

ANIELA GLINICKA<sup>1)</sup>

## DOŚWIADCZALNA ANALIZA WYBOCZENIA NIESPRĘŻYSTEGO KSZTAŁTOWNIKÓW O PRZEKROJACH RUROWYCH CZWOROBOCZNYCH

**STRESZCZENIE.** W pracy przedstawiono rezultaty badań doświadczalnych nad statecznością niesprężystą krótkich słupów metalowych o przekrojach rurowych czworobocznych. Przeprowadzono próby ściskania osiowego następujących czterech serii (zdeteminowanych materiałem i przekrojem poprzecznym) kształtowników:

- stalowych o przekroju rurowym kwadratowym i smukłościach prętowych  $\lambda_y$  równych 7,2; 11,4; 17,4;
- stalowych o przekroju rurowym prostokątnym i  $\lambda_y$  równych 7,2; 11,4; 17,5; 40;
- ze stopu aluminium o przekroju rurowym kwadratowym i  $\lambda_y$  równych 7,2; 11,4; 17,5;
- ze stopu aluminium o przekroju rurowym prostokątnym i  $\lambda_y$  równych 7,2; 11,4; 17,5; 24.

Materiały kształtowników to stal St3SX i stop aluminium EN AW-6101A, T6 (PA38). Wyznaczono wartości obciążenia krytycznego i określono postać wyboczenia. Przyjęto stałe smukłości prętowe  $\lambda_y$  powtarzające się w każdej serii. Przy stałej wartości  $\lambda_y$  smukłości ścianek kształtowników wykonanych z tego samego materiału były różne. Przekroje kształtowników stalowych należą do klasy 1 wg aktualnych norm (PN-90/B-03200 i Eurokodu 3). Wyznaczono ścieżki równowagi statycznej typu: siła ściskająca - przemieszczenie pionowe (skrócenie), siła ściskająca - pozioma strzałka ugięcia, siła ściskająca - przemieszczenie poziome prostopadłe do strzałki ugięcia i siła ściskająca - wypadkowa strzałka ugięcia. Przeprowadzono analizę rozwoju przemieszczeń wszystkich badanych słupów przy obciążeniu wzrastającym od zera do wartości krytycznej. W wyniku stwierdzono, jaki jest wpływ parametrów geometrycznych oraz

<sup>1)</sup> dr hab. inż – Wydział Inżynierii Lądowej Politechniki Warszawskiej

materiału na rozwój przemieszczeń i postać wyboczenia. Na zakończenie przeprowadzono porównanie naprężeń krytycznych uzyskanych na podstawie badań z bezpiecznymi naprężeniami obliczeniowymi określonymi wg aktualnego poradnika konstrukcyjnego.

## 1. WSTĘP

Utrata stateczności w konstrukcjach metalowych jest jedną z przyczyn ich zniszczenia. Elementy konstrukcji, które uległy wyboczeniu utraciły maksymalną nośność i zmieniły swój pierwotny kształt, a więc dalsza ich normalna eksploatacja nie jest możliwa. Z punktu widzenia mechaniki, konstrukcja powinna spełniać trzy warunki: wytrzymałości, sztywności i stateczności. Przepisy normalizacyjne determinują ten trzeci warunek dla różnorodnych elementów konstrukcji i całych konstrukcji. Wyznaczanie tylko wartości nominalnych sił krytycznych czy naprężeń krytycznych nie odzwierciedla pełnego zjawiska wyboczenia i może prowadzić do znacznego jego upraszczania.

W niniejszej pracy przeprowadzono doświadczalną analizę stateczności niesprężystej dwóch serii prętów stalowych i dwóch serii prętów ze stopu aluminium o przekrojach w kształcie rury czworobocznej. Są to przykłady kształtowników technicznych.

Problemy stateczności można rozwiązywać różnymi metodami. Teoretyczne obciążenia krytyczne określa się zarówno z rozwiązań ścisłych, jak i z rozwiązań przybliżonych. Wybór badań doświadczalnych - jako metody rozwiązywania problemów stateczności - pozwala na analizę rzeczywistych (mierzonych) deformacji obiektów i sił krytycznych. Doświadczenia przeprowadzono na kształtownikach, które ulegają wyboczeniu niesprężystemu, wówczas teoretycznie trudno jest w jednoznaczny sposób określić postać deformacji jaką przyjmie element przy obciążeniu krytycznym (należy przeprowadzić kilka rozwiązań i wybrać to, któremu odpowiada postać deformacji przy najmniejszej sile krytycznej). Należy tu ponadto podkreślić, że przekroje ściskanych kształtowników są małe w stosunku do ich długości, a więc teoretycznie mogą one być rozpatrywane jako pręty [1 - 4] albo jako współpracujące ze sobą pasma płytowe [5 - 7]; wówczas także należałoby rozwiązać kilka przypadków i jako właściwy wybrać ten, który daje najmniejszą wartość obciążenia krytycznego.

Niniejsza praca traktuje o wyboczeniu elementów konstrukcji metalowych. Różnorodne kształtowniki metalowe, stosowane w konstrukcjach dźwigarów, pomostów itp., są niszczone często na skutek wyboczenia lokalnego i globalnego. Wyboczenie jest także istotną przyczyną niszczenia cienkościennych konstrukcji mostowych [8]. Wobec czego rozważanie problemów stateczności jest tak samo ważne w skali globalnej, jak i w skali lokalnej [9 - 10].

Cele niniejszej pracy są następujące:

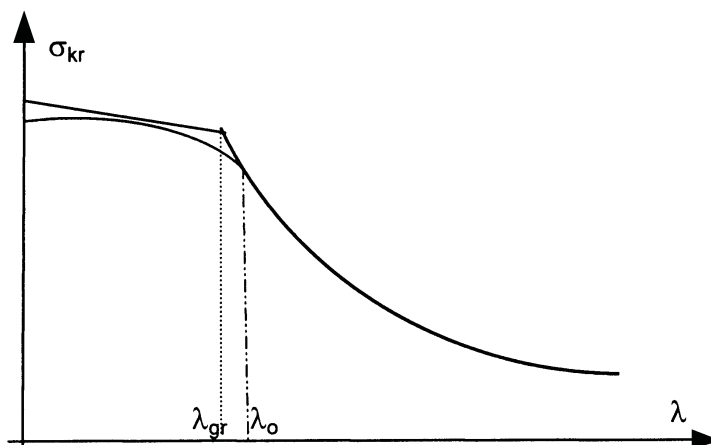
1. Przeprowadzenie badań doświadczalnych nad statecznością niesprężystą krótkich kształtowników stalowych i kształtowników ze stopu aluminium o przekrojach rurowych kwadratowych oraz prostokątnych.

2. Wyznaczenie ścieżek równowagi statycznej typu siła ściskająca - miarodajne przemieszczenie i badanie wg nich rozwoju przemieszczeń przy narastającym obciążeniu.
3. Syntetyczne zestawienie wyników w takiej postaci, żeby mogły być one porównane ze sobą oraz odniesione do wartości naprężeń obliczeniowych otrzymanych z odpowiednich wzorów empirycznych zawartych w poradniku konstrukcyjnym [11].

W literaturze współczesnej tematyka wzajemnego weryfikowania wyników badań doświadczalnych i wyników badań teoretycznych [12 - 13] lub uzupełniania poprzez badania doświadczalne przepisów normowych [14] dla elementów konstrukcji metalowych jest potrzebna i ciągle aktualna.

## 2. PROBLEMY NIESPRĘŻYSTEGO WYBOCZENIA PRĘTÓW

Większość prętów stosowanych w konstrukcjach metalowych ma smukłość pośrednią [11]. Wobec tego w przypadkach technicznych dominujące jest wyboczenie poza granicą sprężystości materiału. Na rys. 1 zilustrowano zależność naprężenia krytycznego  $\sigma_{kr}$  od smukłości pręta  $\lambda$  np. prosta i parabola, [9, 10, 15].



Rys.1. Zależność naprężenia krytycznego od smukłości pręta w zakresach wyboczenia sprężystego i niesprężystego

Fig.1. Critical stress versus column slenderness for elastic and inelastic buckling

Wyboczenie niesprężyste zachodzi dla smukłości  $\lambda < \lambda_{gr}$ , a wyniki bliższe doświadczeniu uzyskuje się dla smukłości  $\lambda < \lambda_o$  [9, 15]. Smukłości graniczne oblicza się ze wzorów:

$$\lambda_{gr} = \pi \sqrt{E / R_{pr}} \quad , \quad (1)$$

gdzie:

$E$  – moduł Younga,

$R_{pr}$  – granica proporcjonalności materiału (w praktyce równa granicy sprężystości),

$$\lambda_o = \pi \sqrt{2E / R_{pl}} \quad , \quad (2)$$

gdzie:

$R_{pl}$  – granica plastyczności materiału.

Dla przykładowej stali konstrukcyjnej o charakterystykach mechanicznych materiału równych:  $E = 2 \times 10^5$  MPa,  $R_{pr} \approx 180$  MPa,  $R_{pl} = 240$  MPa wartość  $\lambda_o$  jest ok. 20% większa od  $\lambda_{gr}$ . Naprężenia krytyczne przy wyboczeniu niesprężystym mogą być określone wg teorii Engessera-Shanleya, wg teorii Engessera-Karmana, wg wzoru empirycznego Tetmajera-Jasińskiego lub wg wzoru empirycznego Johnsona-Ostenfelda [9, 10, 15]. Naprężenia krytyczne wg Tetmajera-Jasińskiego oblicza się ze wzoru  $\sigma_{kr} = a - b\lambda$ , gdzie  $a = R_{pl}$ ,  $b = (R_{pl} - R_{pr}) / \lambda_{gr}$ . Naprężenia krytyczne wg Johnsona-Ostenfelda oblicza się ze wzoru  $\sigma_{kr} = A - B\lambda^2$ , gdzie  $A = R_{pl}$ ,  $B = R_{pl}^2 / 4\pi^2 E$ . W wypadku materiałów, które nie mają wyraźnych granic  $R_{pr}$  i  $R_{pl}$  trzeba posłużyć się ich umownymi wartościami. Wówczas wyniki obliczeń zależą od dokładności wyznaczenia umownej granicy sprężystości  $R_{0,05}$  i umownej granicy plastyczności  $R_{0,2}$ .

Z uwagi na bezpieczeństwo pręty konstrukcyjne są obciążane naprężeniami mniejszymi od  $\sigma_{kr}$ . Wg poradnika konstrukcyjnego [11] naprężenia  $\sigma_{cr}^{st}$  przy projektowaniu prętów stalowych o różnych przekrojach poprzecznych, w tym także o przekroju rury czworobocznej, nie powinny przekraczać wartości określonych poniższymi wzorami (bez odróżniania czy wyboczenie jest giętne, czy skrętne, czy giętno - skrętne)

$$\sigma_{cr}^{st} = \frac{\left[ 1 - \frac{(\mu l / i)^2}{2\lambda_c^2} \right] R_e}{\frac{5}{3} + \frac{3(\mu l / i)}{8\lambda_c} - \frac{(\mu l / i)^3}{8\lambda_c^3}} \quad , \quad \text{jeśli } \frac{\mu l}{i} \leq \lambda_c \quad (3.1)$$

oraz

$$\sigma_{cr}^{st} = \frac{12\pi^2 E}{23(\mu l / i)^2} \quad , \quad \text{jeśli } \frac{\mu l}{i} > \lambda_c \quad (3.2)$$

gdzie:

$\frac{\mu l}{i} = \lambda$  – smukłość pręta,

$\mu$  – współczynnik długości wyboczeniowej,

- $l$  – długość,  
 $i$  – promień bezwładności przekroju,  
 $R_e$  – nominalna granica plastyczności,  
 $\lambda_c = \sqrt{(2\pi^2 E) / R_{e \min}}$  – smukłość graniczna między wybočeniem sprężystym i niesprężystym, przy czym  $R_{e \min}$  oznacza minimalną granicę plastyczności.

Pierwsze z równań (3.1) jest przeznaczone do obliczania naprężeń przy wyboczeniu niesprężystym, a drugie przy wyboczeniu sprężystym.

