomostowej

$$M_p = \frac{M}{\kappa} \frac{I_{pn}}{I_b} \quad (32)$$

oraz w płycie wtórnej

$$M_w = \frac{M}{\kappa} \frac{I_{wn}}{I_b}. \quad (33)$$

Wartości momentów można wykorzystać do określenia sił osiowych w płycie pomostowej

$$N_p = \frac{\mu_{bp} \cdot M_b}{a} = \frac{\mu_{bp}}{\kappa} \frac{M}{a} \quad (34)$$

oraz w płycie wtórnej

$$N_w = \frac{\mu_{pw} \cdot M_p}{c} = \frac{\mu_{pw}}{\kappa} \frac{M}{c} \frac{I_{pn}}{I_b} \quad (35)$$

3. ANALIZA PARAMETRYCZNA PODATNOŚCI ZESPOLENIA

3.1. ZAŁOŻENIA

Analizę parametryczną wykonano dla dźwigarów przykładowego mostu zespolonego, na którym prowadzone były badania in-situ [16, 17]. W przykładach numerycznych uwzględnia się elementy wyposażenia, przyjmując tym samym model płyty jako dwuwarstwowy, z podatnym zespoleniem w stykach. W analizie wyróżnia się przekroje dźwigara skrajnego (z kapą chodnikową) i pośredniego (z nawierzchnią jezdni). Wymiary przekrojów i ich charakterystyki geometryczne podano w tablicy. Charakterystyki materiałowe betonów płyty pomostowej i kapy chodnikowej przyjęto dla danych projektowych zgodnie z [18]. Dla nawierzchni posłużono się danymi z [19], przyjmując wartość modułu sztywności dla okresu zimowego, kiedy wpływ współpracy nawierzchni jest największy. Należy tu zauważyć, że wartość modułu sztywności nawierzchni z betonu asfaltowego silnie zależy od temperatury i wraz z jej wzrostem znacząco maleje. Dla rozpatrywanego przekroju wpływ nawierzchni jezdni na sztywność dźwigara dla temperatur okresu letniego [19] jest pomijalny.

Zasadniczym celem badań [16, 17] było określenie efektów podatności zespolenia w dźwigarach pośrednich, gdzie wpływ współpracy wyposażenia jest najmniejszy, dlatego w dźwigarze skrajnym (z kapą chodnikową) zlokalizowano niewielką liczbę czujników tensometrycznych. Znacznie mniejsza, w porównaniu z danymi w tablicy, była rzeczywista sztywność nawierzchni jezdni, z uwagi na prowadzenie badań w okresie wiosenno-letnim, a więc jej wpływ był ograniczony. Przyjęcie w obliczeniach większej wartości modułu sztywności było zabiegiem celowym, dla przedstawienia jej teoretycznego wpływu na analizowane zagadnienie. Z tych względów, w niniejszej pracy nie porównuje się wyników obliczeń z rezultatami badań obiektu [20], gdyż można by je do siebie odnosić jedynie pośrednio.

Tablica. Parametry geometryczne i materiałowe elementów dźwigarów
Table. Geometrical and material properties of the girders

Dźwigar	Element dźwigara	v_g, y_g, r_g [m]	v_d, y_d, r_d [m]	A_b, A_p, A_w [m ²]	I_b, I_{pn}, I_w [m ⁴]	E_b, E_p, E_w [MPa]
skrajny	belka stalowa	1,064	0,756	0,0727	0,04034	206000
	plyta pomostowa	0,138	0,182	0,8860	0,00615	36400
	kapa chodnikowa	0,213	0,037	0,5360	0,01461	32600
pośredni	belka stalowa	1,064	0,756	0,0727	0,04034	206000
	plyta pomostowa	0,138	0,182	1,0540	0,00724	36400
	nawierzchnia	0,053	0,053	0,3890	0,00036	18000

3.2. ANALIZY NUMERYCZNE

Analiza dotyczy zakresu wartości wskaźnika zespolenia μ (styk belki i płyty pomostowej) w dźwigarach skrajnym i pośrednim, z uwzględnieniem współpracy elementów wyposażenia. Na rys. 3 przedstawiono funkcje $\mu(\kappa)$ dla trzech szczególnych (skrajnych) przypadków zespolenia w obydwu dźwigarach:

