



MACIEJ KRUSZYNA<sup>1)</sup>  
ANTONI SZYDŁO<sup>2)</sup>

## OPTIMALIZACJA PODZIAŁU SYGNAŁU ZIEŁONEGO NA PRZEJŚCIU DLA PIESZYCH W OPARCIU O ŚREDNIE STRATY CZASU

**STRESZCZENIE.** W artykule przedstawiono optymalizację podziału sygnału zielonego pomiędzy różnych użytkowników drogi (pieszych oraz pojazdy) na przejściu przez jezdnię. Zaproponowano dwie funkcje celu ujmujące sumę i różnicę średnich strat czasu użytkowników. Określono zmienne decyzyjne oraz warunki ograniczające. Wykazano na przykładzie numerycznym, że optymalizacja według tych funkcji daje różne rezultaty oraz że optymalizacja w oparciu o różnicę strat czasu jest korzystniejsza dla pieszych. Stosowanie konkretnych funkcji celu może w różnym stopniu preferować pieszych, bądź pojazdy.

### 1. WPROWADZENIE

Jeżeli spojrzeć na drogę, szczególnie prowadzoną w obszarze zabudowanym, to widać że pojazdy nie są jedynymi użytkownikami tras komunikacyjnych. Można wyróżnić wiele grup użytkowników drogi: pojazdy osobowe, pojazdy komunikacji zbiorowej, piesi, rowerzyści. Interesy, a więc potrzeby i możliwości ich zaspokajania, użytkowników z różnych grup często stoją w sprzeczności wobec siebie. Wyrażnie to widać w sytuacji, gdy ruch sterowany jest sygnalizacją świetlną. O podział dostępnego sygnału zielonego mogą wtedy konkurować ze sobą nie tylko kolizyjne relacje, ale także poszczególne grupy użytkowników. Pojawia się wtedy pytanie: w oparciu o jakie kryteria, czy na podstawie jakich parametrów dzielić sygnał zielony?

<sup>1)</sup> dr inż. - adiunkt w Instytucie Inżynierii Lądowej Politechniki Wrocławskiej

<sup>2)</sup> dr hab. inż. - profesor nadzwyczajny Politechniki Wrocławskiej, Instytut Inżynierii Lądowej

Nawet stosunkowo prosta sytuacja, gdy przejście dla pieszych przecina jezdnię nie jest wolna od tego problemu. W świetle postulowanych rozwiązań z dziedziny sterowania ruchem zgodnych z polityką zrównoważonego rozwoju systemu transportowego istotne jest wypracowanie metod takiego podziału sygnału zielonego pomiędzy różne grupy użytkowników drogi, aby zaspokojone były potrzeby niechronionych uczestników ruchu, szczególnie pieszych.

Aktualne badania ruchu pieszych koncentrują się na analizach zależności pomiędzy prędkością ruchu a jego natężeniem [1], [2], [3], [4]. Wykazano, że zależność ta nie jest tak wyraźna, jak w przypadku ruchu pojazdów [1], [2], a także, że cechuje ją specyfika regionalna [1], [4]. Istotna jest w tym wypadku „dwukierunkowość” ruchu pieszych związana między innymi z brakiem wyodrębnionych pasów ruchu [2], [5]. Problemy optymalizacji sterowania ruchem koncentrują się na pojazdach, choć dostrzeżono, że oddzielne analizy dla różnych grup użytkowników drogi prowadzą do rozwiązań suboptymalnych [6]. Także w literaturze krajowej obecna jest problematyka ruchu pieszych [7], [8] ze szczególnym uwzględnieniem aspektów bezpieczeństwa ruchu [9], [10] oraz potrzeb osób niepełnosprawnych [11], [12]. Podejmowano badania prędkości pieszych na przejściach przez jezdnię [13].

Celem pracy jest przedstawienie metody podziału sygnału zielonego na przejściu dla pieszych ze wskazaniem istotnych parametrów sterowania oraz ich wpływu na osiągane wyniki. W niniejszym artykule opisano optymalizację podziału sygnału zielonego na przejściu dla pieszych bazującą na analizach średnich strat czasu użytkowników z różnych grup. Skonstruowano dwie funkcje celu ujmujące: sumę i różnicę (dokładniej: wartość bezwzględną z różnicy) średnich strat. Wskazano zmienne decyzyjne oraz warunki ograniczające. W artykule, po rozważaniach nad ogólnymi postaciami funkcji celu przedstawiono przykład numeryczny optymalizacji.

## 2. PRZESŁANKI OPTYMALIZACJI W OPARCIU O ŚREDNIE STRATY CZASU

W analizach strat czasu poszczególnych użytkowników drogi, czy szerzej w zagadnieniach optymalizacji podziału sygnału zielonego pomiędzy tych użytkowników możemy wyróżnić dwa podejścia. Pierwsze z nich nazwiemy „jednostkowym”, a drugie „zbiorowym”. W dalszych rozważaniach ograniczamy się do dwóch „opozycyjnych” grup użytkowników drogi, a mianowicie do: pieszych i pojazdów.

W podejściu jednostkowym prowadzone analizy koncentrują się na poczuciu strat czasu przez każdą jednostkę. Dla takiego podejścia charakterystyczna jest wielkość „średnie straty czasu”, której jednostką jest [s]. Optymalizacja podziału sygnału zielonego w oparciu o średnie straty czasu nie uwzględnia liczebności grup. Każda jednostka w grupie traktowana jest indywidualnie. Przy takim podejściu nie jest istotne zapełnienie pojazdów ponieważ analizowane wartości strat (jako średnie) są identyczne dla wszystkich użytkowników z danej grupy.