W poradniku konstrukcyjnym [11] dla stopów aluminium zakłada się liniowy przebieg krzywej wyboczeniowej w zakresie wyboczenia niesprężystego. Naprężenie  $\sigma_{cr}^{al}$  [ksi]<sup>2)</sup> w słupach ulegających wyboczeniu giętnemu oblicza się wg wzorów:

$$\sigma_{cr}^{al} = B_c - D_c \frac{\mu l}{i}, \quad \text{jeśli } \frac{\mu l}{i} \leq C_c \quad (4.1)$$

oraz

$$\sigma_{cr}^{al} = \frac{\pi^2 E}{(\mu l / i)^2}, \quad \text{jeśli } \frac{\mu l}{i} > C_c \quad (4.2)$$

gdzie:

$B_c, D_c, C_c$  – stałe zależne od własności materiału.

Stale  $B_c, D_c, C_c$  dla wyrobów ze stopów aluminium przerobionych plastycznie w stanie określonym symbolami: O, H, T1, T2, T3, T4 wyznacza się ze wzorów:

$$B_c = R_e [1 + (R_e / 1000)^{1/2}], \quad (5.1)$$

$$D_c = (B_c / 20)(6B_c / E)^{1/2}, \quad (5.2)$$

$$C_c = (2B_c) / (3D_c), \quad (5.3)$$

gdzie:

$R_e$  – granica plastyczności przy ściskaniu [ksi],

$E$  – moduł Younga [ksi].

Stale  $B_c, D_c, C_c$  dla wyrobów ze stopów aluminium przerobionych plastycznie w stanie określonym symbolami: T5, T6, T7, T8, T9 wyznacza się ze wzorów:

$$B_c = R_e [1 + (R_e / 2250)^{1/2}], \quad (6.1)$$

<sup>2)</sup> 1 [ksi]  $\approx$  6,89 MPa

$$D_c = (B_c / 10)(B_c / E)^{1/2} , \quad (6.2)$$

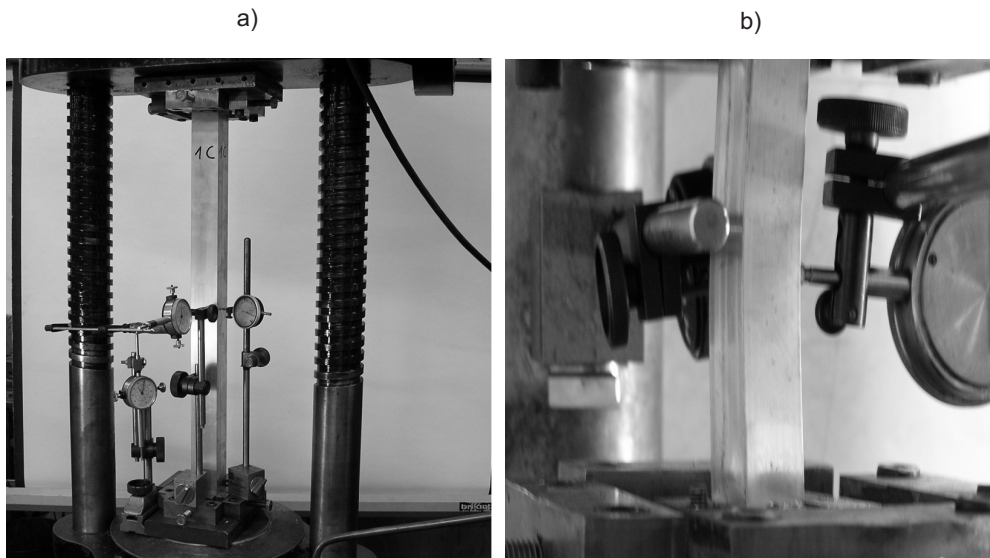
$$C_c = 0,41 (B_c / D_c) , \quad (6.3)$$

Z powyższych wzorów wynika potrzeba znajomości stanu, a więc informacji o tym czy wyrób jest z materiału „miękkiego” - wzory (5.1) - (5.3), czy z materiału „twardego” - wzory (6.1) - (6.3). Ustalony w poradniku konstrukcyjnym [11] podział na dwie grupy nie wyróżnia materiału o pośrednich cechach.

Wzory (4.1) i (4.2), analogicznie jak wzory (3.1) i (3.2), zależą od smukłości prętowej  $\lambda$ , która w dalszym ciągu pracy jest oznaczana jako  $\lambda_y$ . Nie zależą one bezpośrednio, tylko pośrednio, od pola przekroju poprzecznego pręta i w szczególności od wymiarów geometrycznych ścianek w przekroju poprzecznym.

### 3. OPIS BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH STATECZNOŚCI KSZTAŁTOWNIKÓW

Przeprowadzono badania doświadczalne wyboczenia kształtowników stalowych i ze stopu aluminium w prasie hydraulicznej Amslera o nośności 1000 kN; dobierano odpowiednio do długości próbek zakresy 250 kN lub 1000 kN. Na rys. 2a i 2b zilustrowano przykładowe próbki na stanowisku badawczym.



Rys.2. Kształtowniki ze stopu aluminium na stanowisku badawczym:

a) rura średniej długości, b) rura krótka

Fig.2. Test set-up for aluminum alloy short and medium length columns:

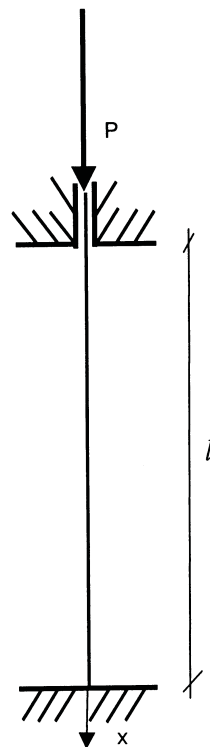
a) medium length column, b) short length column

Schematem statycznym wszystkich ściskanych kształtowników jest pręt obustronnie utwierdzony, rys. 3.

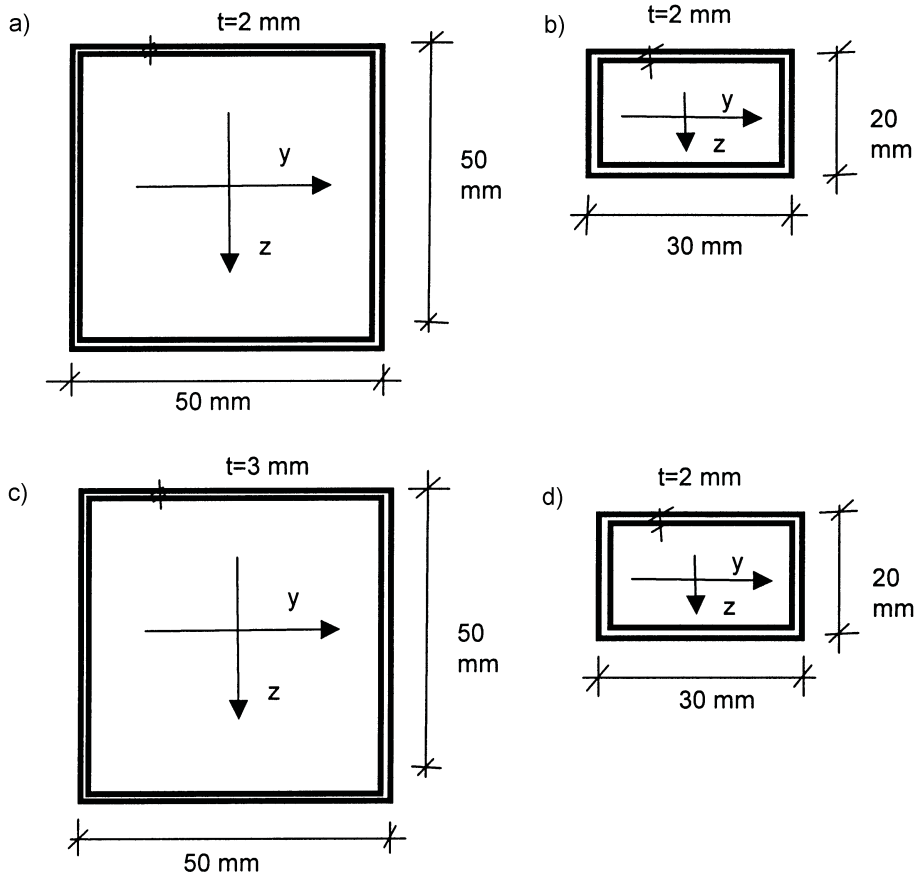
Realizację tego schematu zapewniono przez zastosowanie specjalnie wykonanego oprzyrządowania stalowego, które zakładane jest na oba końce pręta, rys. 2. Oprzyrządowanie to złożone jest z zewnętrznej ramki okalającej kontur przekroju poprzecznego (utworzono ją z klocków dokręcanych na śruby) i z wewnętrznej „korka” wypełniającego wewnętrzny kontur przekroju poprzecznego. W ten sposób są uniemożliwione przemieszczenia, zamocowanego w prasie, dolnego i górnego końca pręta w kierunkach prostopadłych do jego osi podłużnej. Zagłębienie górnego końca pręta w oprzyrządowaniu wynosi 28,8 mm i zagłębienie dolnego końca pręta w oprzyrządowaniu wynosi 28,5 mm. Wymiary przekrojów poprzecznych „korków” wewnętrznych dostosowano do wymiarów badanych próbek. Przekroje poprzeczne badanych próbek pokazano na rys. 4. Pręty są wykonane z materiałów powszechnie dostępnych, tzn. ze stali St3SX o nominalnie minimalnej wartości granicy plastyczności  $R_e = 235$  MPa i wytrzymałości na rozciąganie  $R_m = 375$  MPa [16] oraz ze stopu aluminium EN AW-6101A stan T6 o nominalnie minimalnej wartości granicy plastyczności  $R_{p0,2} = 170$  MPa i wytrzymałości na rozciąganie  $R_m = 200$  MPa [17]. Zostały one wytworzone wg dwóch różnych technologii, a mianowicie kształtowniki stalowe były wygięte na zimno i zgrzewane szwem równoległym do osi podłużnej elementu, a kształtowniki ze stopu aluminium były wyciskane. Kształtowniki o długościach handlowych pocięto na krótkie i o pośredniej długości odcinki przygotowując cztery serie próbek do badań. Każda seria jest zdeterminowana materiałem i kształtem przekroju poprzecznego. Serie te, zestawione w tabl. 1 i 2 oraz przedstawione na rys. 4, są następujące:

- Seria 1 – składająca się z próbek stalowych o przekroju rurowym kwadratowym: SA, SB, SC; rys. 4a,
- Seria 2 – składająca się z próbek stalowych o przekroju rurowym prostokątnym: SSA, SSB, SSC, SSD; rys. 4b,
- Seria 3 – składająca się z próbek ze stopu aluminium o przekroju rurowym kwadratowym: A, B, C; rys. 4c,
- Seria 4 – składająca się z próbek ze stopu aluminium o przekroju rurowym prostokątnym: PA, PB, PC, PD; rys. 4d.

Wybrano kształtowniki o jednakowej grubości ścianek.