- A – gdy nie występują elementy wyposażenia

$$\kappa = \mu + \frac{I_b + I_{pn}}{I_b}, \quad (35)$$

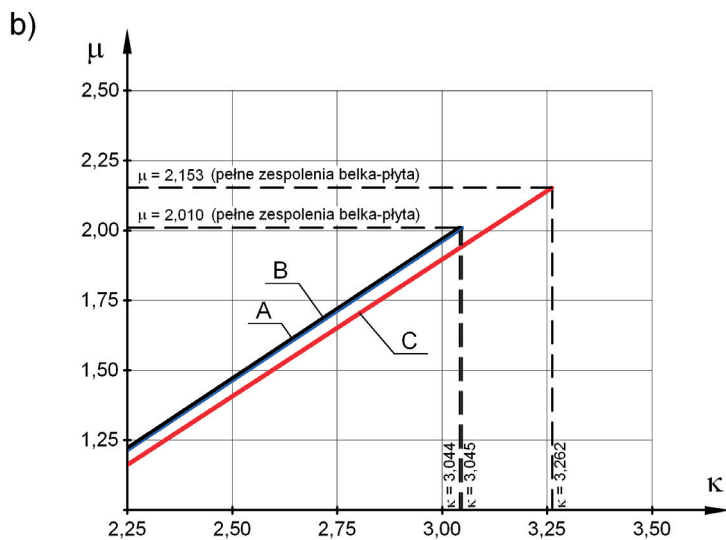
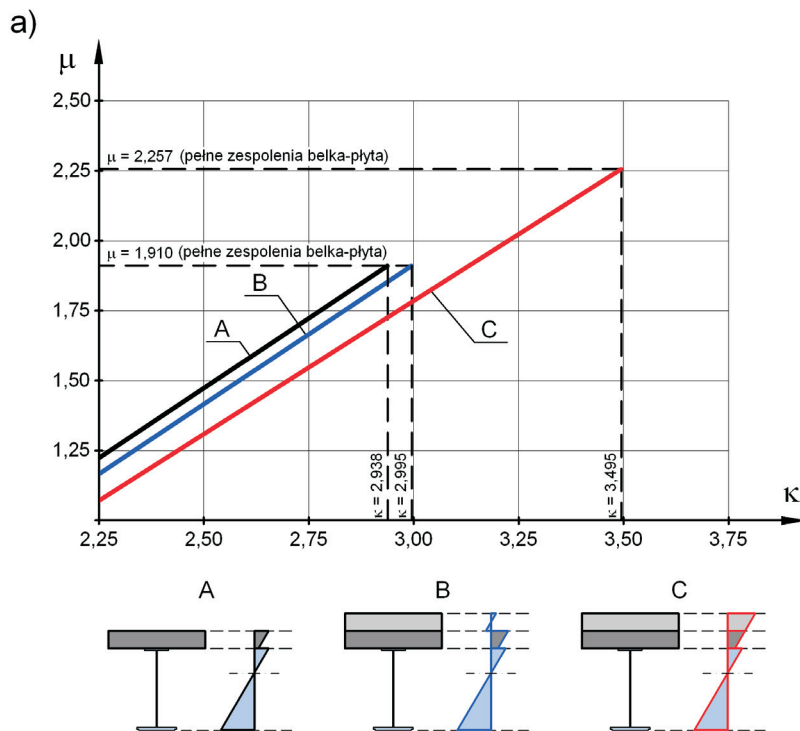
- B – gdy brak jest współpracy wyposażenia z płytą pomostową

$$\kappa = \mu + \frac{I_b + I_{pn} + I_{wn}}{I_b}, \quad (36)$$

- C – gdy współpraca płyty pomostowej i wyposażenia jest idealna

$$\kappa = \mu + \frac{I_b + I_{wn}}{I_b} + \frac{I_{pn}}{I_b} \left(1 + \mu_{pw}^{\max}\right). \quad (37)$$

Z uwagi na różnice w geometrii płyty pomostowej i wyposażeniu obydwu dźwigarów, wykresy podane na rys. 3a i rys. 3b są zróżnicowane. Zależności $\mu(\kappa)$ w każdym przypadku są liniowe.



Rys.3. Zmienność wskaźników $\mu(\kappa)$: a) dźwigar skrajny, b) dźwigar pośredni (A - brak wyposażenia, B - brak współpracy wyposażenia z płytą pomostową, C - pełna współpraca wyposażenia z płytą pomostową)

Fig.3. Variability of the coefficient $\mu(\kappa)$: a) external girder, b) internal girder (A - no fitting elements, B - no interaction of fitting elements and deck slab, C - full interaction of fitting elements and deck slab)

Odległość pomiędzy liniami A i B jest funkcją sztywności warstwy wyposażenia. Oczywiście w przypadku dźwigara pośredniego i nawierzchni jezdni jej wpływ jest znikomy (nawet dla modułu sztywności asfaltobetonu przyjętego dla okresu zimowego), a większy w przypadku dźwigara skrajnego i kapy chodnikowej. Zakres wyników pomiędzy wykresami B i C, ujęty w zależności

$$\Delta\kappa = \mu_{pw} \frac{I_{pn}}{I_b} = \frac{c \cdot N_w}{M_b} = \kappa \frac{c \cdot N_w}{M} \quad (38)$$

wskazuje na wpływ podatności zespolenia warstwy wyposażenia z płytą pomostową. Wpływ ten, w przypadku dźwigarów pośrednich analizowanej konstrukcji, jest na poziomie kilku procent.

Dla każdego przypadku (A, B, C) można określić wartość graniczną wskaźnika (przy pełnej współpracy belki i płyty), dla której otrzymuje się największą wartość κ , a tym samym największą możliwą sztywność przekroju:

- dla dźwigara skrajnego:

$$\kappa_B^{\max} / \kappa_A^{\max} = 2,995 / 2,983 = 1,02 \text{ ,}$$

$$\kappa_C^{\max} / \kappa_A^{\max} = 3,495 / 2,938 = 1,19 \text{ ,}$$

- dla dźwigara pośredniego:

$$\kappa_B^{\max} / \kappa_A^{\max} = 3,045 / 3,044 = 1,00 \text{ ,}$$

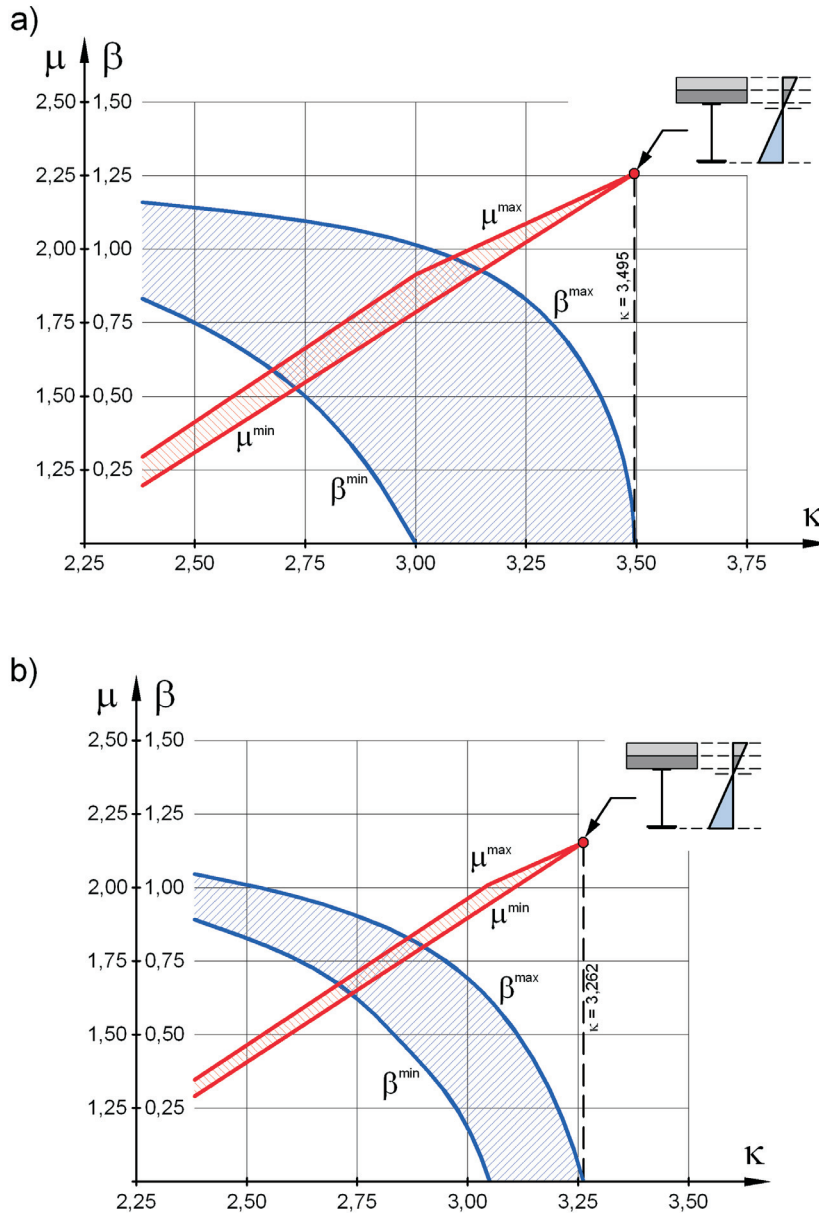
$$\kappa_C^{\max} / \kappa_A^{\max} = 3,262 / 3,044 = 1,07 \text{ .}$$

Z drugiej strony wartość wskaźnika μ_{pw} jest bardzo trudna do oszacowania, a wartości $E_w I_w$ i μ_{pw} wykazują cechy losowe o znacznym rozproszeniu. Wpływ kapy chodnikowej na wartości μ szczególnie uwidaczniać się będzie w niskich dźwigarach, w których proporcja sztywności I_{wn} / I_μ jest znaczna.

Na rys. 4 przedstawiono wykresy $\mu(\kappa)$ dla tych samych dźwigarów, podobnie jak na rys. 3, przy założeniu, że z dźwigarem zespolonym współpracuje wyposażenie. Przyjęto cały, teoretycznie możliwy, przedział współpracy wyposażenia z płytą pomostową, od braku współdziałania (sytuacja B z rys. 3), do pełnego zespolenia (przypadek C). Dodatkowo na wykresie przedstawiono zakres wartości wskaźnika $\beta(\kappa)$ dla tych samych dźwigarów. W tym przypadku β jest wskaźnikiem zespolenia pomiędzy płytą i belką, określonym na podstawie odkształceń, jak we wzorze (12). Z porównania obydwu grup wykresów widoczne jest, że rozproszenie wartości β jest znacznie większe niż μ , co świadczy o jego większej czułości na zmiany podatności zespolenia.

Dla każdej wartości można wyznaczyć przedział, w jakim znajdują się rozpatrywane wskaźniki [13], tym szerszy, im większy może być wpływ współpracy elementów wyposażenia. Inna sytuacja ma miejsce w przypadku dźwigara zespolonego bez wyposażenia, gdzie w sposób jednoznaczny, dla każdej wartości wskaźników, można

wyznaczyć moment bezwładności przekroju I_{μ} [6]. Z wykresu można również określić, dla jakich wartości parametru κ , bez względu na stopień współdziałania wyposażenia z płytą pomostową, współpraca elementów konstrukcyjnych dźwigara nie będzie pełna i powstanie różnica odkształceń w ich styku.