W podejściu zbiorowym prowadzone analizy koncentrują się na łącznym (globalnym, całościowym, społecznym) oddziaływaniu strat czasu. Dla takiego podejścia potrzebna jest inna wielkość niż średnie straty czasu. Wielkość ta musi uwzględniać liczby użytkowników w poszczególnych grupach. W literaturze spotyka się określenie: „globalne straty czasu” lub „znaczenie strat” [14]. Wielkości te mają wymiar czasu razy liczebność grupy (np.  $[s \times \text{pojazd}]$ ). Optymalizacja podziału sygnału zielonego w oparciu o globalne straty czasu uwzględnia liczebność grup. Grupa liczniejsza jest faworyzowana.

Na prostych przykładach numerycznych wykazać można, że oba opisane wyżej podejścia nie sprawdzają się w przypadku dużych różnic w liczebności grup. Z kolei dla grup o zbliżonej liczebności wyniki optymalizacji dla obu podejść będą bardzo podobne. W niniejszym artykule autorzy ograniczają się do sytuacji gdy grupy użytkowników drogi mają zbliżoną liczebność. Sytuacja taka jest typowa dla dużych, śródmiejskich skrzyżowań. Uprawnia to do używania w rozważaniach wielkości średnich strat czasu.

Istotne w dalszych rozważaniach jest zwrócenie uwagi na dwie różne funkcje celu: sumę i różnicę średnich strat czasu poszczególnych grup użytkowników drogi. Optymalizacja w oparciu o sumę średnich strat ma na celu minimalizację „globalnych” strat wszystkich użytkowników (będzie tak oczywiście tylko wtedy, gdy utrzymamy założenie o zbliżonej liczebności użytkowników w obu grupach). Optymalizacja w oparciu o różnicę średnich strat (a ściślej: wartość bezwzględną z tej różnicy) ma na celu wyrównywanie wartości średnich strat użytkowników z poszczególnych grup (czyli wyrównywanie wartości strat każdego z użytkowników). W artykule autorzy pokazują na przykładzie numerycznym, że optymalizacja w oparciu o te różne funkcje celu prowadzi do odmiennego podziału sygnału zielonego. Stosując konkretną funkcję w mniejszym lub w większym stopniu można preferować użytkowników z poszczególnych grup. Należy także zauważyć, że oparcie się na różnicy średnich strat czasu, czyli wyrównywanie wartości strat każdego z użytkowników idealnie odpowiada jednostkowemu podejściu do optymalizacji.

Przedstawiane rozważania, jako nowe podejście do programowania sygnalizacji świetlnej, wydają się mieć sens szczególnie w przypadku podziału sygnału zielonego pomiędzy odmienne grupy użytkowników drogi, a szczególnie gdy jedną z grup użytkowników są piesi. Piesi, jako tak zwani użytkownicy niechronieni wymagają szczególnego traktowania i pewnej opieki w rozwiązaniach drogowych (także z zakresu sterowania ruchem). Podziału sygnału zielonego pomiędzy dwie grupy użytkowników nie należy dokonywać na takiej samej zasadzie jak podziału pomiędzy opozycyjne grupy pojazdów. W analizowanych tu sytuacjach kryterium przepustowości (czy nawet płynności ruchu) nie może decydować o wyniku rozwiązania, gdyż prawie zawsze będzie ono oznaczać niski standard obsługi pieszych.

W pewnych obszarach miasta, czyli wszędzie tam gdzie znaczenie ruchu pieszego jest lub powinno być duże, konieczne jest stosowanie innych niż dotychczas kryteriów sterowania ruchem. Rozważania autorów przedstawione w niniejszym artykule

idą w kierunku opracowania nowych metod podziału sygnału zielonego. Stoi to w zgodności z polityką transportową zrównoważonego rozwoju powszechnie formułowaną na świecie, także i w miastach polskich, która mówi o potrzebie preferowania ruchu pieszego szczególnie w centrach miast. Obecnie nie są stosowane w praktyce metody pozwalające na porównanie parametrów ruchu odmiennych grup użytkowników drogi. Tym samym nie sposób optymalizować i projektować sygnalizację z uwzględnieniem potrzeb pieszych. Prowadzi to do pogarszających się standardów obsługi na przejściach w polskich miastach (duże straty czasu, kilkukrotny postój w obrębie jednego skrzyżowania). Przedstawiona metoda jest przyczynkiem do szerokiej optymalizacji podziału sygnału zielonego z uwzględnieniem specyfiki i potrzeb poszczególnych grup użytkowników. Metoda ta ma mieć zastosowanie nie tylko na izolowanych przejściach przez jezdnie, ale także dla przejść w obszarach skrzyżowań.

### 3. OPIS STRAT CZASU RÓŻNYCH UŻYTKOWNIKÓW DROGI

#### 3.1. STRATY CZASU POJAZDÓW

Średnie straty czasu pojazdów na wlocie skrzyżowania z sygnalizacją świetlną można wyznaczać w oparciu o ogólny wzór zaczerpnięty z metody HCM [15]:

$$d_v = d_1 \cdot f_k + d_2 + d_3 \quad , \quad (1)$$

gdzie:

$d_v$  – średnie straty zatrzymania pojazdów na wlocie [s],

$d_1$  – średnie regularne straty czasu [s],

$d_2$  – średnie losowe straty czasu [s],

$d_3$  – średnie dodatkowe straty czasu uwzględniające kolejkę pojazdów na wlocie (straty te nie są uwzględniane w dalszych rozważaniach) [s],

$f_k$  – współczynnik koordynacji [-].

Średnie regularne straty czasu są składową strat odpowiadającą założeniu idealnie regularnych dopływów potoków ruchu. W metodzie HCM wyznacza się je według zależności:

$$d_1 = 0,5 \cdot T_C \frac{\left(1 - \frac{G_e}{T_C}\right)^2}{1 - \frac{G_e}{T_C} \cdot [\min(X;1)]} \quad , \quad (2)$$

gdzie:

$T_c$  – długość cyklu [s],

$G_e$  – efektywna długość sygnału zielonego [s],

$X$  – stopień obciążenia wlotu, obliczany według (4) [-].