Rys.3. Schemat statyczny ściskanych prętów stalowych i ze stopu aluminium  
Fig.3. Column support diagram for steel and aluminum alloy samples



Rys.4. Przekroje poprzeczne badanych kształtowników: a), b) - stalowych, c), d) - ze stopu aluminium

Fig.4. Cross sections of tested columns: a) and b) - steel, c) and d) - aluminum alloy



Tablica 1. Zestawienie wymiarów kształtowników stalowych  
Table 1. Dimensions of steel samples

Numer serii	Nazwa próbek serii	Nazwa każdej próbki w serii	Całkowita długość próbki [mm]	Średnia całkowita długość próbki $l_c$ [mm]	Średnia długość próbki w świetle między utwierdzeniami $l_i$ [mm]	Wymiary przekroju poprzecznego (wysokość, szerokość, grubość)	Pole przekroju poprzecznego i promień bezwładności $A$ [mm <sup>2</sup> ] $i_{min}$ [mm]
1	SA	S1A	339	339	281,7	50/50/2	384 19,6
		S2A	339				
		S3A	339				
	SB	S1B	503	503,7	446,4	50/50/2	384 19,6
		S2B	504				
		S3B	504				
	SC	S1C	741	740,7	683,4	50/50/2	384 19,6
		S2C	740				
		S3C	741				
2	SSA	SS1A	169,7	169,4	112,1	30/20/2	184 7,8
		SS2A	169,2				
		SS3A	169,2				
	SSB	SS1B	234,9	234,9	177,6	30/20/2	184 7,8
		SS2B	234,9				
		SS3B	234,9				
	SSC	SS1C	329,9	329,9	272,6	30/20/2	184 7,8
		SS2C	329,9				
		SS3C	329,8				
SSD	SS1D	679,4	679,5	622,2	30/20/2	184 7,8	
	SS2D	679,5					
	SS3D	679,5					

Tablica 2. Zestawienie wymiarów kształtowników ze stopu aluminium  
 Table 2. Dimensions of aluminum alloy samples

Numer serii	Nazwa próbek serii	Nazwa każdej próbki w serii	Całkowita długość próbki [mm]	Średnia całkowita długość próbki $l_c$ [mm]	Średnia długość próbki w świetle między utwierdzeniami $l_i$ [mm]	Wymiary przekroju poprzecznego (wysokość, szerokość, grubość)	Pole przekroju poprzecznego i promień bezwładności $A$ [mm <sup>2</sup> ] $i_{min}$ [mm]
3	A	1A	334	334,3	277	50/50/3	564 19,2
		2A	335				
		3A	334				
	B	1B	495	496	438,7	50/50/3	564 19,2
		2B	495				
		3B	498				
	C	1C	730	729,7	672,4	50/50/3	564 19,2
		2C	729				
		3C	730				
4	PA	PIA	169,5	169,5	112,2	30/20/2	184 7,8
		P2A	169,5				
		P3A	169,5				
	PB	PIB	234,9	234,9	177,6	30/20/2	184 7,8
		P2B	234,9				
		P3B	234,9				
	PC	PIC	329,8	329,7	272,4	30/20/2	184 7,8
		P2C	329,8				
		P3C	329,6				
PD	PID	430,7	430,6	373,3	30/20/2	184 7,8	
	P2D	430,7					
	P3D	430,5					

W celu syntetycznego zestawienia wyników badań przyjęto trzy stałe smukłości wybozeniowe próbek w seriach, tabl. 3. Smukłość prętową obliczono wg wzoru  $\lambda_i = 0,5 l_i / i$ .

Tablica 3. Zestawienie smukłości kształtowników stalowych i ze stopu aluminium  
Table 3. Values of slenderness ratio for steel and aluminum alloy columns

Numer serii	$\lambda_i = 7,2$ próbki stalowe i ze stopu aluminium w seriach	$\lambda_i \cong 11,4$ próbki stalowe i ze stopu aluminium w seriach	$\lambda_i = 17,5$ próbki stalowe i ze stopu aluminium w seriach	$\lambda_i = 24$ próbki ze stopu aluminium w serii	$\lambda_i = 40$ próbki stalowe w serii
1, 2, 3, 4	SA, SSA, A, PA	SB, SSB, B, PB	SC, SSC, C, PC	PD	SSD

Wartości smukłości prętów zestawione w tabl. 3 są w większości  $\lambda_i < 20$ , poza dwoma skrajnymi przypadkami. W pracy [18] autorzy opisując krzywą wybożenia wg Engesera-Shanleya zastanawiają się czy pręty o smukłości  $\lambda_i < 40$  są właściwie jeszcze prętami. W pracy [15] autorzy podają informację, że parabola wg Johnsona-Ostenfelda dobrze opisuje wybożenie niesprężyste prętów do smukłości  $\lambda_i = 25 \div 30$ . Zatem, interesującym jest jakie zależności naprężenie krytyczne – smukłość lub siła krytyczna – smukłość są w tym zakresie.

Przeprowadzono w trakcie badań następujące pomiary: siły ściskającej, skrócenia pręta oraz strzałek ugięcia pręta w dwóch wzajemnie prostopadłych kierunkach, rys. 2, oraz sfotografowano postać wybożenia. Ogółem przebadano 42 kształtowniki metalowe.

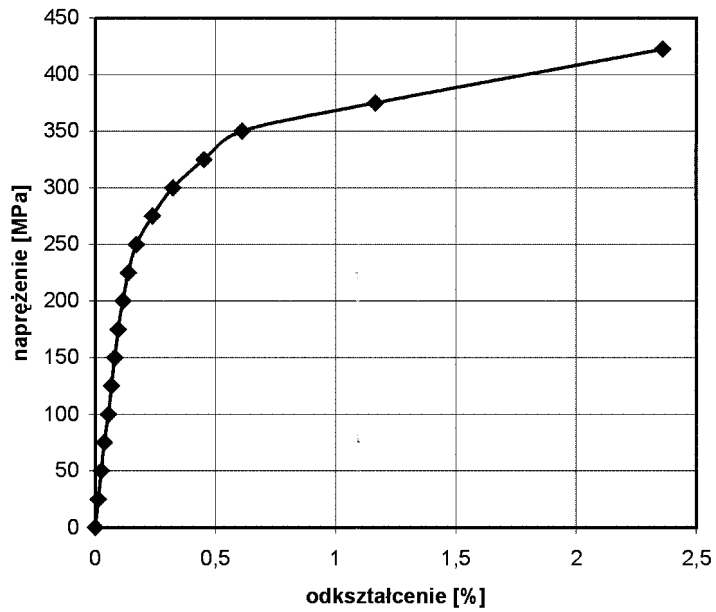
## 4. BADANIA MATERIAŁÓW

Uśredniony wykres naprężenie – odkształcenie uzyskany w próbie osiowego rozciągania trzech próbek (o wymiarach znormalizowanych) wyciętych z kształtowników stalowych przedstawiono na rys. 5. Charakterystyki mechaniczne stali wynoszą: umowna granica sprężystości  $R_{0,05} = 260$  MPa, umowna granica plastyczności  $R_{0,2} = 360$  MPa, moduł Younga  $E = 190000$  MPa.

Uśredniony wykres naprężenie – odkształcenie uzyskany w próbie osiowego rozciągania próbek wyciętych z kształtowników ze stopu aluminium przedstawiono na rys. 6. Charakterystyczne wielkości są: umowna granica sprężystości  $R_{0,05} = 180$  MPa, umowna granica plastyczności  $R_{0,2} = 230$  MPa, moduł Younga  $E = 58500$  MPa.

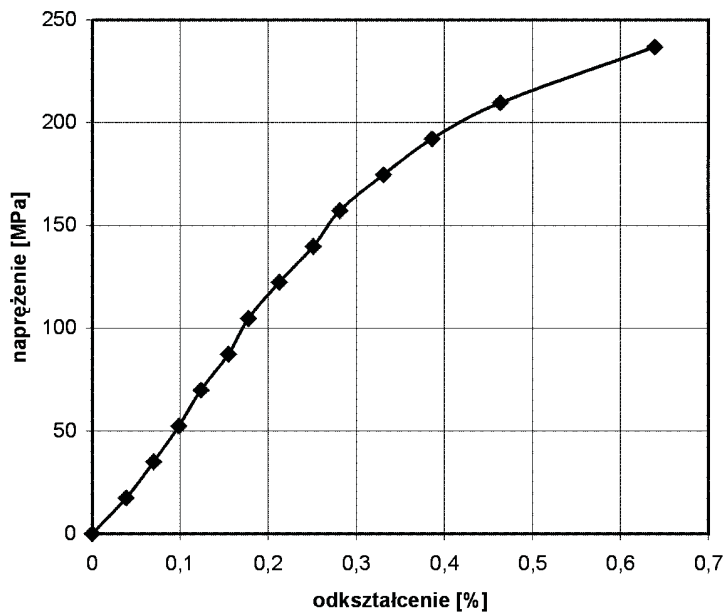
Smukłości graniczne badanych kształtowników obliczone ze wzorów (1) i (2) wg powyższych danych materiałowych wynoszą:

- $\lambda_{gr} = 82,2$  oraz  $\lambda_o = 104,7$  – stal,
- $\lambda_{gr} = 56,5$  oraz  $\lambda_o = 70,6$  – stop aluminium.



Rys.5. Zależność naprężenie - odkształcenie dla stali

Fig.5. Stress versus strain for steel



Rys.6. Zależność naprężenie - odkształcenie dla stopu aluminium

Fig.6. Stress versus strain for aluminum alloy

Zależności  $\sigma - \varepsilon$  badanych materiałów są podobnego charakteru, tzn. nie mają wyraźnej granicy plastyczności. Przy ścisaniu granica plastyczności i moduł Younga mogą przyjmować nieco inne lecz bliskie wyznaczonym wartości, por. np. [14].

Badany stop aluminium ulega zerwaniu przy mniejszych odkształceniach niż stal, jego granica plastyczności jest także mniejsza. Moduł sprężystości tego stopu stanowi ok. 1/3 wartości modułu sprężystości stali (gęstość jest ok. 3-krotnie mniejsza). Dawne oznaczenie badanego stopu aluminium to PA38, a obecne wg oznaczenia numerycznego EN AW-6101A lub wg oznaczenia symbolami chemicznymi to EN AW-Al MgSi(A) [19]. Jest on podatny na przeróbkę plastyczną na gorąco i na zimno, odporny na korozję, spawalny i zgrzewalny, utwardzony na drodze obróbki cieplnej. Ma zastosowanie w konstrukcjach budowlanych średnio obciążonych.

## 5. ANALIZA WYNIKÓW BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH KSZTAŁTOWNIKÓW

### 5.1. WPROWADZENIE

Wyniki badań doświadczalnych nad statecznością kształtowników dla każdej serii próbek przedstawiono w postaci: ścieżek równowagi statycznej we współrzędnych siła ściskająca – skrócenie pręta lub strzałka ugięcia pręta, ilustracji ujawnionej postaci wyboczenia, zależności siła krytyczna – smukłość pręta.

Przy obciążeniu mniejszym od obciążenia krytycznego równowaga pręta prostego jest stateczna, przy sile krytycznej równowaga jest obojętna [18]. Znana ścieżka równowagi statycznej idealnego modelu pręta wg Eulera, którą jest siła osiowa – wygięcie osi pręta [9, 10, 15, 18, 20], w wypadku nieidealnych lecz technicznie wytworzonych prętów przybiera inny kształt [21]. Przyczyną tego są różne imperfekcje technologiczne (np. szew w wypadku rury zgrzewanej), geometryczne i strukturalne (np. naprężenia resztkowe).

Na przemieszczenia pręta mają wpływ siły podłużne, momenty zginające i siły poprzeczne [9, 18, 20]. W prętach krótkich wpływ sił poprzecznych na kształt ścieżki równowagi statycznej jest znaczny. Przy długich prętach wpływ sił poprzecznych jest niewielki i pomijalny [9, 22].

### 5.2. KSZTAŁTOWNIKI STALOWE O PRZEKROJU RUROWYM KWADRATOWYM

Przeprowadzono pomiary przemieszczeń pionowych i poziomych przy narastającym obciążeniu  $P$  kształtowników stalowych o przekroju rury kwadratowej (rys. 4a) - seria 1. W tablicy 4 przedstawiono zestawienie wartości sił krytycznych i postaci wyboczenia. Na rys. 7 przedstawiono widok wyboczenia próbek SA o smukłości  $\lambda_i = 7,2$  i na rys. 8 widok wyboczenia próbek SB o smukłości  $\lambda_i = 11,4$ .