Rys.4. Zmienność wskaźników $\mu(\kappa)$ i $\beta(\kappa)$: a) dźwigan skrajny, b) dźwigan pośredni
Fig.4. Variability of the coefficients $\mu(\kappa)$ and $\beta(\kappa)$: a) external girder, b) internal girder

Do określenia zależności pomiędzy wskaźnikami μ i β można wykorzystać równanie (12). Siły wewnętrzne w płycie pomostowej i belce, jak na rys. 2, wywołują odkształcenia jednostkowe w styku tych elementów na górnej krawędzi belki

$$\varepsilon_{bg} = \frac{N_b}{E_b A_b} - \frac{M_b v_g}{E_b I_b} \quad (39)$$

oraz na krawędzi dolnej płyty

$$\varepsilon_{pd} = -\frac{N_p}{E_p A_p} + \frac{M_p y_d}{E_p I_p} \quad (40)$$

Po przekształceniu (12) otrzymuje się

$$\varepsilon_{bg} - \varepsilon_{pd} = \beta_{bp} \cdot \varepsilon_{bg} \quad (41)$$

a wykorzystując zależności (39) i (40), wiążące odkształcenia jednostkowe w styku belka – płyta, równanie

$$\left(\frac{N_b}{E_b A_b} - \frac{M_b v_g}{E_b I_b} \right) + \left(\frac{N_p}{E_p A_p} - \frac{M_p y_d}{E_p I_p} \right) = \beta_{bp} \cdot \left(\frac{N_b}{E_b A_b} - \frac{M_b v_g}{E_b I_b} \right) \quad (42)$$

Po przekształceniach (42) i wprowadzeniu oznaczenia $\beta = \beta_{bp}$, jak w (12), otrzymuje się ostatecznie równanie służące do obliczania wskaźnika zespolenia β na podstawie sił wewnętrznych w belce i płycie

$$\frac{N_b}{A_b} (1 - \beta) + \frac{N_p}{A_{pn}} - \frac{M_b}{I_b} (a - \beta \cdot v_g) = 0 \quad (43)$$

Wykorzystując równania określające wskaźniki podatności zespolenia (14) otrzymuje się

$$N_b = \mu \frac{M_b}{a} \quad (44)$$

a z (15)

$$N_p = \mu_{bp} \frac{M_b}{a} \quad (45)$$

natomiast po wprowadzeniu ich do (43) powstaje zależność

$$\mu \frac{M_b}{a A_b} (1 - \beta) + \mu_{bp} \frac{M_b}{a A_{pn}} - \frac{a M_b}{I_b} + \frac{v_g M_b}{I_b} \beta = 0 \quad (46)$$

Po uproszczeniu (46) i wprowadzeniu charakterystyk geometrycznych dźwigara, zależność pomiędzy wskaźnikami μ i β jest postaci

$$\beta \left(v_g - \frac{\mu I_b}{a A_b} \right) = a - \frac{\mu I_b}{a A_b} - \frac{\mu_{bp} I_b}{a A_{pn}} \quad (47)$$

a stąd otrzymuje się wzór

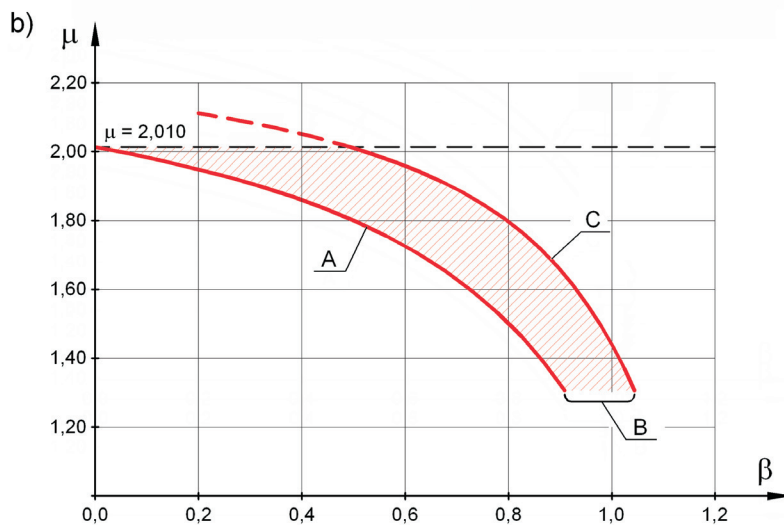
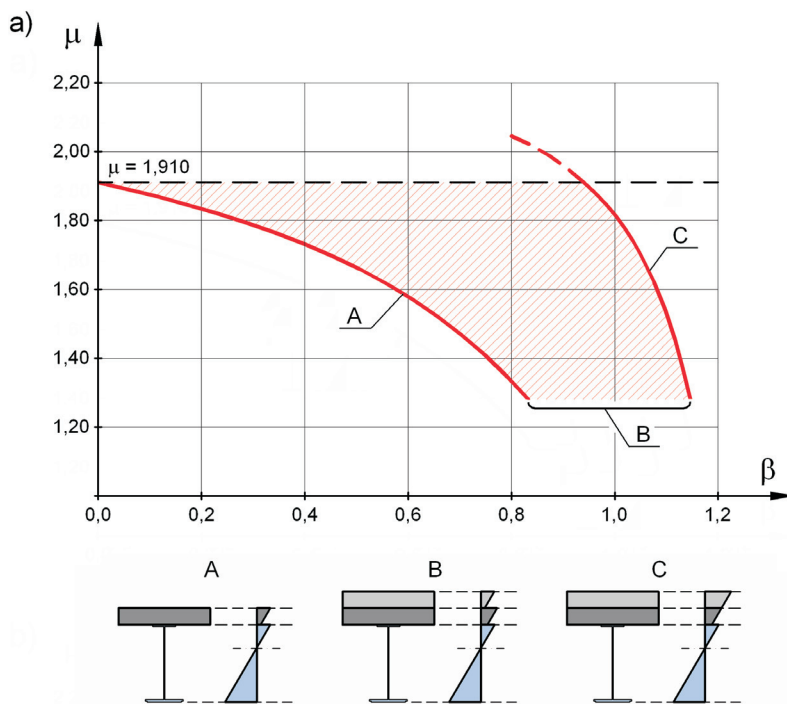
$$\beta = \frac{a - \frac{\mu I_b}{aA_b} - \frac{\mu_{bp} I_b}{aA_{pn}}}{v_g - \frac{\mu I_b}{aA_b}} \quad (48)$$

