

MEHDI DEZFULI NEZHAD<sup>1)</sup>REZA RAOUFI<sup>2)</sup>AHMAD DALVAND<sup>3)</sup>

## RESILIENCE-BASED MULTI-OBJECTIVE OPTIMIZATION FOR DETERMINING THE OPTIMAL SEQUENCE OF BRIDGE RETROFIT PROJECTS

### ZASTOSOWANIE OPTYMALIZACJI WIELOKRYTERIALNEJ DO WYZNACZENIA OPTYMALNEJ KOLEJNOŚCI MODERNIZACJI OBIEKTÓW MOSTOWYCH Z UWZGLĘDNIENIEM ODPORNOŚCI NA ZAKŁÓCENIA SIECI TRANSPORTOWEJ

**STRESZCZENIE.** Celem pracy jest przedstawienie metodyki określania optymalnej kolejności planowanych modernizacji obiektów mostowych w fazie poprzedzającej wystąpienie katastrofy budowlanej. Zaproponowano dwustopniowy model optymalizacji. W pierwszym etapie wykorzystuje się optymalizację jednokryterialną, a jako miarę zapewnienia maksymalnej odporności na zakłócenia sieci transportowej (MOR) przyjmuje się średnią ważoną z liczby niezawodnych, niezależnych ścieżek (WIPW) między jej węzłami. W drugim etapie stosowana jest optymalizacja wielokryterialna, przy czym dla osiągnięcia maksymalnej odporności na zakłócenia sieci wprowadza się dwie funkcje celu: miarę kolejności wdrażania strategii (MOS) oraz miarę czasu realizacji strategii (MOT). Proponowaną metodykę zilustrowano na przykładzie hipotetycznej sieci dróg lokalnych. Wyniki przeprowadzonej analizy wykazały, że między parametrami *MOS* i *MOT* występuje korelacja ujemna. Uwzględniając te dwie nowe funkcje celu w procesie planowania ograniczenia ryzyka przed katastrofą, zarządcy dróg mogą określić kompromis w relacji pomiędzy wartościami *MOS* oraz *MOT* i w ten sposób w oparciu o analizę przewidywalności wystąpienia zdarzeń zaburzających funkcjonowanie sieci transportowej dokonać wyboru optymalnej kolejności modernizacji obiektów mostowych.

**SŁOWA KLUCZOWE:** modernizacja mostów, odporność sieci transportowych, optymalizacja wielokryterialna, optymalna sekwencja, zarządzanie ryzykiem.

**ABSTRACT.** This study intends to provide a methodology for determination of the optimal sequence of bridge retrofit projects in the pre-disaster phase. A two-stage optimization model is proposed. In the first stage, single-objective optimization is used, and the weighted average number of reliable independent pathways (WIPW) is adopted as the measure of network resilience (MOR) to be maximized. In the second stage, multi-objective optimization is used, and two objective functions are introduced to be maximized: the measure of strategy implementation sequence (MOS) and the measure of strategy implementation time (MOT). The proposed methodology is illustrated using a hypothetical community road system. The results show that there is an inverse relationship between *MOS* and *MOT*. By considering these two new objectives in the process of pre-disaster risk mitigation planning, network owners can determine the trade-off between *MOS* and *MOT* and select a proper sequence of bridge retrofit projects based on predictability of the examined disruptive events.

**KEYWORDS:** bridge retrofiting, multi-objective optimization, optimal sequence, resilience of transportation networks, risk mitigation.

DOI: 10.7409/rabdim.022.017

<sup>1)</sup> Islamic Azad University of Ahvaz, Department of Civil Engineering, Farhangshahr, Golestan Blvd., 6134937333 Ahvaz, Iran; mehdi-dezfulinezhad@iauahvaz.ac.ir

<sup>2)</sup> Islamic Azad University of Ahvaz, Department of Civil Engineering, Farhangshahr, Golestan Blvd., 6134937333 Ahvaz, Iran; r\_raoufi@iauahvaz.ac.ir

<sup>3)</sup> Islamic Azad University of Ahvaz, Department of Civil Engineering, Farhangshahr, Golestan Blvd., 6134937333 Ahvaz, Iran; dalvand.a@lu.ac.ir