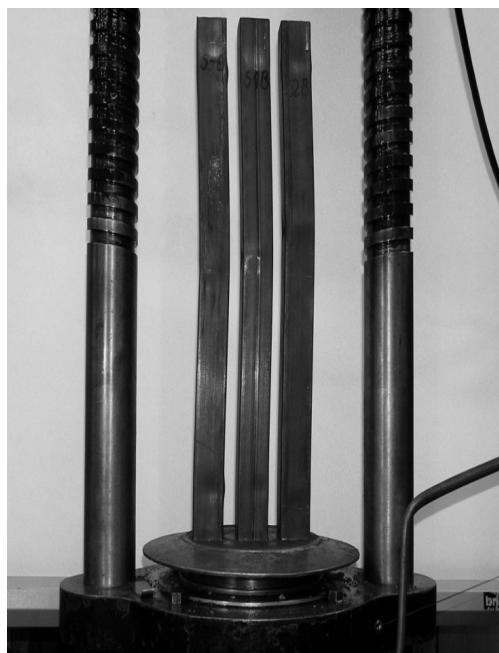
Tablica 4. Zestawienie sił krytycznych i postaci wyboczenia kształtowników stalowych serii 1

Table 4. Critical loading and buckling modes for steel columns of series 1

Smukłość $\lambda_i$	Nazwa próbek	Siła krytyczna $P_{kr}$ [kN] każdej próbki	Siła krytyczna $P_{kr}$ [kN] średnia	Postać wyboczenia
7,2	SA	142, 157, 153	150,7	Wyboczenie lokalne
11,4	SB	153, 153, 151	152,3	Wyboczenie giętne i lokalne
17,4	SC	142, 139, 147	142,7	Wyboczenie giętne i lokalne

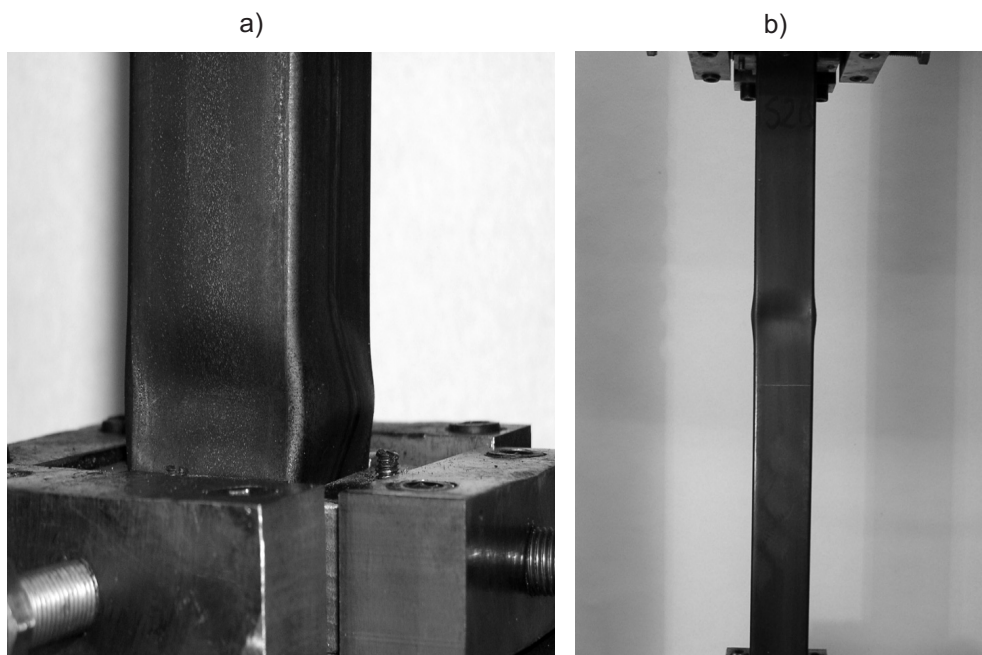


Rys.7. Widok wyboczenia kształtowników SA  
Fig.7. Buckling of columns SA



Rys.8. Widok wyboczenia kształtowników SB  
Fig.8. Buckling of columns SB

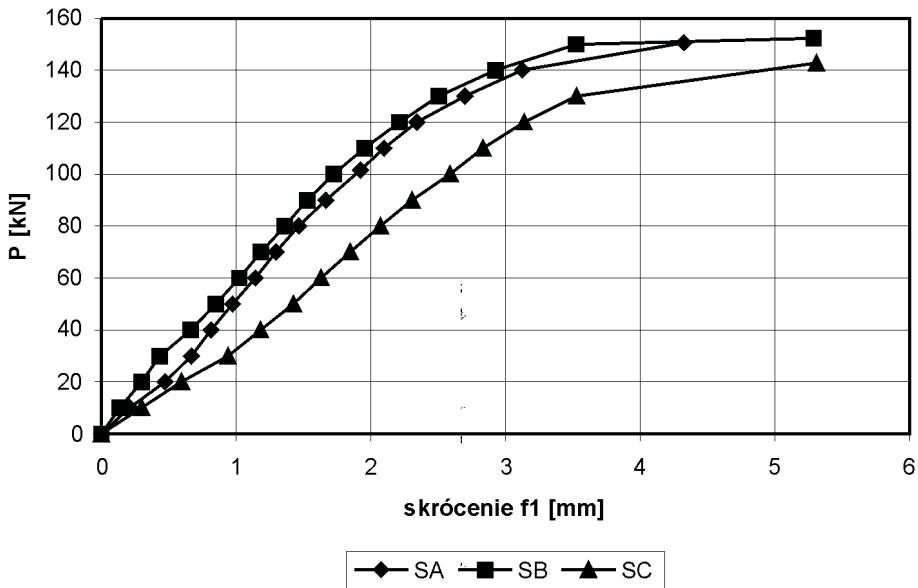
Próbki o najmniejszej smukłości uległy wyboczeniu miejscowemu w pobliżu utwierdzenia (kołnierz na próbce w okolicy dolnego lub górnego jej końca). Próbki o większych smukłościach uległy wyboczeniu giętnemu, któremu towarzyszy wyboczenie miejscowe w postaci czterech soczewek zlokalizowanych w połowie długości pręta oraz czterech soczewek zlokalizowanych w pobliżu obu utwierdzeń, rys. 9 a i rys. 9 b. Zależność średnia siła krytyczna – smukłość otrzymana z badań doświadczalnych ujawniła pewien spadek siły krytycznej przy najmniejszej smukłości, co odbiega od teoretycznego wykresu przedstawionego na rys. 1.



Rys.9. Widok wybooczenia lokalnego kształtownika S1B:  
a) w pobliżu utwierdzenia, b) w połowie rozpiętości  
Fig.9. Local buckling in column S1B:  
a) close to the clamped edge, b) in the middle section

Na rys. 10 przedstawiono ścieżki równowagi statycznej w osiach współrzędnych siła ściskająca – skrócenie pręta,  $P - f1$ , dla kształtowników o smukłościach  $\lambda_i = 7,2$ ;  $\lambda_i = 11,4$  i  $\lambda_i = 17,4$ . Każdy wykres jest zbudowany na podstawie wartości średnich z pomiarów na trzech próbkach o jednakowej smukłości. W odróżnieniu od idealnego modelu wybooczenia pręta eulerowskiego, od początku obciążenia zachodzą niewielkie skrócenia kształtowników.

Na podstawie wykresów z rys. 10 można stwierdzić w pobliżu siły krytycznej duży przyrost skróceń próbek. Najmniejszą liczbowo wartość skrócenia  $f1$  otrzymano dla najkrótszego kształtownika SA o  $\lambda_i = 7,2$  i największy procentowo stosunek skrócenia do długości próbki otrzymano także dla najkrótszego kształtownika; tabl. 5. Równocześnie ze skróceniem osi pręta występuje wygięcie osi pręta. W wypadku prętów o przekroju rury czworobocznej, poziomej strzałce ugięcia  $f2$  towarzyszy poziome przemieszczenie  $f3$  w kierunku prostopadłym. Wynika ono z przestrzennego stanu przemieszczenia i deformacji ścianek tego przekroju. Deformacja badanego przekroju poprzecznego przy sile krytycznej jest złożona; od strony wklęsłej wygiętego pręta powstaje soczewka wklęsła, a na prostopadłych do niej ściankach tworzą się soczewki wypukłe; np. rys. 9.



Rys.10. Ścieżki równowagi statycznej typu siła ściskająca - skrócenie dla kształtowników stalowych serii 1

Fig.10. Static equilibrium paths as a relation: compression force versus total contraction for steel columns of series 1

Tablica 5. Zestawienie wartości całkowitych skróceń i strzałek ugięć kształtowników stalowych serii 1

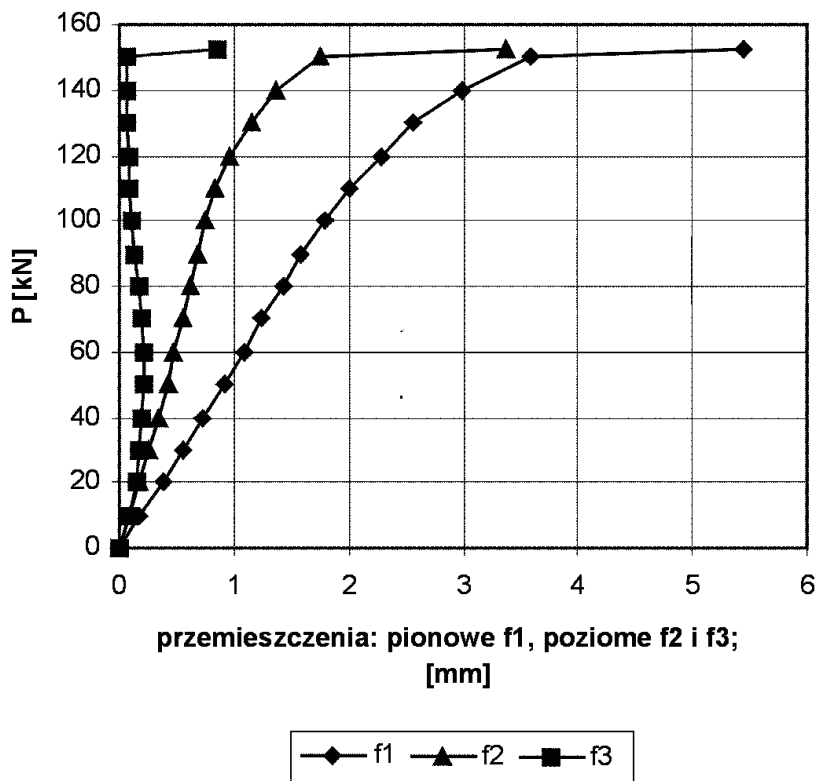
Table 5. Total contraction and transverse deflection for steel columns of series 1

Smukłość $\lambda_i$	Nazwa próbek	Skrócenie $f_1$ [mm] średnie	Iloraz $f_1/l$ [%]	Strzałka wypadkowa $f$ średnia [mm]
7,2	SA	4,3	1,5	1,1
11,4	SB	5,3	1,2	3,4
17,4	SC	5,3	0,8	4,6

W trakcie badań nie rejestrowano pokrytycznych części ścieżek równowagi statycznej, tj. przy spadku siły. W fazie pokrytycznej przemieszczenie (np. skrócenie) rośnie i znacznie przekracza wartości pomierzone podane w tablicy 5. W fazie pokrytycznej siła nie spadnie do zera, ponieważ badany materiał nie jest materiałem kruchym. W tablicy 5 podano wypadkową strzałkę ugięcia  $f$ , którą obliczono wg wzoru  $f = \sqrt{f_2^2 + f_3^2}$ . Należy uważać, że  $f$  jest oszacowaniem wypadkowego ugięcia poziomego wygiętego pręta [21].



Na rys. 11 przedstawiono trzy ścieżki równowagi statycznej dla próbek o nazwie SB ( $\lambda_i=11,4$ ), które uzyskano na podstawie wartości średnich. Są one następujące: siła ściskająca - skrócenie osi pręta, czyli  $P - f1$ , siła ściskająca - ugięcia poziome pręta w dwu wzajemnie prostopadłych kierunkach, czyli  $P - f2$  i  $P - f3$ .