Średnie losowe straty czasu są składową strat uwzględniającą nieregularność ruchu oraz fakt dojazdu pojazdów w różnym momencie cyklu. W metodzie HCM straty te oblicza się według zależności:

$$d_2 = 225 \cdot \left[ (X - 1) + \sqrt{(X - 1)^2 + \frac{\beta \cdot X}{0,25 \cdot C}} \right], \quad (3)$$

gdzie:

$\beta$  – mnożnik korygujący straty losowe z uwagi na typ dopływów [-],

$C$  – przepustowość wlotu, obliczana według (5) [P/h].

Stopień obciążenia wlotu jest zdefiniowany wzorem:

$$X = Q_v / C, \quad (4)$$

gdzie:

$Q_v$  – natężenie ruchu pojazdów na wlocie [P/h].

Przepustowość wlotu jest zdefiniowana wzorem:

$$C = S \cdot \frac{G_e}{T_c}, \quad (5)$$

gdzie:

$S$  – natężenie nasycenia na wlocie [P/h].

O ile przepustowość wyraża maksymalną liczbę pojazdów jaka może przejechać przez dany wlot przy rzeczywistej (a dokładniej: efektywnej) długości sygnału zielonego, to natężenie nasycenia określa tę liczbę pojazdów na tak zwaną godzinę światła zielonego, czyli tak jakby światło zielone wyświetlane było bez przerwy. Efektywna długość sygnału zielonego uwzględnia czynnik ludzki w ruchu drogowym, czyli czas jaki mija od momentu zapalenia się sygnału zielonego do ruszenia pierwszego pojazdu oraz fakt wjazdów na skrzyżowanie już w momencie zapalenia się sygnału żółtego. Ten pierwszy aspekt oznacza zmniejszenie długości sygnału zielonego wykorzystywanego przez pojazdy. Zmniejszenie to zwyczajowo przyjmuje się jako 1 sekundę. Drugi aspekt oznacza zwiększenie długości sygnału zielonego wykorzystywanego przez pojazdy, a wartość zwiększenia przyjmuje się w obliczeniach jako 2 sekundy. Po uwzględnieniu obu aspektów czynnika ludzkiego efektywny sygnał zielony jest większy od rzeczywistej długości sygnału zielonego o 1 sekundę. Ma to

oczywiście wpływ na zwiększenie przepustowości, czy też raczej na zbliżenie obliczanej wartości przepustowości do sytuacji realnej.

Uwzględnienie dopływów różnego typu poprzez zróżnicowane wartości mnożnika  $\beta$  pozwala przybliżyć wartości obliczanych średnich strat czasu do obserwowanych w terenie. Instrukcja HCM wyróżnia 6 typów dopływów z uwzględnieniem ewentualnej koordynacji i jej jakości. Podobne znaczenie ma stosowanie współczynnika koordynacji ( $f_k$ ). Dla stałoczasowych sygnalizacji nieskoordynowanych współczynnik ten przyjmuje wartość 1.

### 3.2. STRATY CZASU PIESZYCH

Dalsze rozważania dotyczą sygnalizacji stałoczasowej. Dla niej występuje stała długość cyklu oraz stałe długości poszczególnych faz. W przypadku sygnalizacji wzbudzanej przez pieszych także można operować pojęciem cyklu. Wartość długości cyklu należy wtedy traktować jako średnią z przedziału godzinowego. Uwzględnienie zmienności tej długości na przestrzeni czasu wymagało by innego podejścia. Będzie to przedmiotem dalszych prac autorów.

Przy założeniu całkowitej swobody wyboru momentu dojścia do przejścia, średnie straty czasu pieszych można wyznaczać według wzoru:

$$d_V = d_R \cdot p_R + d_G \cdot p_G \quad , \quad (6)$$

gdzie:

- $d_R$  – średnia strat czasu powstających, gdy nie jest wyświetlany sygnał zielony [s],
- $d_G$  – średnia strat czasu powstających, gdy jest wyświetlany sygnał zielony [s],
- $p_R$  – prawdopodobieństwo zgłoszenia pieszego w części cyklu, gdy nie jest wyświetlany sygnał zielony [-],
- $p_G$  – prawdopodobieństwo zgłoszenia pieszego w części cyklu, gdy jest wyświetlany sygnał zielony [-].

Można przyjąć, że prawdopodobieństwo zgłoszenia się pieszego w dowolnej sekundzie cyklu jest takie samo, co odpowiada równomiernemu rozkładowi zgłoszeń. Dla przejść związanych z generatorem cyklicznych zgłoszeń, takim jak przystanek komunikacji zbiorowej, wyjście z dworca kolejowego lub innego obiektu, czy jedno z wielu bliskopoleżonych przejść w ciągu komunikacyjnym założenie takie nie byłoby słuszne. Jednak dla pozostałych przypadków lokalizacji przejścia przyjęcie równomierności rozkładu zgłoszeń jest prawidłowe. Wtedy prawdopodobieństwo zgłoszenia pieszego w danej części cyklu zależy od udziału długości tej części w całkowitej długości cyklu i może być wyrażone wzorami (7) i (8).

$$p_R = \frac{R_p}{T_C} \quad , \quad (7)$$

$$p_G = \frac{G_p}{T_C} \quad , \quad (8)$$

gdzie:

$R_p$  – łączna długość sygnałów „niezielonych” dla pieszych w cyklu [s],

$G_p$  – długość sygnału zielonego dla pieszych w cyklu [s].