Na rysunku 5 podano wykresy $\mu(\beta)$. Za każdym razem przyjmowano stałą wartość wskaźnika μ dla dźwigara bez wyposażenia, aż do granicznej wartości ($\mu = 1,910$ w dźwigarze skrajnym), dla pełnego zespolenia belki z płytą, i wyznaczano odpowiadającą mu wartość wskaźnika β . Taką samą wartość wskaźnika μ przyjmowano dla dźwigara z wyposażeniem, przy założeniu jego pełnego współdziałania (przypadek graniczny $\beta_{pw} = 0$, czyli zgodność odkształceń w styku płyta – wyposażenie), a następnie określano wartość towarzyszącego mu wskaźnika β . Na rysunku 5 pokazano otrzymane w ten sposób wykresy $\mu(\beta)$, tworzące pole możliwych rozwiązań, czyli wskaźników β dla przyjmowanych wartości μ , zależnie od stopnia współpracy wyposażenia. Tym samym widoczne jest, że wartość wskaźnika μ , definiowana na podstawie sił wewnętrznych w części stalowej przekroju, nie daje jednoznacznej informacji o podatności połączenia, opisywanej z uwagi na stan odkształceń w styku. Dla jednokowej wartości μ (a więc tego samego położenia osi a_d^0 [6]), chociaż nieco innych wartości sił wewnętrznych N_b i M_b , otrzymujemy różne wykresy odkształceń i różne nieciągłości odkształceń w styku, określone w β .

4. ODKSZTAŁCENIA NA WYSOKOŚCI PRZEKROJU DŹWIGARA

Zmiana podatności zespolenia w styku warstw dźwigara zespolonego, powoduje modyfikację wykresu odkształceń na wysokości przekroju oraz zmianę położenia osi obojętnej w elementach składowych dźwigara [21]. Dla przekroju rozważanego w artykule, można wyróżnić cztery charakterystyczne przypadki:

- a) pełne zespolenie w stykach wszystkich warstw,
- b) pełne zespolenie w styku belki stalowej i płyty pierwotnej oraz brak zespolenia z płytą wtórną,
- c) pełne zespolenie płyt pierwotnej i wtórnej, brak zespolenia płyty z belką stalową,
- d) brak zespolenia we wszystkich stykach elementów składowych dźwigara.



Rys.5. Zależność wskaźników $\mu(\beta)$ dla dźwigara bez i z wyposażeniem:
 a) dźwigar skrajny, b) dźwigar pośredni
 (A - brak wyposażenia, B - częściowa współpraca wyposażenia z płytą pomostową,
 C - pełna współpraca wyposażenia z płytą pomostową)

Fig.5. Relation $\mu(\beta)$ for the girder without and with fitting elements:
 a) external girder, b) internal girder
 (A - no fitting elements, B - partial interaction of fitting elements and deck slab,
 C - full interaction of fitting elements and deck slab)

W sytuacjach pośrednich będzie występowało zespolenie podatne w jednym lub obu stykach elementów dźwigara, skutkujące powstaniem nieciągłości odkształceń. Na rysunku 6 przedstawiono wykresy odkształceń dla charakterystycznych przypadków zespolenia, opisanych wyżej. Przyjęto tu następujące oznaczenia środków ciężkości podukładów, przy założeniu pełnego zespolenia elementów je tworzących:

- O_{bp} – środek ciężkości układu belka - płyta pierwotna,
- O_{pw} – środek ciężkości układu płyta pierwotna - płyta wtórna,
- O_{bpw} – środek ciężkości całego dźwigara zespolonego.

Są one lokalizowane poprzez odległości względem środków płyty wtórnej i pierwotnej oraz belki (O_w, O_p, O_b), jak na rysunku 2.

W przypadku braku współpracy poszczególnych warstw przekroju (rys. 6d), położenia osi obojętnych odkształceń są tożsame ze środkami ciężkości poszczególnych elementów dźwigara. Dla pełnego współdziałania belki, płyty pierwotnej i wtórnej (rys. 6a) otrzymujemy jedną oś obojętną, przechodzącą przez środek ciężkości przekroju sprowadzonego. W przypadku podatnego zespolenia (częściowej współpracy elementów tworzących przekrój) położenie tych osi będzie zmieniało się w granicach przedstawionych na rysunku 6. Na tej podstawie można wyznaczyć charakterystyczne (graniczne) wartości zaproponowanych wskaźników zespolenia.