## 1. WSTĘP

Mosty i wiadukty odgrywają istotną rolę w minimalizacji kosztów podróży [1]. W czasie eksploatacji obiekty mostowe narażone są na oddziaływanie ekstremalnych zdarzeń o destrukcyjnym charakterze, takich jak trzęsienia ziemi, powodzie, huragany, a nawet intencjonalna działalność człowieka [2]. Pogorszenie strukturalnych i funkcjonalnych właściwości obiektów mostowych często skutkuje ograniczeniami mobilności oraz zwiększeniem kosztów użytkowników [3]. W związku z tym zarządzanie ryzykiem w fazie poprzedzającej wystąpienie katastrofalnego zdarzenia cieszy w się w ostatnich latach rosnącym zainteresowaniem naukowców, polityków i ubezpieczycieli [2]. Do niedawna środki służące ograniczeniu ryzyka sprowadzały się do fizycznych zabezpieczeń i zwiększania niezawodności obiektów; niemniej jednak, niedawna zmiana myślenia o ryzyku sprawiła, że coraz częściej rozpatruje się również kwestię odporności systemu. W literaturze znaleźć można kilka proponowanych definicji „odporności” (ang. *resilience*). Standardowa ogólna definicja opisuje odporność jako zdolność do szybkiego powrotu do stanu wyjściowego po wystąpieniu destrukcyjnego zdarzenia [5]. W kontekście infrastruktury o znaczeniu krytycznym również amerykańska Narodowa Rada Doradcza ds. Infrastruktury (ang. *National Infrastructure Advisory Council*, NIAC) zaproponowała definicję „odporności”, która została przyjęta na całym świecie: „zdolność do przewidywania i absorbowania zdarzeń o potencjalnie destrukcyjnym charakterze oraz dostosowywania się do nich i/lub szybkiego powrotu do stanu pożądanego” [6, 7].

Odporność charakteryzują cztery właściwości: solidność, nadmiarowość, gospodarność i szybkość [8]. Solidność (ang. *robustness*) to wytrzymałość, czy też zdolność do przeniesienia pewnego poziomu obciążenia bez utraty funkcjonalności. Nadmiarowość (ang. *redundancy*) to zdolność do dalszego spełnienia wymagań eksploatacyjnych po wystąpieniu zakłócenia, degradacji lub utraty funkcjonalności [9, 10]. Gospodarność (ang. *resourcefulness*) to zdolność zaangażowania środków materialnych i ludzkich do osiągnięcia ustalonych priorytetów i celów. Szybkość (ang. *rapidity*) to zdolność do osiągnięcia priorytetów i innych celów w odpowiednio krótkim czasie, aby zredukować szkody i uniknąć dalszych zaburzeń [11].

W ostatnim czasie znaczący wysiłek badawczy poświęcono tematowi odporności sieci transportowych [12-14]. Niektóre prace dotyczyły bezpośrednio obiektów mostowych. Tę grupę badań można podzielić na trzy podgrupy [14]: badania poświęcone fazie eksploatacji przed katastrofą [11, 15-18], badania poświęcone fazie po wystąpieniu katastrofy (przywracania stanu pierwotnego) [2, 4, 19-27] oraz badania poświęcone jednocześnie fazom przed i po katastrofie [28-32]. Niniejsza praca

## 1. INTRODUCTION

Bridges that cross terrain and water obstacles play a significant role in minimizing travel costs [1]. During their service life, bridges are exposed to extreme disruptive events such as earthquakes, floods, hurricanes, and even to potential intentional hazards [2]. Decline of structural and functional performance of bridges often leads to mobility limitations and increased user costs [3]. Therefore, pre-disaster risk mitigation planning for highway bridges has received increasing attention from researchers, policymakers, and insurers in recent years [2]. Until recently, risk mitigation planning just focused on physical protection and asset hardening; however, a recent shift has included resilience [4]. Several definitions of resilience were proposed in the literature. A standard description that could be generalized is the ability to rapidly return to the initial condition after the occurrence of a disruptive event [5]. Concerning the critical infrastructure, a definition has also been presented by the National Infrastructure Advisory Council (NIAC) and accepted worldwide: “ability to anticipate, absorb, adapt to, and/or rapidly recover from a potentially disruptive event” [6, 7].