Jako sygnały „niezielone” uznaje się wszystkie sygnały, w czasie wyświetlania których nie jest możliwy ruch. W przypadku pieszych jest to tożsame z sygnałem czerwonym, ale dla pojazdów obejmuje także sygnał żółty oraz żółty z czerwonym. Dla uproszczenia analiz traktuje się te sygnały łącznie. Suma sygnału zielonego i „niezielonego” równa jest długości cyklu, toteż prawdopodobieństwo zgłoszenia pieszych podczas sygnału „niezielonego” można zapisać również jako:

$$p_R = \frac{T_C - G_p}{T_C} \quad . \quad (9)$$

Ponieważ praktycznie nigdy nie zdarza się, aby piesi oczekujący na sygnał zielony nie mogli pokonać przejścia po jego wyświetleniu, straty czasu związane ze zgłoszeniem pieszego podczas wyświetlania sygnału zielonego ( $d_G$ ) przyjmuje się jako równe 0. Wielkość tę warto jednak pozostawić we wzorze (6) dla uwzględnienia w razie potrzeby jakiejś wyjątkowej sytuacji (np. braku możliwości rozładowania „kolejki” oczekujących na przejście przy bardzo dużej liczbie pieszych). Dla typowych sytuacji „kolejka” pieszych, w przeciwieństwie do kolejki pojazdów, zawsze zostaje rozładowana po uzyskaniu sygnału zielonego. Fakt ten ma fundamentalne znaczenie dla wartości strat czasu w obu grupach użytkowników drogi, co zostanie pokazane w toku dalszych analiz.

Straty czasu związane ze zgłoszeniem pieszego podczas wyświetlania sygnału „niezielonego” ( $d_R$ ) mogą być różnej długości. Największa strata powstanie przy zgłoszeniu na początku sygnału „niezielonego” i będzie równa jego długości ( $R_p$ ), czyli  $T_C - G_p$ . Zgłoszenia w kolejnych sekundach oznaczają malejącą stratę czasu aż do zera. Wykorzystując wcześniejsze założenie o równomiernym rozkładzie zgłoszeń łatwo jest wyznaczyć średnią stratę czasu dla zgłoszeń podczas sygnału „niezielonego”:

$$d_R = \frac{T_C - G_p}{2} \quad . \quad (10)$$

Po dokonaniu podstawień wzór na średnie straty czasu pieszych (6) przyjmie postać:

$$d_p = \frac{0,5}{T_C} [T_C - G_p]^2 \quad . \quad (11)$$

#### 4. OPTIMALIZACJA PODZIAŁU SYGNAŁU ZIEŁONEGO

W proponowanej metodzie optymalizacji podziału sygnału zielonego wprowadza się wielkość nazwaną udziałem długości sygnału zielonego dla pieszych w sumarycznej długości sygnałów zielonych dla wszystkich użytkowników. Udział ten można zapisać według (12).

$$\eta_p = \frac{G_p}{G} \quad , \quad (12)$$

gdzie:

$\eta_p$  – udział sygnału zielonego dla pieszych [-],

$G$  – całkowity sygnał zielony w cyklu [s],

$G_p$  – długość sygnału zielonego dla pieszych [s].

Celem dalszych rozważań jest wyrażenie regularnych (2) i losowych (3) średnich strat czasu pojazdów oraz średnich strat czasu pieszych (11) w funkcji parametru  $\eta_p$ . Na bazie wcześniej przedstawionych zależności dokonano przekształceń (13) ÷ (18):

$$T_C = G + R \Rightarrow G = T_C - R \quad , \quad (13)$$

$$G_p = \eta_p \cdot G \Rightarrow G_p = \eta_p \cdot (T_C - R) \quad , \quad (14)$$

$$G_v = \eta_v \cdot G \quad , \quad (15)$$

$$\eta_v = 1 - \eta_p \Rightarrow G_v = (1 - \eta_p) \cdot (T_C - R) \quad , \quad (16)$$

$$C = S \cdot \frac{(1 - \eta_p) \cdot (T_C - R)}{T_C} \quad , \quad (17)$$

$$X = \frac{Q_v \cdot T_C}{S \cdot G_v} = \frac{Q_v \cdot T_C}{S \cdot (1 - \eta_p) \cdot (T_C - R)} \quad , \quad (18)$$

gdzie:

$R$  – długość sygnału „niezielonego” w cyklu oznaczająca czas, w którym dla żadnej z grup użytkowników nie jest wyświetlany sygnał zielony [s].

Przy dodatkowych założeniach, że długość sygnału zielonego dla pojazdów ( $G_v$ ) jest równa długości efektywnego sygnału zielonego ( $G_e$ ) oraz, że stopień obciążenia wlotu ( $X$ ) nie będzie większy od 1, średnie straty czasu pojazdów (regularne i losowe) oraz pieszych opisują zależności (19) ÷ (21):



$$d_1 = 0,5 \cdot T_C \frac{\left(1 - (1 - \eta_p) \cdot \left(1 - \frac{R}{T_C}\right)\right)^2}{1 - \frac{Q_V}{S}}, \quad (19)$$

$$d_2 = 225 \cdot \left[ \left( \frac{Q_V \cdot T_C}{S \cdot (1 - \eta_p) \cdot (T_C - R)} - 1 \right) + \sqrt{\left( \frac{Q_V \cdot T_C}{S \cdot (1 - \eta_p) \cdot (T_C - R)} - 1 \right)^2 + 4 \cdot \beta Q_V \left( \frac{T_C}{S \cdot (1 - \eta_p) \cdot (T_C - R)} \right)^2} \right], \quad (20)$$

$$d_p = \frac{0,5}{T_C} [T_C - \eta_p (T_C - R)]^2. \quad (21)$$

Średnie straty czasu pieszych ( $d_p$ ) zależą od udziału sygnału zielonego dla pieszych ( $\eta_p$ ), długości cyklu ( $T_C$ ) oraz długości sygnałów „niezielonych” ( $R$ ). Średnie straty czasu pojazdów ( $d_v$ ) również zależą od udziału sygnału zielonego dla pieszych ( $\eta_p$ ), długości cyklu ( $T_C$ ) oraz długości sygnałów „niezielonych” ( $R$ ), a także od natężenia nasycenia ( $S$ ), natężenia ruchu pojazdów ( $Q_V$ ) oraz parametrów: charakteryzujących dopływ ( $\beta$ ) i sposób ewentualnej koordynacji ( $f_k$ ). Jeżeli przyjmiemy, że wielkości związane z geometrią drogi ( $R, S$ ) oraz uwarunkowaniami sterowania ruchem ( $T_C, \beta, f_k$ ) są zdeterminowane dla określonego rozwiązania, wtedy jedynymi parametrami wpływającymi na wartość strat czasu pozostają: udział sygnału zielonego dla pieszych ( $\eta_p$ ) i natężenie ruchu pojazdów ( $Q_V$ ). Istotne jest, że natężenie ruchu pojazdów wpływa tylko na wartość strat czasu dla pojazdów, a straty czasu pieszych zależą wyłącznie od udziału sygnału zielonego dla pieszych.