Przyjęto, że o podatności zespolenia świadczy położenie osi obojętnej odkształceń w belce stalowej a_d^o [17], jak na rysunku 2. Pozwala ono na bezpośrednie wyznaczenie wskaźnika zespolenia μ , przy wykorzystaniu zależności [6]

$$\mu = \frac{aa_d^o A_b}{I_b} . \quad (49)$$

Położenie osi obojętnej opisane zależnością

$$a_d^o = \frac{\mu I_b}{aA_b} , \quad (50)$$

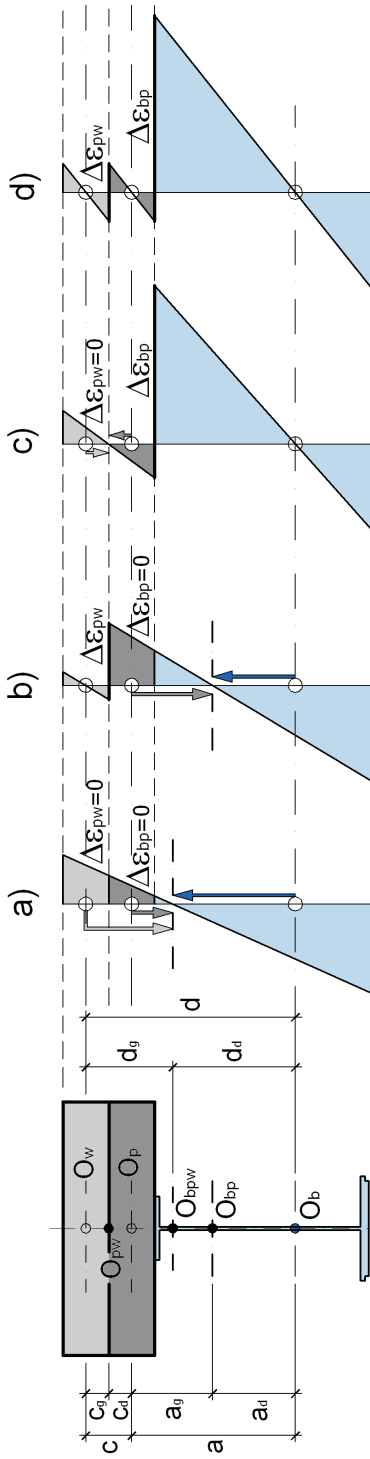
po uwzględnieniu odległości

$$a_g^o = a - a_d^o \quad (51)$$

daje wskaźnik, otrzymany po wykorzystaniu wzoru (48), o postaci

$$\beta = \frac{a_g^o - \frac{\mu_{bp} I_b}{aA_{pw}}}{v_g - a_d^o} . \quad (52)$$

Wielkość a_d^o określa się na podstawie wyników pomiarów, z wykresu odkształceń w belce stalowej. Jednak w wyniku badań na wybudowanym obiekcie, poza podatnością zespolenia elementów konstrukcyjnych, uwzględniane jest również współdziałanie wyposażenia. Zaburza to jednoznaczność interpretację otrzymanej wartości wskaźnika podatności zespolenia płyty i belki, co zilustrowano w przykładzie podanym na rysunku 5.

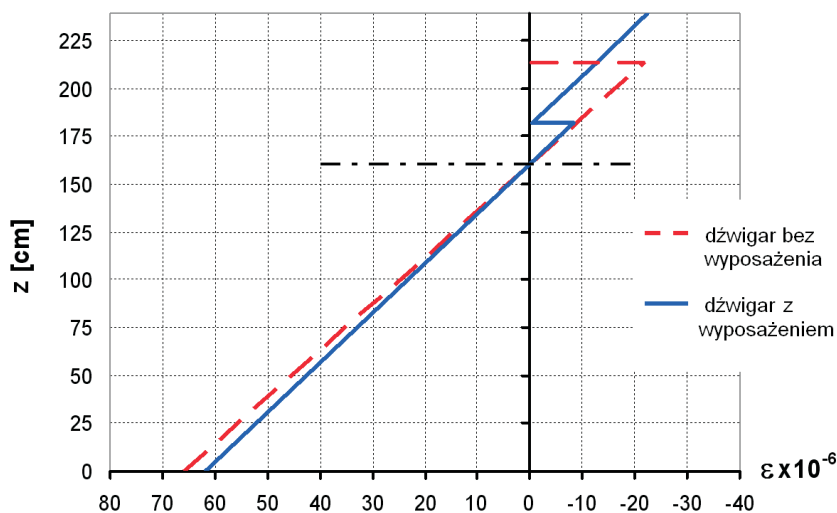


Rys.6. Zakres zmian położenia osi obojętnej elementów przekroju o podatnym zespoleniu
 Fig.6. Range of changes of neutral axes position for a girder with flexible connection

Na rysunku 7 przedstawiono wykres odkształceń w skrajnym dźwigarze (gdzie jako wyposażenie przyjęto kapę chodnikową), od obciążenia momentem jednostkowym o wartości $M = 1 \text{ MNm}$, dla sytuacji:

- braku wyposażenia,
- dźwigara z wyposażeniem, które w pełni współpracuje z płytą (skrajny przypadek).

Założono wartość wskaźnika $\mu = 1,910$, którą obliczono dla dźwigara o pełnym zespoleniu (zgodność odkształceń w styku belka - płyta), bez wyposażenia. Taką samą wartość μ (a tym samym identyczne, zgodnie z (48), położenie osi a_d^o) przyjęto dla dźwigara z wyposażeniem. Widoczne jest, że przy jednakowym położeniu osi a_d^o , otrzymujemy różne wykresy odkształceń i różne wartości nieciągłości odkształceń w styku. Zmianie ulegają odkształcenia na krawędziach przekroju belki stalowej, z uwagi na przejmowanie części sił przez wyposażenie.