Rys.11. Ścieżki równowagi statycznej typu siła ściskająca - przemieszczenie pionowe i przemieszczenia poziome kształtowników SB ( $\lambda_i=11,4$ )

Fig.11. Static equilibrium paths: compression force versus total contraction and transverse deflection for steel columns SB ( $\lambda_i=11.4$ )

Z przedstawionych ścieżek równowagi statycznej wynika, że zagadnienia stateczności badanych kształtowników teoretycznie nie można sprowadzać do jednej płaszczyzny np.  $x, y$ . W badaniach stwierdzono przestrzenny stan przemieszczenia przekrojów poprzecznych, zostały pomierzone przemieszczenia miarodajnego przekroju kształtownika w kierunku osi przekrojowych  $y$  i  $z$ . Ze ścieżek równowagi wynika, że nie można pominąć przemieszczenia  $f3$ . Jest ono mniejsze od  $f2$  w początkowej fazie obciążenia, przy sile krytycznej znacznie wzrasta.

### 5.3. KSZTAŁTOWNIKI STALOWE O PRZEKROJU RUROWYM PROSTOKĄTNYM

W badaniach kształtowników serii 2, o przekroju rury prostokątnej - rys. 4b, przeprowadzono analogiczne pomiary przemieszczeń i sił. Smukłości odpowiednich kształtowników w seriach 1 i 2 są takie same. W tablicach 6 i 7 przedstawiono zestawienie wybranych wyników badań. Na rys. 12 przedstawiono średnią zależność  $P_{kr} - \lambda_i$  dla kształtowników stalowych serii 1 i 2. Zależność ta dla serii 2, w odróżnieniu od serii 1, wskazuje przy malejącej smukłości wzrost siły krytycznej.

Tablica 6. Zestawienie sił krytycznych i postaci wyboczenia kształtowników stalowych serii 2

Table 6. Critical loading and buckling modes for steel columns of series 2

Smukłość $\lambda_i$	Nazwa próbek	Siła krytyczna $P_{kr}$ [kN] każdej próbki	Siła krytyczna $P_{kr}$ [kN] średnia	Postać wyboczenia
7,2	SSA	76,5; 76,5; 76,2	76,4	Wyboczenie giętnie
11,4	SSB	77; 69; 69,4	71,8	Wyboczenie giętnie
17,5	SSC	67,4; 66,6; 67,5	67,2	Wyboczenie giętnie
40	SSD	58,2; 57,1; 58,8	58,0	Wyboczenie giętnie

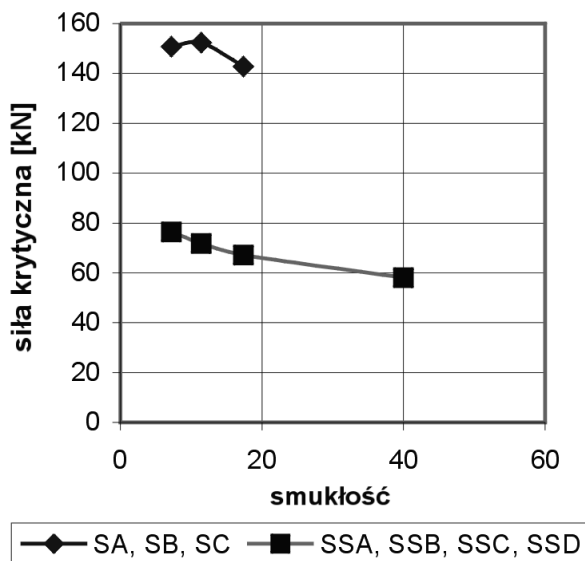
Tablica 7. Zestawienie wartości całkowitych skróceń i strzałek ugięć kształtowników stalowych serii 2

Table 7. Total contraction and transverse deflection for steel columns of series 2

Smukłość $\lambda_i$	Nazwa próbek	Skrócenie $f1$ [mm] średnie	Iloraz $f1/l$ [%]	Strzałka wypadkowa $f$ średnia [mm]
7,2	SSA	4,8	4,3	3,8
11,4	SSB	4,0	2,3	3,3
17,5	SSC	2,5	0,9	2,5
40	SSD	2,7	0,4	5,1

Na rys. 13 -16 przedstawiono widoki wyboczenia następujących kształtowników:

- rys. 13 – kształtownik SS2A o smukłości  $\lambda_i = 7,2$ ;
- rys. 14 – trzy kształtowniki SSB o smukłości  $\lambda_i = 11,4$ ;
- rys. 15 – kształtownik SS1C o smukłości  $\lambda_i = 17,5$ ;
- rys. 16 – kształtownik SS1D o smukłości  $\lambda_i = 40$ .



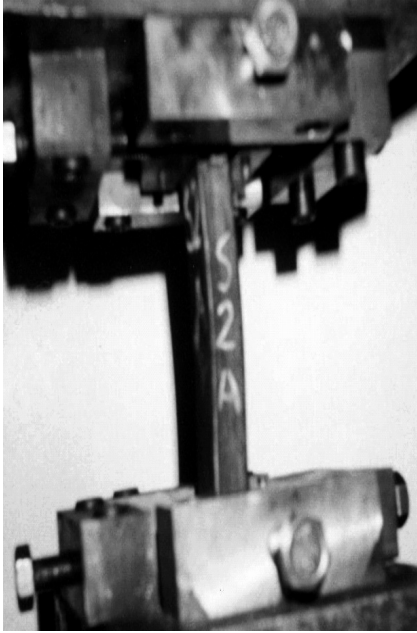
Rys.12. Zależność siły krytycznej od smukłości dla kształtowników stalowych  
Fig.12. Critical force versus slenderness for steel columns

Wszystkie próbki zostały zniszczone na skutek wyboczenia giętnego, przegub plastyczny wytworzył się w połowie długości. Na fotografiach pokazane są tylko bardzo małe wklęsnięcia krótkich kształtowników w pobliżu utwierdzeń, jest to wpływ zamocowania.

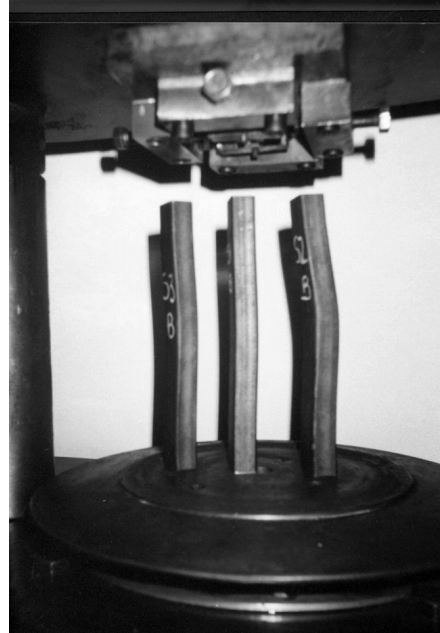
Na rys. 17 pokazano ścieżki równowagi statycznej w osiach współrzędnych siła ścisująca – skrócenie pręta,  $P - f l$ , dla kształtowników o smukłościach  $\lambda_i$ : 7,2; 11,4; 17,5; 40. Każda z nich została zbudowana na podstawie wartości średnich. Od początku obciążenia zachodzą niewielkie skrócenia, które gwałtownie rosną przy sile krytycznej. Największe skrócenie  $f l$  i największą wartość ilorazu  $f l / l$  otrzymuje się w wypadku pręta, którego smukłość jest najmniejsza.

Na rys. 18 przedstawiono ścieżki równowagi statycznej typu siła – skrócenie i siła – wypadkowa strzałka ugięcia dla kształtowników stalowych o tej samej smukłości  $\lambda_i$  i o różnych przekrojach, tj. o przekroju rury kwadratowej S2B (seria 1) oraz rury prostokątnej SS2B (seria 2).

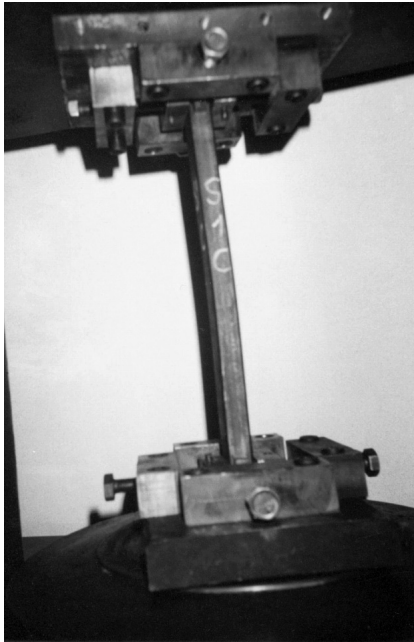
Rysunek ten ilustruje duże narastanie wypadkowej strzałki ugięcia  $f$  w końcowej fazie obciążenia, znacznie większe od narastania skrócenia  $f l$ .



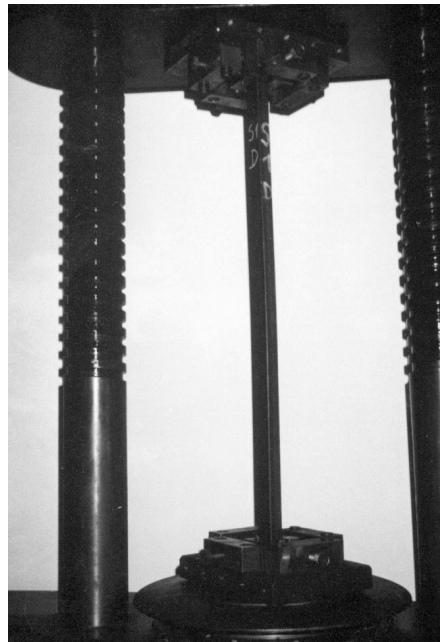
Rys.13. Widok wyboczenia  
kształtownika SS2A  
Fig.13. Buckling of column SS2A



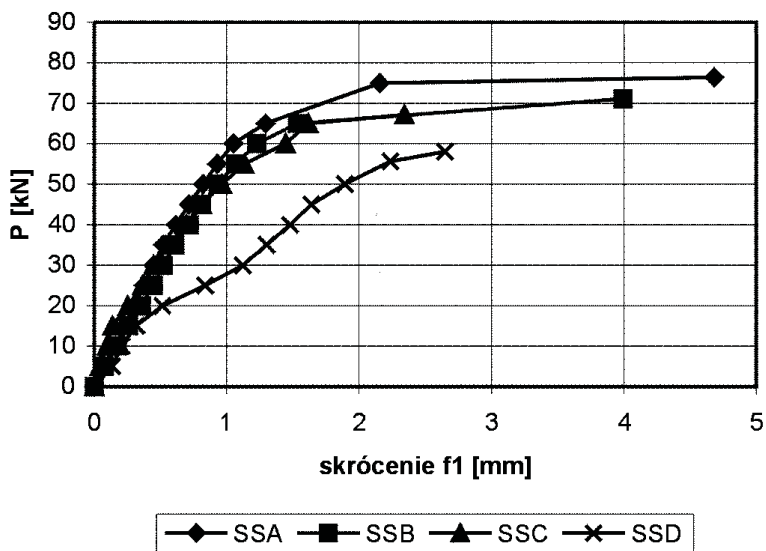
Rys.14. Widok wyboczenia  
kształtowników SSB  
Fig.14. Buckling of columns SSB



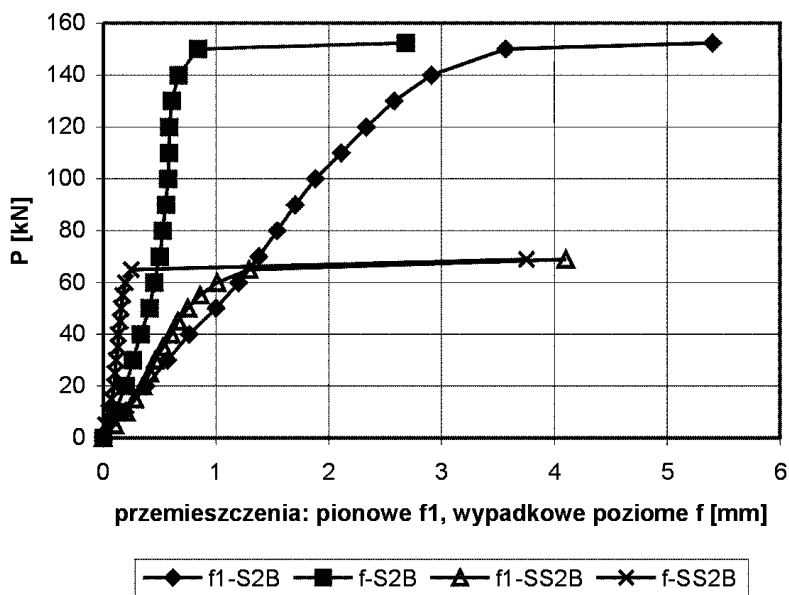
Rys.15. Widok wyboczenia  
kształtownika SS1C  
Fig.15. Buckling of column SS1C



Rys.16. Widok wyboczenia  
kształtownika SS1D  
Fig.16. Buckling of column SS1D



Rys.17. Ścieżki równowagi statycznej typu siła - skrócenie dla kształtowników stalowych serii 2  
 Fig.17. Static equilibrium paths as a relation: compression force versus total contraction for steel columns of series 2



Rys.18. Ścieżki równowagi statycznej  $P - f_1$  i  $P - f$  dla kształtowników stalowych o  $\lambda_y = 11.4$ ; rura kwadratowa S2B i rura prostokątna SS2B  
 Fig.18. Static equilibrium paths  $P - f_1$  and  $P - f$  for steel columns with  $\lambda_y = 11.4$ ; square tube S2B and rectangular tube SS2B

W nawiązaniu do norm PN-90/B - 03200 [16] i EC3 [23] określono poniżej klasę przekrojów prętów stalowych.