Dla konkretnych wartości  $R, S, T_C, \beta, f_k$  oraz  $Q_V$  wykreślić można zależności średnich strat czasu pojazdów i pieszych od udziału sygnału zielonego dla pieszych  $\eta_p$ . Średnie straty czasu pieszych będą w tej sytuacji funkcją malejącą, a średnie straty czasu pojazdów rosnącą. Udział światła zielonego dla pieszych odpowiadający punktowi przecięcia się tych krzywych będzie oznaczać taki podział sygnału zielonego pomiędzy grupy użytkowników drogi, że średnie straty czasu użytkowników z każdej z tych grup będą sobie równe.

Do dalszych rozważań konstruuje się dwie funkcje: sumy (22) i różnicy (23) średnich strat czasu obu grup użytkowników drogi:

$$Sd = d_v + d_p, \quad (22)$$

$$Dd = |d_V - d_p| , \quad (23)$$

gdzie:

$Sd$  – suma średnich strat czasu obu grup użytkowników drogi [s],

$Dd$  – różnica (wartość bezwzględna różnicy) średnich strat czasu obu grup użytkowników drogi [s].

W oparciu o funkcje (22) i (23) można prowadzić optymalizację podziału sygnału zielonego pomiędzy różnych użytkowników drogi. W niniejszym artykule proponuje się dwie funkcje celu:  $F_1$  i  $F_2$  opisane ogólnie zależnościami (24) i (25). Są to funkcje zmiennych decyzyjnych:  $\eta_p, Q_V$ . Optymalizacja w oparciu o te funkcje daje różne rezultaty w preferencjach względem grup użytkowników drogi, co zostanie pokazane na przykładzie numerycznym w dalszej części artykułu.

$$F_1 = Sd(\eta_p, Q_V) , \quad (24)$$

$$F_2 = Dd(\eta_p, Q_V) . \quad (25)$$

Przy założeniu konkretnej wartości natężenia ruchu pojazdów ( $Q_V$ ) jedyną zmienną decyzyjną pozostaje udział sygnału zielonego dla pieszych ( $\eta_p$ ). Dla zmiennej tej można sformułować dwa warunki ograniczające:

$$0 \leq \eta_p \leq 1 , \quad (26)$$

$$\frac{G_{P \min}}{T_C} \leq \eta_p \leq 1 - \frac{G_{V \min}}{T_C} , \quad (27)$$

gdzie:

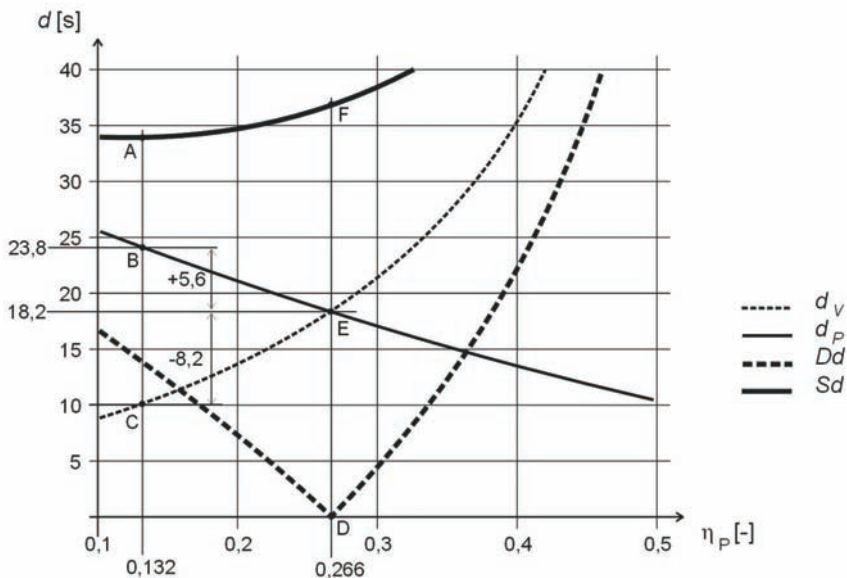
$G_{P \min}$  – minimalna długość sygnału zielonego dla pieszych [s],

$G_{V \min}$  – minimalna długość sygnału zielonego dla pojazdów [s].

Warunek (26) ma łagodniejszy charakter i odpowiada „fizycznym” ograniczeniom zmiennej  $\eta_p$ : długość sygnału  $G_p$  nie może być mniejsza od zera i większa od całkowitego sygnału zielonego  $G$ . Natomiast warunek (27) uwzględnia minimalne długości sygnałów zielonych: dla pieszych ( $G_{P \min}$ ) i pojazdów ( $G_{V \min}$ ) wynikające z przepisów [16] lub założeń projektanta sygnalizacji. Spełnienie przez zmienną decyzyjną warunków (27) automatycznie zapewnia spełnienie warunków (26). Tak więc zależność (27) ma ostrzejszy charakter niż zależność (26).