Rys.7. Wykresy odkształceń dla jednakowego położenia osi obojętnej

Fig.7. Diagram of strains for the same position of the neutral axis

5. PODSUMOWANIE

Położenie osi obojętnej belki stalowej można w stosunkowo łatwy sposób wyznaczyć z badań in-situ, przy użyciu czujników tensometrycznych. Pomiary takie prowadzone są zazwyczaj na ukończonych obiektach, na których wykonano elementy wyposażenia, takie jak nawierzchnia jezdni, czy kapy chodników. Tak więc dźwigary tworzące te konstrukcje należy traktować jako przekroje zespolone wtórnie, gdzie jako płytę wtórną przyjmuje się warstwy nawierzchni i chodników. Jak pokazano w przykładach

analizy, współpraca elementów wyposażenia może utrudniać formułowanie wniosków dotyczących efektów podatności zespolenia (nieciągłość odkształceń w styku) elementów konstrukcyjnych dźwigara zespolonego, nawet przy pominięciu innych, istotnych czynników [22], wpływających na to zjawisko.

W pracy analizowano wpływ współdziałania elementów niekonstrukcyjnych (wyposażenia) w aspekcie zagadnienia podatności zespolenia elementów konstrukcyjnych mostowego dźwigara zespolonego stalowo-betonowego. W przyjętym modelu dźwigara założono, że stalowa belka połączona jest z żelbetową płytą pomostową, z którą współdziałają elementy wyposażenia. Przyjęto częściową współpracę wszystkich elementów, w związku z czym uwzględnia się nieciągłość odkształceń w płaszczyznach kontaktu: belka – płyta oraz płyta – płyta wtórna. W rozwiązaniu wykorzystano własne wskaźniki opisujące współpracę elementów składowych dźwigara. Przedstawiono analizę parametryczną dla danych geometrycznych rzeczywistego obiektu mostowego o konstrukcji zespolonej. Jej rezultaty pokazują, iż wskaźniki podatności zespolenia, obliczane na podstawie pomiarów odkształceń na belkach stalowych, umożliwiają określenie przedziału sztywności dźwigara współdziałającego z elementami niekonstrukcyjnymi, jak również zakresu zmienności odkształceń w styku. Istotną trudnością jest tu oszacowanie sztywności połączenia wyposażenia z płytą pomostową, co wynika z występowania efektów lokalnych (tarcie, przyczepność) oraz innych czynników losowych. Wpływ elementów wyposażenia najbardziej istotny jest w przypadku współpracy z dźwigarem konstrukcji chodnika, co może zmieniać rozkład sił przekrojowych w sposób utrudniający identyfikację efektów podatności zespolenia dźwigarów stalowo-betonowych.

WYKAZ PODSTAWOWYCH OZNACZEŃ

- A_b, I_b – pole powierzchni, moment bezwładności przekroju poprzecznego belki
- A_p, I_p – pole powierzchni, moment bezwładności przekroju poprzecznego płyty pierwotnej
- A_w, I_w – pole powierzchni, moment bezwładności przekroju poprzecznego płyty wtórnej
- A_{pn}, I_{pn} – sprowadzone pole powierzchni, sprowadzony moment bezwładności przekroju poprzecznego płyty pierwotnej
- A_{wn}, I_{wn} – sprowadzone pole powierzchni, sprowadzony moment bezwładności przekroju poprzecznego płyty wtórnej
- E_b – moduł sprężystości belki
- E_p – moduł sprężystości płyty pierwotnej
- E_w – moduł sprężystości płyty wtórnej
- I_x – sprowadzony moment bezwładności przekroju poprzecznego dźwigara zespolonego

- I_{μ} – sprowadzony moment bezwładności przekroju poprzecznego dźwigara podatnie zespolonego
- M, N – wypadkowy moment zginający i siła osiowa, odniesione do przekroju poprzecznego dźwigara zespolonego
- M_b, N_b – składowa momentu zginającego i siły osiowej, odniesione do przekroju poprzecznego belki
- M_p, N_p – składowa momentu zginającego i siły osiowej, odniesione do przekroju poprzecznego płyty pierwotnej
- M_w, N_w – składowa momentu zginającego i siły osiowej, odniesione do przekroju poprzecznego płyty wtórnej
- a – odległość pomiędzy środkami ciężkości belki i płyty pierwotnej
- a_d – odległość pomiędzy środkiem ciężkości belki, a środkiem ciężkości dźwigara utworzonego z belki i płyty pierwotnej, przy pełnym zespoleniu tych elementów
- a_g – odległość pomiędzy środkiem ciężkości płyty pierwotnej, a środkiem ciężkości dźwigara utworzonego z belki i płyty pierwotnej, przy pełnym zespoleniu tych elementów
- c – odległość pomiędzy środkami ciężkości płyty pierwotnej i wtórnej
- c_d – odległość pomiędzy środkiem ciężkości płyty pierwotnej, a środkiem ciężkości układu utworzonego z płyty pierwotnej i wtórnej, przy pełnym zespoleniu tych elementów
- c_g – odległość pomiędzy środkiem ciężkości płyty wtórnej, a środkiem ciężkości układu utworzonego z płyty pierwotnej i wtórnej, przy pełnym zespoleniu tych elementów
- d – odległość pomiędzy środkami ciężkości belki i płyty wtórnej
- d_d – odległość pomiędzy środkiem ciężkości belki, a środkiem ciężkości całego dźwigara zespolonego, przy pełnym zespoleniu wszystkich elementów
- d_g – odległość pomiędzy środkiem ciężkości płyty wtórnej, a środkiem ciężkości całego dźwigara zespolonego, przy pełnym zespoleniu wszystkich elementów
- r_g, r_d – odległość krawędzi górnej i dolnej od środka ciężkości przekroju poprzecznego płyty wtórnej
- v_g, v_d – odległość krawędzi górnej i dolnej od środka ciężkości przekroju poprzecznego belki
- y_g, y_d – odległość krawędzi górnej i dolnej od środka ciężkości przekroju poprzecznego płyty pierwotnej