Smukłość graniczna ścianek dla przekrojów klasy 1 (po przyjęciu nominalnej wartości wytrzymałości obliczeniowej stali) jest następująca:

- wg PN- 90/B - 03200 wynosi ona  $23\epsilon = 23\sqrt{\frac{235}{204}} = 23,6$  ;
- wg EC3 wynosi ona  $42\epsilon = 42\sqrt{\frac{235}{221}} = 44$  .

Smukłość ścianek badanych kształtowników 50/50/2 jest

- $d / t = 46 / 2 = 23 \leq 23,6$  – klasa 1.

Smukłość ścianek badanych kształtowników 30/20/2 jest:

- $d / t = 26 / 2 = 13 \leq 23,6$  – klasa 1,
- $d / t = 16 / 2 = 8 \leq 23,6$  – klasa 1.

Przekroje klasy 1 zalicza się do krępych, mogą one osiągnąć nośność uogólnionego przegubu plastycznego i nie są podatne na niestateczność lokalną. W wypadku badanych próbek, powyższa kwalifikacja odpowiada wynikom przeprowadzonych pomiarów dla kształtowników o przekroju rury prostokątnej, a nie pokrywa się ona z uzyskanymi wynikami pomiarów dla kształtowników o przekroju rury kwadratowej, które ulegają wyboczeniu miejscowemu.

#### 5.4. KSZTAŁTOWNIKI ZE STOPU ALUMINIUM O PRZEKROJU RUROWYM KWADRATOWYM

Stopy aluminium, ze względu na bardzo szeroki zakres własności mechanicznych, można stosować zarówno na detale konstrukcyjne jak i na konstrukcje [11]. Chociaż aluminium jest najpopularniejszym metalem na ziemi, to do dnia dzisiejszego norma przeznaczona do projektowania konstrukcji stalowych [16] nie doczekała się równoważnego sobie odpowiednika przeznaczonego dla konstrukcji aluminiowych [24]; jest on nadal w opracowaniu. Wobec tego wyniki badań nad statecznością niesprężystą kształtowników ze stopu aluminium mogą być przydatne dla praktyki inżynierskiej.

Przeprowadzono pomiary skróceń i poziomych strzałek ugięć w dwóch wzajemnie prostopadłych kierunkach, przy narastającej sile ściskającej  $P$ , kształtowników o przekroju rury kwadratowej - rys. 4c. W tablicy 8 i 9 przedstawiono zestawienie wybranych wyników badań.

Tablica 8. Zestawienie sił krytycznych i postaci wybooczenia kształtowników ze stopu aluminium serii 3

Table 8. Critical loading and buckling modes for aluminum alloy columns of series 3

Smukłość $\lambda_i$	Nazwa próbek	Siła krytyczna $P_{kr}$ [kN] każdej próbki	Siła krytyczna $P_{kr}$ [kN] średnia	Postać wybooczenia
7,2	A	128; 127,5; 131	128,8	Wybooczenie giętne i lokalne
11,4	B	139; 124; 121	128	Wybooczenie giętne i lokalne
17,5	C	114; 115; 117	115,3	Wybooczenie giętne i lokalne

Tablica 9. Zestawienie wartości całkowitych skróceń i strzałek ugięć kształtowników ze stopu aluminium serii 3

Table 9. Total contraction and transverse deflection for aluminum alloy columns of series 3

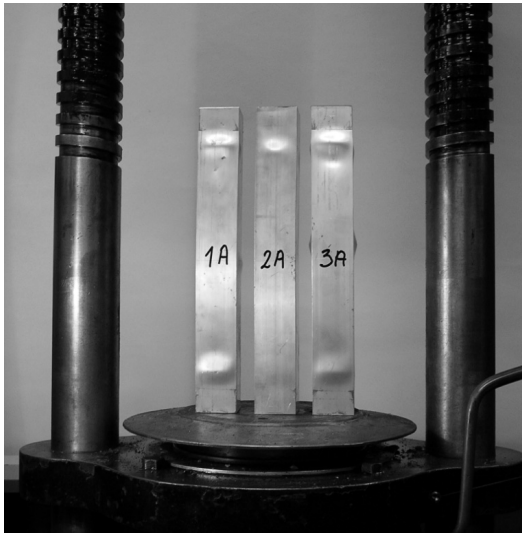
Smukłość $\lambda_i$	Nazwa próbek	Skrócenie $f1$ [mm] średnie	Iloraz $f1/l$ [%]	Strzałka wypadkowa $f$ średnia [mm]
7,2	A	5,6	1,7	1,7
11,4	B	5,3	1,2	3,7
17,5	C	5,3	0,7	3,6

Średnia zależność typu siła krytyczna – smukłość, wg tabl. 8, wskazuje wzrost  $P_{kr}$  ze spadkiem smukłości  $\lambda_i$ . Porównując wyniki zamieszczone w tabl. 5 i 9 stwierdza się spadek wartości ilorazu  $f1/l$  ze wzrostem smukłości próbki oraz najmniejszą wartość wypadkowej strzałki  $f$  przy najmniejszej smukłości próbki.

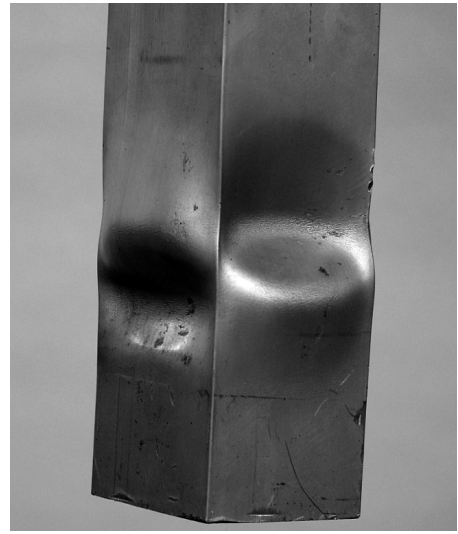
Wszystkie rury ze stopu aluminium zostały zniszczone na skutek wybooczenia giętnego, któremu towarzyszy wybooczenie lokalne. Na wybranych fotografiach, rys. 19 - 22, pokazano widoki wybooczenia kształtowników A i C tej serii.

Na przedstawionych zdjęciach wyraźnie widać, że im próbka jest krótsza tym soczewki powstałe wskutek wybooczenia miejscowego (w połowie wysokości rury i w pobliżu utwierdzenia) są większe. Ponadto na zdjęciach można zaobserwować, że im próbka jest dłuższa tym bardziej jest wyeksponowana giętna postać wybooczenia.

Na rys. 23 przedstawiono zależności typu siła – skrócenie,  $P - f1$ , dla kształtowników o smukłościach  $\lambda_i$ : 7,2; 11,4; 17,5; czyli grup próbek o nazwach A, B, C. Zależności te zbudowano na podstawie wartości średnich. Na rys. 24 pokazano ścieżki równowagi statycznej typu siła – skrócenie i wypadkowa strzałka ugięcia,  $P - f1$  i  $P - f$ , dla grupy kształtowników B z tej serii.



Rys.19. Widok wyboczenia kształtowników A  
Fig.19. Buckling of columns A



Rys.20. Widok wyboczenia kształtownika 1A  
ponad utwierdzeniem  
Fig.20. Buckling in column 1A above  
clamped end

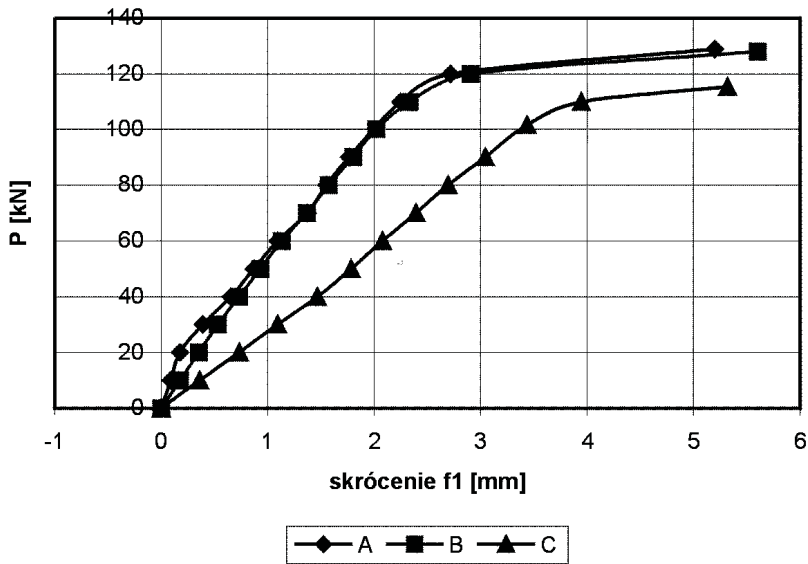


Rys.21. Widok wyboczenia kształtowników C  
Fig.21. Buckling of columns C

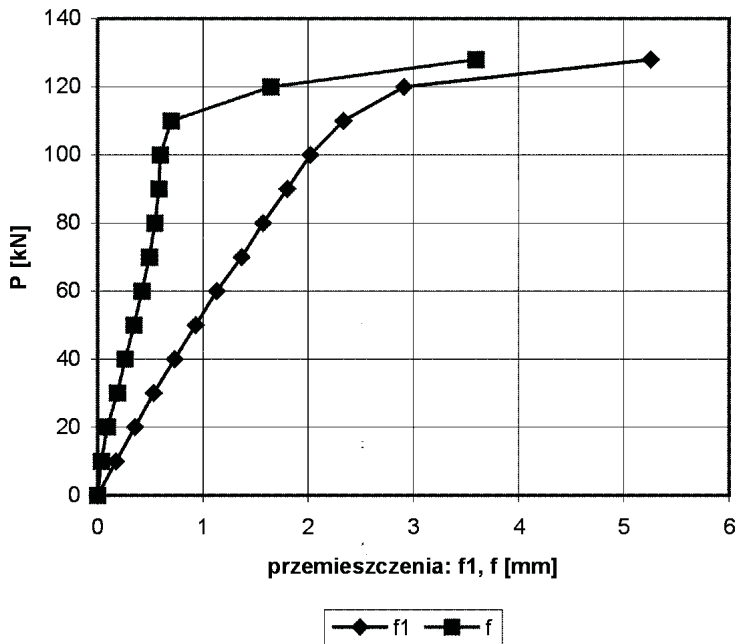


Rys.22. Widok wyboczenia kształtownika 1C  
Fig.22. Buckling of column 1C





Rys.23. Ścieżki równowagi statycznej typu siła - skrócenie dla kształtowników serii 3  
 Fig.23. Static equilibrium paths as a relation: compression force total contraction columns of series 3



Rys.24. Ścieżki równowagi statycznej typu siła - skrócenie i siła - wypadkowa strzałka ugięcia dla kształtowników B z serii 3  
 Fig.24. Static equilibrium paths as a relation: compression force total contraction and compression force versus transverse deflection for columns B from series 3

Z przedstawionej tu analizy rezultatów badań wynika, że:

1. wypadkowa strzałka ugięcia jest mniejsza od skrócenia w każdym przypadku,
2. im krótsza jest rura tym, tym jej całkowite skrócenie względne jest większe,
3. przeguby plastyczne, które tworzą się przy sile krytycznej obejmują cztery ścianki rury kwadratowej.