## 5. PRZYKŁAD NUMERYCZNY OPTIMALIZACJI WEDŁUG SUMY I RÓŻNICY ŚREDNICH STRAT

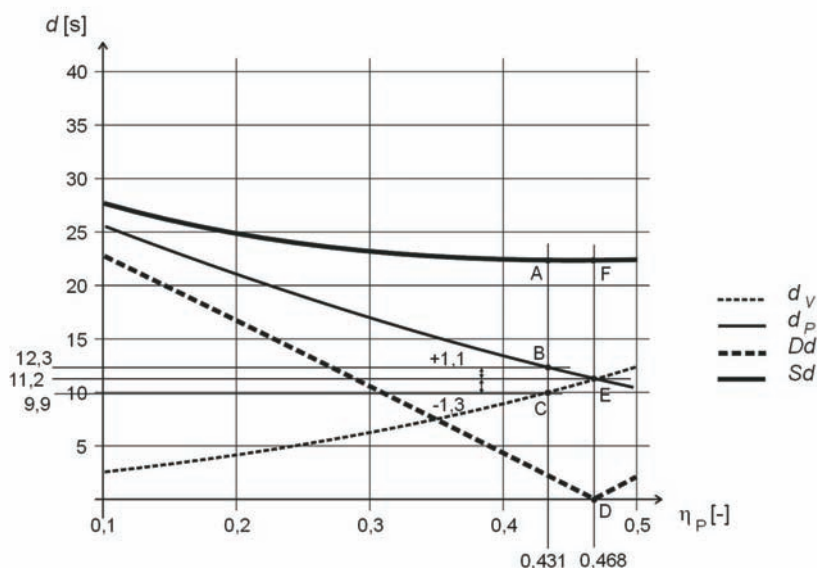
Analizy przeprowadzono dla pojedynczego przejścia przez jednokierunkową jezdnię o jednym pasie ruchu. Jest to sytuacja teoretyczna (nierealna w terenie), ale znakomicie nadaje się do pokazania podstawowych zależności bez uwzględniania utrudnień związanych z większą liczbą pasów ruchu, czy kierunków. Założono, że sygnalizacja nie jest skoordynowana, toteż współczynnik koordynacji  $f_k = 1$ . Przyjęto typ dopływu III (zgłoszenia całkowicie losowe), dla którego mnożnik korygujący straty losowe pojazdów  $\beta = 16$ . Ponadto przyjęto: długość cyklu  $T_C = 60$  s, długość sygnału „niezielonego”  $R = 10$  s, natężenie nasycenia  $S = 1800$  P/h. Obliczono średnie straty czasu pojazdów i pieszych oraz sumy i różnice strat dla kilku charakterystycznych wartości natężenia ruchu pojazdów  $Q_V = 100, 200, 300, 400, 500, 600$  i  $700$  P/h. Analizowano minimum sumy średnich strat i minimum różnicy średnich strat, wartości zmiennej  $\eta_P$  (udziału światła zielonego dla pieszych) dla których występują minima oraz odpowiadające im wartości średnich strat czasu dla obu grup użytkowników drogi. Zależności te pokazano graficznie dla znacznego natężenia ruchu pojazdów,  $Q_V = 700$  P/h (rys. 1) oraz dla natężenia nieznacznego  $Q_V = 100$  P/h (rys. 2). Charakterystyczne miejsca na tych rysunkach wyróżniono oznaczając literowo od A do F.



Rys.1. Zależność średnich strat czasu pojazdów ( $d_v$ ) i średnich strat czasu pieszych ( $d_p$ ) oraz różnicy strat ( $Dd$ ) i sumy strat ( $Sd$ ) od udziału światła zielonego dla pieszych ( $\eta_p$ ) przy znacznym natężeniu ruchu pojazdów,  $Q_V = 700$  P/h

Fig.1. Relationship between average delays of vehicles ( $d_v$ ), average delays of pedestrians ( $d_p$ ), difference of delays ( $Dd$ ) as well as sum of delays ( $Sd$ ) and green ratio for pedestrians ( $\eta_p$ ) for significant volume of traffic,  $Q_V = 700$  P/h

Przyglądając się rysunkowi 1 można stwierdzić, że przy znacznym natężeniu ruchu pojazdów minimum sumy średnich strat czasu (punkt A) występuje dla znacznie mniejszej wartości zmiennej  $\eta_p = 0,132$  niż minimum różnicy średnich strat czasu (punkt D), gdzie  $\eta_p = 0,266$ . Średnie straty czasu dla użytkowników obu grup odpowiadające minimum różnicy strat są sobie równe (punkt E) i wynoszą po 18,2 s, ale ich suma (punkt F) równa 36,3 s przekracza minimum sumy strat (33,8 s). Dla podziału światła zielonego odpowiadającego minimum sumy strat średnie straty czasu pieszych (punkt B) są większe niż średnie straty czasu pojazdów (punkt C):  $d_p = 23,8 \text{ s} > d_v = 10,0 \text{ s}$ . Różnica strat czasu występujących przy minimum sumy i minimum różnicy strat wynosi po: + 5,6 s dla pieszych i - 8,2 s dla pojazdów.



Rys.2. Zależność średnich strat czasu pojazdów ( $d_v$ ) i średnich strat czasu pieszych ( $d_p$ ) oraz różnicy strat ( $Dd$ ) i sumy strat ( $Sd$ ) od udziału światła zielonego dla pieszych ( $\eta_p$ ) przy nieznacznym natężeniu ruchu pojazdów,  $Q_v = 100 \text{ P/h}$

Fig.2. Relationship between average delays of vehicles ( $d_v$ ), average delays of pedestrians ( $d_p$ ), difference of delays ( $Dd$ ) as well as sum of delays ( $Sd$ ) and green ratio for pedestrians ( $\eta_p$ ) for insignificant volume of traffic,  $Q_v = 100 \text{ P/h}$

Przy nieznacznym natężeniu ruchu pojazdów (rys. 2) minimum sumy średnich strat czasu (punkt A) występuje dla nieznacznie mniejszej wartości zmiennej  $\eta_p = 0,431$  niż minimum różnicy średnich strat czasu (punkt D), gdzie  $\eta_p = 0,468$ . Średnie straty czasu dla użytkowników obu grup odpowiadające minimum różnicy strat są sobie