Resilience has four properties: robustness, redundancy, resourcefulness, and rapidity [8]. Robustness is the strength or the ability of units to withstand a certain level of stress without suffering degradation or loss of function. Redundancy is the ability to satisfy functional requirements when disruption, degradation, or loss of functionality occurs [9, 10]. Resourcefulness is the ability to apply material and human resources to achieve established priorities, resources mobilization and other goals. Rapidity is the capacity to achieve priorities and other goals in a timely manner to reduce the losses and avoid future disruption [11].

Recently, a considerable research effort has been focused on the topic of resilience of transportation networks [12-14]. Some works have been specifically focused on bridges. This group of studies may be classified into three subgroups [14]: research concentrated upon the pre-disaster phase [11, 15-18], research concentrated upon the post-disaster (recovery) phase [2, 4, 19-27], and research concentrated simultaneously upon the pre- and post-disaster phases [28-32]. This study focuses on the pre-disaster phase and risk mitigation planning, intending to provide an approach to determination of the optimal sequence of retrofit projects in this phase. Although determination of the optimal sequence of bridge retrofit projects has been well studied in the recovery phase [19, 21-23], the pre-disaster phase has not been analysed sufficiently.

dotyczy fazy eksploatacji przed katastrofą oraz planowania środków ograniczających ryzyko – celem jest przedstawienie metody określania optymalnej kolejności modernizacji obiektów w tej fazie. Choć temat ten został dobrze zbadany w przypadku fazy przywracania pierwotnego stanu obiektów po wystąpieniu katastrofy [19, 21-23], faza poprzedzająca wystąpienie katastrofy nie została również szczegółowo zbadana. Należy zauważyć, że w fazie poprzedzającej katastrofę budowlaną – w przeciwieństwie do fazy następującej po niej – większości destrukcyjnych zdarzeń nie można łatwo przewidzieć, istnieje zatem niepewność co do dokładnego momentu ich wystąpienia. W związku z tym metody stosowane do fazy przywracania pierwotnego stanu po katastrofie nie mogą być bezpośrednio stosowane do określania optymalnej kolejności modernizacji obiektów mostowych w fazie przed katastrofą.

W celu określenia optymalnej kolejności modernizacji obiektów mostowych w artykule zastosowano dwuetapowy model optymalizacji. W pierwszym etapie zastosowano optymalizację jednokryterialną. Do maksymalizacji celu jako miarę odporności sieci transportowej na działania naprawcze (MOR) przyjęto średnią ważoną liczby niezależnych, niezawodnych ścieżek (WIPW). W drugim etapie zastosowana została optymalizacja wielokryterialna. Wprowadzono dwie funkcje wykorzystane do osiągnięcia maksymalizacji celu: miarę kolejności działań naprawczych podczas wdrożenia strategii (MOS, ang. *measure of strategy implementation sequence*) oraz miarę czasu wdrożenia strategii (MOT, ang. *measure of strategy implementation time*).

## 2. MIARY FUNKCJONOWANIA SIECI UWZGLĘDNIAJĄCE JEJ ODPORNOŚĆ

W literaturze wprowadzono różne miary wyrażające odporność na zakłócenia sieci transportowej [14, 33]. Miary te można zaklasyfikować do trzech grup: miary topologiczne, miary oparte na właściwościach oraz miary oparte na funkcjonowaniu [14]. Z zamiarem dalszego rozwinięcia wyników wcześniejszych badań w tym obszarze, w niniejszej pracy skoncentrowano się na pracy Zhanga i Wanga [11]. Wprowadzili oni średnią ważoną liczby niezależnych, niezawodnych ścieżek – parametr zwany WIPW – jako miarę funkcjonowania sieci drogowych w kontekście odporności. Według podejścia opartego na WIPW, odporność sieci to średnia odporność wszystkich jej węzłów; z kolei odporność każdego węzła sieci jest mierzona na podstawie średniej ważonej liczby niezależnych, niezawodnych ścieżek (IPW) między tym węzłem a pozostałymi węzłami. Koncepcję IPW przedstawili po raz pierwszy Ip i Wang [34, 35], którzy zastosowali ją do pomiaru chińskiej sieci kolejowej. Zhang i Wang następnie rozwinęli tę ideę i zaproponowali miarę opartą na odporności do zastosowań

It is noteworthy that during the pre-disaster phase, unlike the recovery phase, most disasters are not easily predicted and there is uncertainty about their exact time of occurrence. Therefore, the approaches related to the recovery phase cannot be used for determination of the optimal sequence of bridge retrofit projects in the pre-disaster phase.