BIBLIOGRAFIA

- [1] *Furtak K.*: Mosty zespolone. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa - Kraków 1999
- [2] *Madaj A.*: Doraźna nośność i sztywność na zginanie zespolonych belek stalowo-betonowych. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2005
- [3] *Taplin G., Grundy P.*: Incremental slip of stud shear connectors under repeated loading. Proceedings of the International Conference on Composite Construction - Conventional and Innovative, Innsbruck 1997, 145-150
- [4] *Oehlers D.J.*: Deterioration in strength of stud connectors on composite bridge beams. Journal of Structural Engineering, 1990, **116**, 12, 3417-3431
- [5] *Nakajima A., Saiki I., Kokai M., Doi K., Takabayashi Y., Ooe H.*: Cyclic shear force-slip behavior of studs under alternating and pulsating load condition. Engineering Structures 2003, **25**, 537-545
- [6] *Machelski Cz., Toczkiwicz R.*: Podatność zespolenia mostów stalowych z betonową płytą pomostową. Drogi i Mosty, 3/2005, 37-76
- [7] *Seracino R., Oehlers D.J., Yeo M.F.*: Partial-interaction flexural stresses in composite steel and concrete bridge beams. Engineering Structures **23**, 2001, 1186-1193
- [8] *Oehlers D.J., Nguyen N.T., Ahmed M., Bradford M.A.*: Partial interaction in composite steel and concrete beams with full shear connection. Journal of Constructional Steel Research, 1997, **41**, 235-248
- [9] *Nie J., Cai C.S.*: Steel-concrete composite beams considering shear slip effects. Journal of Structural Engineering, 2003, **129**, 4, 495-506
- [10] *Wang Y.C.*: Deflection of steel-concrete composite beams with partial shear interaction. Journal of Structural Engineering, 1998, **124**, 10, 1159-1165
- [11] *Łaziński P.*: Rzeczywista sztywność konstrukcji przęsła w próbnym obciążeniu. Seminarium „Technologiczne aspekty w projektowaniu i budowie mostów betonowych”, Wrocław, 23-24 listopada 2006, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2006, 157-168
- [12] *Machelski Cz., Toczkiwicz R.*: Efekty reologiczne w belkach zespolonych z dwuwarstwową płytą pomostową. Drogi i Mosty, 1/2007, 19-40
- [13] *Toczkiwicz R.*: Wpływ elementów niekonstrukcyjnych na sztywność mostowych dźwigarów stalowo-betonowych. Drogownictwo 2008 (przygotowany do druku)
- [14] *Hyo-Gyoung K., Young-Jae S.*: Time-dependent behavior of composite beams with flexible connectors. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2002, **191**, 3751-3772
- [15] *Machelski Cz.*: Efekty podatności zespolenia w przęsłach drogowych pod obciążeniem ruchomym. Drogownictwo, 7/1998, 210-212
- [16] *Machelski Cz., Toczkiwicz R.*: Ocena podatności zespolenia na podstawie wyników badania mostu pod obciążeniem samochodami. Drogi i Mosty, 4/2006, 5-33

- [17] *Machelski Cz., Toczkiwicz R.*: Evaluation of Connection Flexibility in a Road Bridge. IABSE Symposium Improving Infrastructure Worldwide, Weimar, Niemcy 2007, IABSE Report, **93**, 508-509
- [18] PN-91/S-10042 Obiekty mostowe. Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Projektowanie
- [19] *Szydło A.*: Trwałość konstrukcji nawierzchni autostrady A4 na odcinku Wrocław - Sośnica. Wybrane problemy projektowania dróg, autostrad i mostów, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław - Opole 2002, 37-44
- [20] *Machelski Cz., Toczkiwicz R.*: Podatność zespolenia mostu drogowego w ciągu autostrady A2. Raport IIL PWr serii PRE, nr 3/2006
- [21] *Karaś S., Musz E.*: Nowa metoda analizy belki zespolonej z łącznikami podatnymi. *Drogownictwo*, 10/2007, 336-343
- [22] *Toczkiwicz R.*: Analiza wyników badań podatności dźwigarów w moście drogowym. VIII Konferencja Naukowa Doktorantów Wydziałów Budownictwa, Gliwice Wisła 2006, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Seria: Budownictwo z. 109, Gliwice 2006, 419-426

INFLUENCE OF BRIDGE NONSTRUCTURAL ELEMENTS ON CONNECTION FLEXIBILITY INDICES IN STEEL-CONCRETE GIRDERS

Abstract

The paper concerns steel-concrete composite bridges. In the analytical model of a girder it is assumed, that fitting elements (bridge flooring, concrete sidewalks) cooperate with a concrete deck slab. There is made an assumption, that all elements interact fully or partially and as a result there occurs strain difference in the layers interfaces. Connection indices, defined on the basis of internal forces and strains in the cross section, are used in the description. The problem is illustrated with results of parametric analyses. Geometrical and material properties of a real steel-concrete composite bridge, are used. The results of the analyses show, that coefficients calculated on the basis of strains measured in steel beams during load testing, can be useful when estimating flexural stiffness of a composite girder with nonstructural elements, as well as for evaluation of strain changes in steel-concrete interface. Difficulties in estimating of cooperation level of fitting elements with deck slab, result from local effects (friction and adhesion) and other random factors.