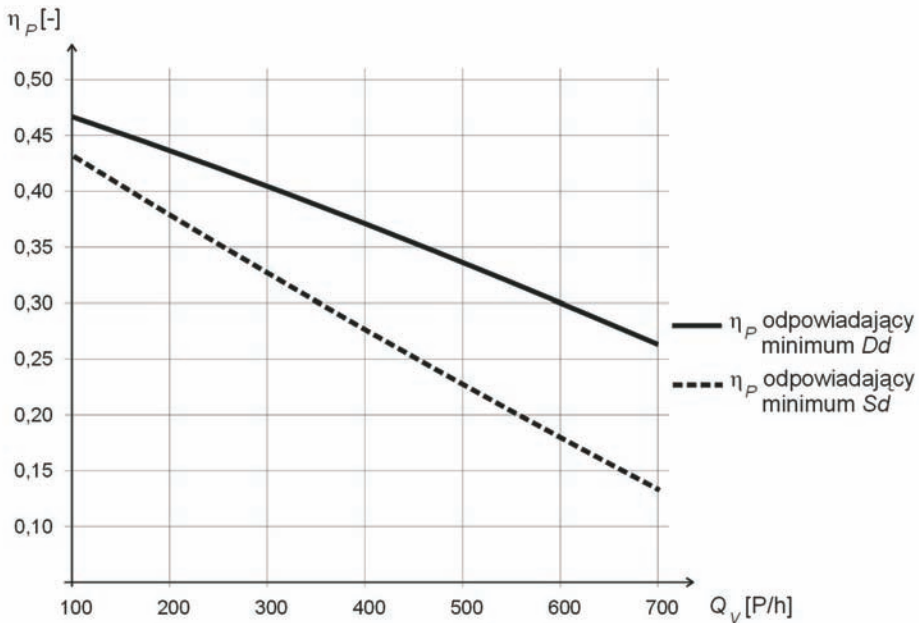
równe (punkt E) i wynoszą po 11,2 s. Dla tego przypadku suma strat przy obu minimum (punkty F i A) jest zbliżona i równa się 22,2 s i 22,3 s. Dla podziału światła zielonego odpowiadającego minimum sumy strat średnie straty czasu pieszych (punkt B) są nadal większe niż straty czasu pojazdów (punkt C):  $d_p = 12,3 \text{ s} > d_v = 9,9 \text{ s}$ . Różnice tych strat nie są jednak duże i wynoszą po około 1,2 s dla pieszych i dla pojazdów. Wartości średnich strat czasu dla nieznacznych natężeń ruchu pojazdów są wyraźnie mniejsze niż dla znacznych natężeń. Optymalny podział sygnału zielonego oznacza tu dłuższy sygnał dla pieszych (większą wartość parametru  $\eta_p$ ) niezależnie od zastosowanej funkcji celu.

Zróżnicowane wartości zmiennej  $\eta_p$  prowadzą do odmiennego podziału sygnału zielonego pomiędzy użytkowników drogi. Gdy natężenie ruchu pojazdów jest znaczne ( $Q_v = 700 \text{ P/h}$ ) minimum sumy strat występuje przy  $\eta_p = 0,132$ . Oznacza to, że piesi powinni otrzymać 7 s światła zielonego, a pojazdy 43 s. Przy takim natężeniu ruchu pojazdów minimum różnicy strat (oznaczające sytuację wyrównania średnich strat dla użytkowników obu grup) występuje przy  $\eta_p = 0,266$ . W tej sytuacji piesi powinni otrzymać 13 s światła zielonego, a pojazdy 37 s. Gdy natężenie ruchu pojazdów jest nieznaczne ( $Q_v = 100 \text{ P/h}$ ) minimum sumy strat występuje przy  $\eta_p = 0,431$ . Oznacza to, że piesi powinni otrzymać 22 s światła zielonego, a pojazdy 28 s. Przy takim natężeniu ruchu pojazdów minimum różnicy strat (oznaczające sytuację wyrównania średnich strat dla użytkowników obu grup) występuje przy  $\eta_p = 0,468$ . W tej sytuacji piesi powinni otrzymać 23 s światła zielonego, a pojazdy 27 s.

Stosowanie dwóch różnych funkcji celu (sumy albo różnicy strat) i tym samym różnych kryteriów optymalizacji inaczej preferuje różnych użytkowników drogi w zależności od natężenia ruchu pojazdów. Zależność udziału światła zielonego dla pieszych odpowiadającego minimum różnicy strat oraz minimum sumy strat od użytych w analizach różnych wartości natężenia ruchu pojazdów (od 100 do 700 P/h) pokazano na rysunku 3. Widać tam, że wraz ze wzrostem natężenia ruchu pojazdów maleje optymalna wartość udziału sygnału zielonego dla pieszych (co jest oczywiste). Okazuje się ponadto, że optymalizacja w oparciu o różnicę średnich strat czasu daje rozwiązania korzystniejsze dla pieszych w sensie przyznania im większej długości sygnału zielonego (co jest oryginalnym spostrzeżeniem autorów artykułu). Wraz ze wzrostem natężenia ruchu pojazdów rozbieżność wyników optymalizacji prowadzonych w oparciu o różne funkcje celu wzrasta. Tym samym, wraz ze wzrostem natężenia ruchu pojazdów coraz wyraźniejsze są korzyści dla pieszych z zastosowania różnicy strat jako funkcji celu.

Wykres funkcji sumy strat jest dosyć płaski. Oznacza to, że wokół rozwiązania optymalnego występuje spory zakres tolerancji zmiennej decyzyjnej, dla których optymalizacja daje wyniki suboptymalne, ale niewiele różniące się od optimum. Rozwiązanie w oparciu o drugą funkcję celu – różnicę średnich strat czasu oznacza sumarycznie większe średnie straty, ale wyrównywanie ich w obu grupach użytkowników wydaje się być bardziej korzystne niż minimalizacja sumy średnich strat. Zwłaszcza, że przy

optymalizacji w oparciu o sumę strat czasu uzyskuje się wyższe średnie straty czasu pieszych niż pojazdów. Dodatkowo należy pamiętać, że optymalizacja w oparciu o sumę średnich strat czasu ma sens tylko w przypadku zbliżonej liczby użytkowników w obu grupach. Tę ograniczenia nie posiada optymalizacja w oparciu o różnicę średnich strat czasu. Jak widać różnica strat jest „lepszą” funkcją celu i jej stosowanie zalecają autorzy artykułu.