In this study a two-stage optimization model was used for determination of the optimal sequence of bridge retrofit projects. In the first stage a single-objective optimization was used. In this stage the weighted average number of reliable independent pathways, referred to as WIPW, was considered as the measure of network resilience (MOR) and an objective to be maximized. In the second stage multi-objective optimization was used; measure of strategy implementation sequence (MOS) and measure of strategy implementation time (MOT) were introduced as the two objective functions to be maximized.

## 2. RESILIENCE-BASED NETWORK PERFORMANCE METRICS

In the literature, various metrics have been introduced to measure transportation network resilience [14, 33]. These metrics are generally classified into three groups: topological metrics, property-based metrics, and performance-based metrics [14]. With the aim to further develop the findings of previous related studies, this study is concentrated on Zhang and Wang's research work [11]. They introduced the weighted average number of reliable independent pathways, referred to as WIPW, to measure the resilience-based performance of road transportation networks. According to WIPW, network resilience is the average resilience of all the network nodes; the resilience of each node of the network is measured based on the weighted average number of reliable independent pathways (IPW) between that node and the rest of the nodes. The concept of the IPWs was first introduced by Ip and Wang [34, 35] to measure the resilience of the Chinese railway network. Zhang and Wang then extended this concept and proposed a resilience-based performance metric to study risk mitigation [11] and post-disaster recovery for road-bridge networks [21]. The methodology of WIP calculation is given in the following paragraphs.

Introducing the terminology of graph theory, let  $G = (V, A)$  denote the road network, where  $V = \{1, 2, \dots, n\}$  is the set of nodes that represents major road intersections and economic hubs and key destinations in a community, and  $A = \{1, 2, \dots, m\}$  is the set of arcs (links) that represent roads either without a bridge or with a maximum of one bridge.



w zarządzaniu ryzykiem [11] oraz przywracaniu do stanu pierwotnego [21] sieci drogowo-mostowych. Metodologia obliczeń *WIPW* jest przedstawiona szczegółowo w kolejnych akapitach.

Wprowadzając terminologię teorii grafów, niech  $G = (V, A)$  oznacza sieć drogową, gdzie  $V = \{1, 2, \dots, n\}$  to zbiór węzłów reprezentujących najważniejsze skrzyżowania, ośrodki ekonomiczne i kluczowe cele podróży w analizowanym obszarze, zaś  $A = \{1, 2, \dots, m\}$  to zbiór krawędzi (połączeń) reprezentujących drogi – albo bez mostu, albo z maksymalnie jednym mostem. Zdefiniowana powyżej miara *WIPW* może zostać wyrażona wzorem:

$$WIPW(G) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot r_i, \quad (1)$$

gdzie:  $w_i$  – waga stosowana do pojedynczego węzła  $i \in V$ ,  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ , oraz  $r_i$  – średnia liczba niezależnych, niezawodnych ścieżek IPW między wierzchołkiem  $i$  a każdym innym spośród  $n-1$  pozostałych wierzchołków w sieci, wyrażona przez równanie (2):

$$r_i = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1, i \neq j}^n \sum_{k=1}^{K_{(i,j)}} w_K(i, j) \cdot R_k^0(i, j), \quad (2)$$