## 5.5. KSZTAŁTOWNIKI ZE STOPU ALUMINIUM O PRZEKROJU RUROWYM PROSTOKĄTNYM

W badaniach kształtowników serii 4, o przekroju rury prostokątnej - rys. 4d, przeprowadzono analogiczne pomiary siły i przemieszczeń. Smukłości odpowiednich kształtowników w seriach 3 i 4 są takie same. W tablicy 10 i 11 przedstawiono zestawienie wybranych wyników badań.

W wypadku próbek o smukłościach 7,2; 11,4; 17,5 giętej postaci wyboczenia towarzyszy wyboczenie lokalne w postaci niewielkich deformacji ścianek zwłaszcza w okolicach utwierdzenia, rys. 25 i rys. 26. Odróżnia to prostokątne rury ze stopu aluminium od prostokątnych rur stalowych, które przyjmowały tylko giętą postać wyboczenia, por. tabl. 6. Wartości siły  $P_{kr}$  są tym większe im smukłość mniejsza, przy największej smukłości nie zaobserwowano lokalnej deformacji ścianek. W rurach ze stopu aluminium o przekroju kwadratowym lokalna deformacja ścianek była znacznie większa, por. rys. 19 - 21. Na rys. 27 pokazano ścieżki równowagi statycznej  $P - f$  próbek serii 4 (zbudowano je na podstawie wartości średnich). Natomiast na rys. 28 pokazano ścieżki równowagi statycznej typu siła - skrócenie i wypadkowa strzałka ugięcia,  $P - f_1$  i  $P - f$ , dla grupy kształtowników PB z tej serii.

Tablica 10. Zestawienie sił krytycznych i postaci wyboczenia kształtowników ze stopu aluminium serii 4

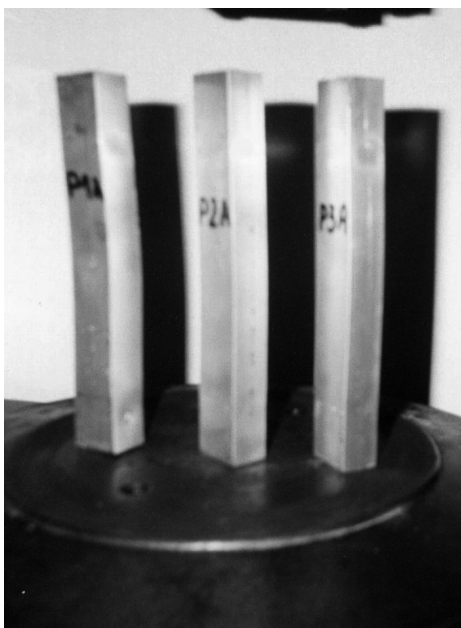
Table 10. Critical loading and buckling modes for aluminum alloy columns of series 4

Smukłość $\lambda_i$	Nazwa próbek	Siła krytyczna $P_{kr}$ [kN] każdej próbki	Siła krytyczna $P_{kr}$ [kN] średnia	Postać wyboczenia
7,2	PA	40; 41; 41	40,7	Wyboczenie giętne i lokalne
11,4	PB	37; 38,5; 39	38,2	Wyboczenie giętne i lokalne
17,5	PC	37; 37,5; 36,5	37	Wyboczenie giętne i lokalne
24	PD	35,5; 35,1; 33,5	34,7	Wyboczenie giętne

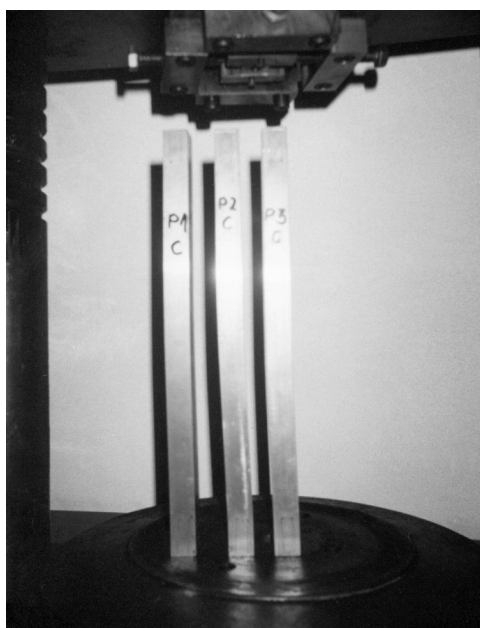
Tablica 11. Zestawienie wartości całkowitych skróceń i strzałek ugięć kształtowników ze stopu aluminium serii 4

Table 11. Total contraction and transverse deflection for aluminum alloy columns of series 4

Smukłość $\lambda_i$	Nazwa próbek	Skrócenie $f1$ [mm] średnie	Iloraz $f1/l$ [%]	Strzałka wypadkowa $f$ średnia [mm]
7,2	PA	3	1,8	1,3
11,4	PB	2,6	1,1	1,2
17,5	PC	2,6	0,8	1,9
24	PD	2,5	0,6	1,8



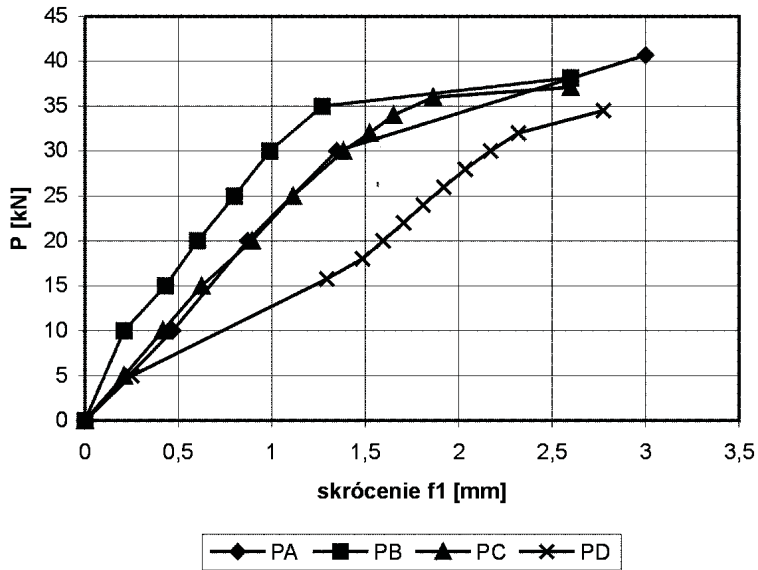
Rys.25. Widok wybooczenia kształtowników PA  
Fig.25. Buckling of columns PA



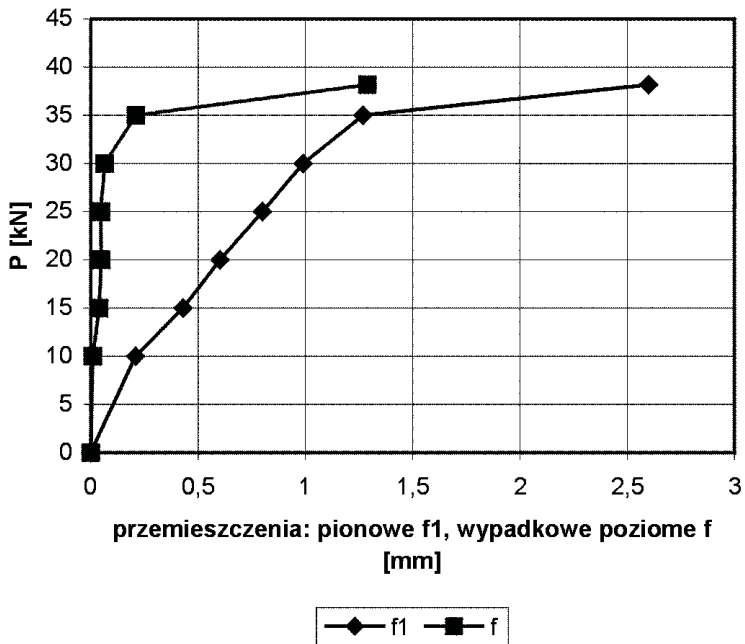
Rys.26. Widok wybooczenia kształtowników PC  
Fig.26. Buckling of columns PC

Z przedstawionej tu analizy rezultatów badań wynika, że:

1. skrócenia kształtowników serii 4 są tym większe im smukłość mniejsza,
2. wypadkowa strzałka ugięcia jest mniejsza od skrócenia w każdym przypadku,
3. im krótsza jest rura tym, tym jej całkowite skrócenie względne jest większe,
4. dla kształtowników o smukłości  $\lambda_i < 20$  wystąpiło wybooczenie giętne i lokalne, a dla kształtowników o smukłości  $\lambda_i > 20$  wybooczenie giętne.



Rys.27. Ścieżki równowagi statycznej typu siła - skrócenie dla kształtowników serii 4  
 Fig.27. Static equilibrium paths as a relation: compression force versus total contraction for steel columns of series 4



Rys.28. Ścieżki równowagi statycznej typu siła - skrócenie i siła - wypadkowa strzałka ugięcia dla kształtowników PB z serii 4  
 Fig.28. Static equilibrium paths as a relation: compression force total contraction and compression force versus transverse deflection for columns PB from series 4

## 6. PORÓWNANIE WYNIKÓW BADAŃ Z WYNIKAMI OBLICZEŃ STOSOWANYMI W PRAKTYCE INŻYNIERSKIEJ

Poniżej przedstawiono porównanie zależności naprężenie - smukłość otrzymanych na podstawie badań doświadczalnych i obliczeń przeprowadzonych wg wzorów zamieszczonych w aktualnym poradniku konstrukcyjnym [11]. Wartości bezpiecznych naprężeń przy ściskaniu kształtowników stalowych wyznaczono wg wzoru (3.1), a wartości naprężeń przy ściskaniu kształtowników ze stopu aluminium wyznaczono wg wzorów (4.1), (6.1) - (6.3). Wartości maksymalnych naprężeń ściskających, w zakresie odkształceń sprężysto - plastycznych, w połowie długości wygiętych kształtowników ściskanych oblicza się wg wzoru [4, 18, 20]:

$$\sigma_{kr} = \sigma_{kr}^{sr} + \Delta\sigma = P_{kr} / A + \Delta\varepsilon \cdot E_t, \quad (7)$$

gdzie:

- $\sigma_{kr}^{sr}$  – równomiernie rozłożone naprężenie ściskające w przekroju poprzecznym,
- $\Delta\sigma$  – przyrost naprężenia w przekroju poprzecznym po stronie wklęsłej pręta,
- $\Delta\varepsilon$  – przyrost odkształcenia w przekroju poprzecznym po stronie wklęsłej pręta,
- $E_t = d\sigma / d\varepsilon$  – moduł styczny.

Wartość drugiego składnika powyższego wzoru jest znacznie mniejsza od wartości pierwszego składnika; zwłaszcza powyżej granicy plastyczności jest ona bardzo mała. Wynika to z przebiegu funkcji  $\sigma - \varepsilon$  badanych materiałów. Z tego powodu można przeprowadzić porównanie wartości  $\sigma_{kr}^{sr}$  i wartości obliczeniowych naprężeń ściskających przy projektowaniu - tabl. 12 i tabl. 13.