Rys.3. Zależność udziału światła zielonego dla pieszych ( $\eta_p$ ) odpowiadającego minimum różnicy strat ( $Dd$ ) oraz minimum sumy strat ( $Sd$ ) od natężenia ruchu pojazdów ( $Q_v$ )  
 Fig.3. Relationship between green ratio for pedestrians ( $\eta_p$ ) corresponding to minimum of difference of delays ( $Dd$ ) as well as to minimum of sum of delays ( $Sd$ ) and volume of traffic ( $Q_v$ )

## 6. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

W artykule pokazano możliwości optymalizacji podziału sygnału zielonego pomiędzy różnych użytkowników drogi na przejściu dla pieszych. Podstawą optymalizacji było wyznaczenie funkcji średnich strat czasu dla poszczególnych użytkowników. Zaproponowano dwie funkcje celu ujmujące sumę i różnicę tych strat. Wskazano, że optymalizacja według tych funkcji daje różne rezultaty w sensie podziału światła zielonego oraz średnich strat czasu w poszczególnych grupach użytkowników drogi. Tym samym stosowanie konkretnych funkcji może w różnym stopniu preferować

pieszych, bądź pojazdy. Autorzy artykułu wykazali wyższość różnicy średnich strat czasu jako funkcji celu lepiej wypełniającej postawione przed nią zadania oraz korzystniejszej z punktu widzenia pieszych.

Przeprowadzone analizy dotyczą konkretnej, prostej sytuacji: przejścia przez jednokierunkową i jednopasową jezdnię w ciągu nieskoordynowanym. W sytuacjach bardziej złożonych należałoby zmodyfikować opis funkcji strat czasu. Inaczej też może kształtować się relacja pomiędzy minimami funkcji celu a wartościami zmiennych decyzyjnych. Rozwinięcie przedstawionej tu metody będzie przedmiotem dalszych prac autorów.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] *Lam H.K.W., Cheung C.Y.*: Pedestrian speed/flow relationship for walking facilities in Hong Kong. *Journal of Transportation Engineering*, July/August 2000
- [2] *Lam H.K.W., Lee J.Y.S., Cheung C.Y.*: A study of the bi-directional pedestrian flow characteristics at Hong Kong signalized crosswalk facilities. *Transportation*, **29**, 2002
- [3] *Mitchell D.H., Smith J.M.G.*: Topological network design of pedestrian networks. *Transportation Research, Part B*, **35**, 2001
- [4] *Zacharias J.*: Modeling pedestrian dynamics in Montreal's underground city. *Journal of Transportation Engineering*, September/October 2000
- [5] *Hughes R.L.*: A continuum theory for the flow of pedestrians. *Transportation Research, Part B*, **36**, 2002
- [6] *Wong C.K., Wong S.C.*: Lane-based optimization of signal timings for isolated junctions. *Transportation Research, Part B*, **37**, 2003
- [7] *Zalewski A.*: Przegląd rozwiązań techniczno-organizacyjnych w miastach z uwzględnieniem potrzeb pieszych. II seminarium „Bezpieczeństwo i wygoda pieszych”, Kazimierz Dolny 2000
- [8] *Makuch J.*: Ruch pieszy w miastach. I seminarium „Bezpieczeństwo i wygoda pieszych”, Kazimierz Dolny 1999
- [9] *Szczuraszek T., Kempa J., Bebyn G., Chmielewski J.*: Analiza miejsc niebezpiecznych dla pieszych. II seminarium „Bezpieczeństwo i wygoda pieszych”, Kazimierz Dolny 2000
- [10] *Molecki B.*: Bezpieczeństwo i wygoda pieszych w drodze na przystanki komunikacji zbiorowej. II seminarium „Bezpieczeństwo i wygoda pieszych”, Kazimierz Dolny 2000
- [11] *Schwartz L.*: Problemy pieszych niepełnosprawnych i środki ich ograniczania. II seminarium „Bezpieczeństwo i wygoda pieszych”, Kazimierz Dolny 2000

- [12] *Gajewska B., Czerniak S.M.*: Droga dla pieszych widziana przez przechodniów, w tym przez osoby niepełnosprawne. *Drogi i Mosty*, nr 1/2003
- [13] *Kruszyna M.*: Prędkość pieszego na przejściu przez jezdnię. *Bezpieczne Drogi*, nr 12/99
- [14] *Kruszyna M.*: The green light time split at pedestrian crossing with consideration of different road users. *Archives of Transport*, nr 3/03
- [15] *Highway Capacity Manual, Metric Version*. Transport Research Board, 2000
- [16] Szczegółowe warunki techniczne dla sygnałów drogowych i warunki ich umieszczenia na drogach. Załącznik 3 do rozporządzenia Ministra Infrastruktury z dnia 3 lipca 2003 r. w sprawie szczegółowych warunków technicznych dla znaków i sygnałów drogowych oraz urządzeń bezpieczeństwa ruchu drogowego i warunków ich umieszczenia na drogach, *Dz .U. Nr 220, Poz. 2181*, 2003

## **OPTIMISATION OF GREEN LIGHT TIME SPLIT AT PEDESTRIAN CROSSING BASED ON AVERAGE DELAYS**

### **Abstract**

In this paper the optimisation of green light time split between different road users (pedestrians and vehicles) at pedestrian crossing is presented. Two objective functions, that include sum and difference of average delays of users are proposed. Decision variables and constraints are presented. The optimisation using two objective functions gives different results and using the difference of average delays prefers pedestrians, that is shown on presented numerical examples. The use of specific objective function can prefer to various degree either pedestrians or vehicles.