w którym:  $K_{(i,j)}$  – łączna liczba ścieżek IPW między węzłami  $i$  oraz  $j$ ,  $R_k^0(i, j)$  – przewidywana niezawodność (prawdopodobieństwo przetrwania zagrożenia) ścieżki IPW  $P_k(i, j)$ , czyli  $k$ -tej ścieżki IPW między węzłem  $i$  a węzłem  $j$  dla scenariusza zagrożenia  $\theta$ ;  $w_k(i, j)$  – waga stosowana dla ścieżki  $P_k(i, j)$ , jak również dla wszystkich  $K_{(i,j)}$  ścieżek między węzłami  $i$  oraz  $j$ :  $\sum_{k=1}^{K_{(i,j)}} w_k(i, j) = K_{(i,j)}$ . Wagi  $w_i$  oraz  $w_k(i, j)$  zostaną szczegółowo omówione poniżej. Każda niezależna ścieżka  $P_k(i, j)$  składa się zazwyczaj z kilku krawędzi (połączeń drogowych między węzłami) połączonych w szereg. Niech  $l$  oznacza pojedynczą krawędź, zaś  $q_l(\theta)$  – niezawodność pojedynczej krawędzi  $l$  dla scenariusza zagrożenia  $\theta$ . A zatem, dla ścieżki stanowiącej szereg niezależnych krawędzi, niezawodność szeregu stanowi iloczyn niezawodności wszystkich krawędzi (połączeń drogowych) składających się na daną ścieżkę  $P_k(i, j)$ :

$$R_k^0(i, j) = \prod_{\forall l \in P_k(i, j)} q_l(\theta), \quad (3)$$

gdzie  $q_l(\theta)$  krawędzi z obiektem mostowym odpowiada niezawodności tego obiektu, zaś  $q_l(\theta)$  każdej krawędzi bez obiektów mostowych wynosi 0,999.

Należy zauważyć, że Zhang i Wang sugerują zastosowanie analizy słabości (ang. *fragility analysis*) w celu oszacowania niezawodności poszczególnych odcinków drogowych i obiektów mostowych  $q_l$ . Po połączeniu równań (1) i (2) wzór na miarę odporności sieci drogowej *WIPW* przyjmuje postać:

The network performance metric *WIPW*, as defined above, can be expressed as:

$$WIPW(G) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot r_i, \quad (1)$$

where:  $w_i$  – weighting factor applied to individual node  $i \in V$ ,  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ , and  $r_i$  – the average number of reliable IPWs between node  $i$  and any other of the  $n-1$  remaining nodes in the network, as expressed by equation (2):

$$r_i = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1, i \neq j}^n \sum_{k=1}^{K_{(i,j)}} w_K(i, j) \cdot R_k^0(i, j), \quad (2)$$

in which:  $K_{(i,j)}$  – total number of IPWs between nodes  $i$  and  $j$ ,  $R_k^0(i, j)$  – predicted reliability (probability of surviving a hazard) of IPW  $P_k(i, j)$ , the  $k$ -th IPW between node  $i$  and node  $j$  for hazard scenario  $\theta$ ;  $w_k(i, j)$  – weighting factor applied to IPW  $P_k(i, j)$ , and for all the  $K_{(i,j)}$  IPWs between nodes  $i$  and  $j$ :  $\sum_{k=1}^{K_{(i,j)}} w_k(i, j) = K_{(i,j)}$ .

Weighting factors  $w_i$  and  $w_k(i, j)$  will be discussed in detail below. Each IPW,  $P_k(i, j)$ , usually consists of several road links connected in a series. Let  $l$  denote the individual road links and  $q_l(\theta)$  – denote the reliability of the individual road link  $l$  for hazard scenario  $\theta$ . Thus, for a series that consists of independent links, the system reliability of the series is the product of the reliabilities of all road links included in the given pathway  $P_k(i, j)$ :

$$R_k^0(i, j) = \prod_{\forall l \in P_k(i, j)} q_l(\theta), \quad (3)$$

where  $q_l(\theta)$  of a road link with bridge corresponds to the reliability of the bridge and  $q_l(\theta)$  of each road link without bridge equals 0.999.

It should be noted that Zhang and Wang suggest using fragility analysis for evaluating the reliability of an individual road segment or bridge  $q_l$ . Combining eqs. (1) and (2), the resilience-based performance metric of the road network *WIPW* becomes:

$$WIPW(G, \theta) = \sum_{i=1}^n w_i \frac{1}{n-1} \sum_{j=1, i \neq j}^n \sum_{k=1}^{K_{(i,j)}} w_K(i, j) \cdot R_k^0(i, j). \quad (4)$$