Tablica 12. Porównanie wartości naprężeń doświadczalnych i obliczeniowych przy ściskaniu kształtowników stalowych serii 1 i 2

Table 12. Comparison of experimental critical stress and design values for steel columns of series 1 and 2

$\lambda_i$	Obliczenia wg [11]		Badania			
	Naprężenia obliczeniowe $\sigma_{cr}^{st}$ [MPa]	Iloraz $\sigma_{cr}^{st} / R_{0,2}$	Seria 1 $\sigma_{kr}^{sr}$ [MPa]	Seria 1 iloraz $\sigma_{kr}^{sr} / R_{0,2}$	Seria 2 $\sigma_{kr}^{sr}$ [MPa]	Seria 2 iloraz $\sigma_{kr}^{sr} / R_{0,2}$
7,2	212,3	0,59	392,3	1,09	415,2	1,15
11,4	209,7	0,58	396,6	1,10	390,2	1,08
17,5	205,3	0,57	371,6	1,03	365,2	1,01
40	185	0,51	-	-	315,2	0,88

Tablica 13. Porównanie wartości naprężeń doświadczalnych i obliczeniowych przy ściskaniu kształtowników ze stopu aluminium serii 3 i 4

Table 13. Comparison of experimental critical stress and design values for aluminum alloy columns of series 3 and 4

$\lambda_i$	Obliczenia wg [11]		Badania			
	Naprężenia obliczeniowe $\sigma_{cr}^{st}$ [MPa]	Iloraz $\sigma_{cr}^{st} / R_{0,2}$	Seria 3 $\sigma_{kr}^{sr}$ [MPa]	Seria 3 iloraz $\sigma_{kr}^{sr} / R_{0,2}$	Seria 4 $\sigma_{kr}^{sr}$ [MPa]	Seria 4 iloraz $\sigma_{kr}^{sr} / R_{0,2}$
7,2	138,4	0,6	228,4	0,99	221,2	0,96
11,4	137,2	0,6	227	0,99	207,6	0,90
17,5	135,4	0,59	204,4	0,89	201,1	0,87
24	133,5	0,58	-	-	188,6	0,82

Na podstawie wyników zamieszczonych w tablicach 12 i 13 można stwierdzić, że wartości naprężeń obliczeniowych wg poradnika konstrukcyjnego [11] nie przekraczają  $0,6R_{0,2}$  w każdym przypadku. Natomiast rzeczywiste naprężenia ściskające średnie są w następującej relacji z umowną granicą plastyczności:

1. w wypadku kształtowników stalowych serii 1 i 2 przy  $\lambda_i \leq 17,5$   $\sigma_{kr}^{sr}$  przewyższa granicę  $R_{0,2}$ ,
2. w wypadku kształtowników ze stopu aluminium serii 3 i 4  $\sigma_{kr}^{sr}$  nie osiąga granicy  $R_{0,2}$ ,
3. im smukłość  $\lambda_i$  jest mniejsza tym wartość ilorazu  $\sigma_{kr}^{sr} / R_{0,2}$  jest większa,
4. w wypadku kształtowników ze stopu aluminium wartości  $\sigma_{kr}^{sr}$  dla rur kwadratowych są nieco większe niż dla rur prostokątnych,
5. w wypadku kształtowników stalowych wartości  $\sigma_{kr}^{sr}$  dla rur prostokątnych są większe niż dla rur kwadratowych.

Odnosząc się do norm [16, 23] można stwierdzić, że w próbkach stalowych powstają przeguby plastyczne, a w próbkach ze stopu aluminium przeguby sprężysto – plastyczne.

## 7. PODSUMOWANIE

Na podstawie przeprowadzonych badań doświadczalnych dla krótkich ściskanych kształtowników stalowych i kształtowników ze stopu aluminium o przekrojach czworobocznych stwierdzono, że mogą one ulegać wyboczeniu lokalnemu lub wyboczeniu giętnemu z towarzyszącym mu wybočeniem lokalnym lub wyboczeniu giętnemu. Zależy to od smukłości prętowej, materiału i od przekroju poprzecznego. Średnie naprężenia krytyczne w przekrojach poprzecznych kształtowników stalowych o smukłościach  $7,2 \div 17,5$  przekraczają umowną granicę plastyczności w zakresie od  $1,01 R_{0,2}$  do  $1,15 R_{0,2}$ . Średnie naprężenia krytyczne w przekrojach poprzecznych kształtowników ze stopu aluminium o smukłościach  $7,2 \div 17,5$  nie osiągają w pełni umownej granicy plastyczności, w zależności od smukłości wynoszą one od ok.  $0,82 R_{0,2}$  do  $0,99 R_{0,2}$ . Wobec tego nie można determinacji nominalnych wg PN-90/B-03200 i Eurokodu 3, przeznaczonego dla elementów konstrukcji stalowych, przenieść bezpośrednio na potrzeby konstrukcji aluminiowych.

W tych kształtownikach, w których smukłość ścianek jest większa (o przekroju rury kwadratowej) wyboczenie lokalne jest bardziej wyeksponowane. W ogólności w badanych kształtownikach o przekroju rury kwadratowej występuje wyboczenie lokalne (najczęściej towarzyszące giętnemu), a w kształtownikach o przekroju rury prostokątnej może ono wystąpić lub nie (zależy to od smukłości prętowej).

W wyniku pomiarów uzyskano przestrzenny stan przemieszczeń wszystkich kształtowników przy sile narastającej od zera do wartości krytycznej. Zarówno skrócenia jak i strzałki ugięcia gwałtownie narastają, gdy obciążenie zbliża się do wartości krytycznej.

Pomierzone w momencie siły krytycznej skrócenia  $f_1$  prętów serii 1, 2, 3, 4 są o następującej relacji: im mniejsza smukłość  $\lambda_i$ , tym skrócenie względne ( $f_1 / l$ ) większe.

Poziomej strzałce ugięcia  $f_2$  towarzyszy poziome przemieszczenie  $f_3$  w kierunku do niej prostopadłym, mniejsze od  $f_2$  w zakresie przedkrytycznym. Wypadkowa strzałka ugięcia  $f$  prętów serii 1, 2, 3, 4 jest największa odpowiednio przy smukłościach  $\lambda_i$  równych: 17,4; 40; 17,5; 17,5. Wypadkowa średnia strzałka ugięcia  $f$  nie przekracza wartości wypadkowego skrócenia  $f_1$  w każdym przypadku w zakresie smukłości od 7,2 do 17,5.

Przeguby plastyczne lub sprężysto-plastyczne tworzą się najczęściej w połowie rozpiętości rur. Tylko dla najkrótszych kształtowników stalowych przeguby nie wystąpiły w połowie długości, a w pobliżu utwierdzeń (zależy to od smukłości, własności materiału, przekroju poprzecznego i imperfekcji).

Wartości naprężeń ściskających obliczanych przy projektowaniu wg poradnika konstrukcyjnego [11] są mniejsze od ok. 1,5 do ok. 2 razy od średnich naprężeń krytycznych otrzymanych na podstawie doświadczeń.

Badania doświadczalne dostarczyły zarejestrowanych od początku do krytycznej wartości narastającego obciążenia miarodajnych przemieszczeń ściskanych krótkich rur metalowych. Weryfikują one przepisy normalizacyjne, dopełniają je, uszczegóławiają

i obrazują. Mogą być one ponadto przydatne do porównania z różnymi obliczeniami teoretycznymi.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] *Chen C.- N.*: A finite element study on Shanley's plastic buckling theory of short columns. *Computers and Structures*, **59**, No 5, 975-982, 1996
- [2] *Massin, P., Triantafyllidis N., Leroy Y.M.*: On the stability of strain-rate solids. I-Structural examples. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **47**, 1737-1779, 1999
- [3] *Papargyri-Beskou S., Tsepoura K.G., Polyzos D., Beskos D.E.*: Bending and stability analysis of gradient elastic beams. *International Journal of Solids and Structures*, **40**, 385-400, 2003
- [4] *Weiss S., Giżejowski M.*: Stateczność konstrukcji metalowych. Arkady, 1991
- [5] *Gonçalves R., Camotim D.*: GBT local and global buckling analysis of aluminium and stainless steel columns. *Computer and Structures*, **82**, 1473- 1484, 2004
- [6] *Kesti J., Davies J.M.*: Local and distortional buckling of thin-walled short columns. *Thin-Walled Structures*, **34**, 115-134, 1999
- [7] *Wang C.Y., Lansing E.*: Stability and post buckling of articulated columns. *Acta Mechanica*, **166**, 131-139, 2003
- [8] *Usami T., Zheng Y., Ge H.B.*: Recent research developments in stability and ductility of steel bridge structures. General Report. *Journal of Constructional Steel Research*, **55**, 183-209, 2000
- [9] *Misiak J.*: Stateczność konstrukcji prętowych. PWN, Warszawa 1990
- [10] *Timoshenko S.P., Gere J.M.*: Teoria stateczności sprężystej. Arkady, 1961
- [11] *Chen W.- F.* (ed.): *Structural Engineering Handbook*. Boca Raton: CRC Press LLC, 1999
- [12] *Corona E., Vaze S. P.*: Buckling of elastic-plastic square tubes under bending. *International Journal of Mechanical Sciences*, **38**, No 7, 753-775, 1996
- [13] *Vayas I.*: Stability and Ductility of Steel Elements. *Journal of Constructional Steel Research*, **44**, No 1-2, 23-50, 1997
- [14] *Rasmussen K.J.R., Hancock G. J.*: Tests of High Strength Steel Columns. *Journal of Constructional Steel Research*, **34**, 27-52, 1995
- [15] *Bijak-Żochowski M.* (red.): *Wytrzymałość konstrukcji*. Tom 1. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2004
- [16] PN-90/B-03200. Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie
- [17] PN-EN 755-2. Aluminium i stopy aluminium. Pręty, rury i kształtowniki wyciskane. Własności mechaniczne. 2001



- [18] *Jastrzębski P., Mutermich J., Orłowski W.*: Wytrzymałość materiałów. Tom 2. Arkady, 1986
- [19] *Gontarz A., Weroński W.S.*: Kucie stopów aluminium. Wyd. Politechniki Lubelskiej, Lublin 2001
- [20] *Dyląg Z., Jakubowicz A., Orłoś Z.*: Wytrzymałość materiałów. Tom II. WNT, Warszawa 1997
- [21] *Biegus A.*: Probabilistyczna analiza konstrukcji stalowych. PWN, Warszawa - Wrocław, 1999
- [22] *Odorowicz J.*: Badania doświadczalne nad ściskaniem prętów pryzmatycznych w zakresie odkształceń sprężysto-plastycznych. Drogi i Mosty, nr 3/2004, 53-91
- [23] PN-ENV 1993- 1- 1.EUROKOD 3: Projektowanie konstrukcji stalowych
- [24] PN-64/B-03220. Konstrukcje aluminiowe. Obliczenia statyczne i projektowanie

## EXPERIMENTAL ANALYSIS OF INELASTIC BUCKLING OF SHORT RECTANGULAR TUBES

### Abstract

The paper presents results of experimental analysis of inelastic buckling of short metal columns with quadrilateral thinwalled cross-sections. Four series of samples with different material and section were tested under axial compression:

- steel square tubes with slenderness  $\lambda_y$  equal to 7.2, 11.4, and 17.4,
- steel rectangular tubes with slenderness  $\lambda_y$  equal to 7.2, 11.4, 17.5, and 40,
- aluminum alloys square tubes with slenderness  $\lambda_y$  equal to 7.2, 11.4, 17.5,
- aluminum alloys rectangular tubes with slenderness  $\lambda_y$  equal to 7.2, 11.4, 17.5, and 24.

The materials used were; steel St3SX and aluminum alloys EN AW-6101A and T6 (PA38). The critical loads and the buckling modes were determined experimentally. In all series the same values of column slenderness  $\lambda_y$  were applied. For the same  $\lambda_y$  different wall thickness was used for the samples made of the same material. All cross-sections are classified as class 1 according to the code PN-90/B-03200 and EC3. Static equilibrium paths were determined as relations between the compression load and the total contraction or between the compression load and the transverse deflections in the middle of a column. In the experiments, the development of deformation was investigated for the loading changing from zero to its critical value. Based on the conducted tests the effect of material properties and geometrical parameters on deformations and buckling modes was established. Finally, the experimental critical stresses were compared with design values.

### PODZIĘKOWANIE

Autorka dziękuje Cezaremu Bojanowskiemu – dyplomantowi Wydziału Inżynierii Lądowej Politechniki Warszawskiej – za aktywną pomoc w przeprowadzeniu badań doświadczalnych.