Two weighting factors,  $w_i$  and  $w_K(i, j)$ , appear in equation (4). Factor  $w_i$  applies to nodes; it is inversely proportional to the shortest distance from node  $i$  to the nearest emergency response facility in the community, reflecting the relative importance of the node  $i$  being connected in the context of community post-disaster emergency response. Let  $E$ , a subset of  $V$ , denote the set of nodes in the network where emergency response facilities are located,  $N$  the set of nodes that do not belong to  $E$ , and  $L_{P_k(i, j \in E)}$  the length of  $P_k(i, j)$  where  $j \in E$ . We then evaluate  $w_i$  as:

$$WIPW(G, \theta) = \sum_{i=1}^n w_i \frac{1}{n-1} \sum_{j=1, i \neq j}^n \sum_{k=1}^{K(i,j)} w_K(i,j) \cdot R_k^0(i,j). \quad (4)$$

We wzorze (4) pojawiają się dwie wagi:  $w_i$  i  $w_K(i,j)$ . Waga  $w_i$  odnosi się do węzłów; jest ona odwrotnie proporcjonalna do najmniejszej odległości dzielącej dany węzeł  $i$  od najbliższego ośrodka reagowania kryzysowego, co odzwierciedla względny stopień „połączenia” węzła  $i$  w kontekście reagowania w przypadku wystąpienia katastrofy. Niech  $E$ , będący podzbiorem zbioru  $V$ , oznacza zbiór węzłów, w których mieszczą się ośrodki reagowania kryzysowego, natomiast  $N$  – zbiór węzłów nienależących do  $E$ , zaś  $L_{P_k(i,j)}$  – długość  $P_k(i,j)$ , gdzie  $j \in E$ . Wówczas możemy wyznaczyć  $w_i$  jako:

$$w_i = \frac{\Omega_i}{\sum_{j=1}^n \Omega_j}, \quad (5)$$

gdzie:

$$\Omega_i = \begin{cases} \frac{1}{\min(L_{P_k(i,j \in E)} | k=1, 2, \dots, K_{(i,j \in E)})}, & \text{dla } i \in N, \\ 1, & \text{dla } i \in E, \end{cases} \quad (6)$$

Jak zaznaczono wcześniej, suma wag  $w_i$  dla wszystkich węzłów w sieci wynosi 1.

Druga waga pojawiająca się w równaniu (4), tj.  $w_K(i,j)$ , odnosi się do ścieżek IPW; jest ona związana zarówno ze średnim ruchem dobowym  $ADT$ , jak i z długością ścieżki IPW. Odzwierciedla ona względny wpływ danej ścieżki na codzienne życie mieszkańców okolicy oraz lokalną ekonomię. Spośród wszystkich ścieżek łączących dowolną parę węzłów początek–cel (P–C), te ścieżki, które są krótsze i przenoszą większy ruch, w większym stopniu przyczyniają się do właściwego funkcjonowania sieci; powinny zatem otrzymać wyższe wagi podczas obliczeń odporności sieci. Dane o średnim ruchu dobowym są zazwyczaj dostępne w przypadku ogólnokrajowych lub lokalnych zarządców infrastruktury; mogą również zostać oszacowane z pomocą metod modelowania ruchu. Niech  $T_l$  oznacza średni ruch dobowy  $ADT$  na krawędzi (odcinku drogowym)  $l \in P_k(i,j)$ . Zdefiniujmy  $T_{P_k(i,j)}$ , to jest średni ruch dobowy na ścieżce  $P_k(i,j)$ , jako minimum spośród wartości  $ADT$  dla wszystkich krawędzi należących do danej ścieżki:

$$T_{P_k(i,j)} = \min[T_l | l \in P_k(i,j)]. \quad (7)$$

Znormalizowany średni ruch dobowy ścieżki  $ADT$  jest wówczas zdefiniowany następująco:

$$T'_{P_k(i,j)} = \frac{T_{P_k(i,j)}}{\sum_{k=1}^{K(i,j)} T_{P_k(i,j)}} \cdot K(i,j), \quad (8)$$

Należy zwrócić uwagę, że dla każdej pary węzłów  $(i,j)$  prawdą jest:  $\sum_{k=1}^{K(i,j)} T'_{P_k(i,j)} = K_{(i,j)}$ . Niech  $L_l$  z kolei oznacza długość

$$w_i = \frac{\Omega_i}{\sum_{j=1}^n \Omega_j}, \quad (5)$$

where:

$$\Omega_i = \begin{cases} \frac{1}{\min(L_{P_k(i,j \in E)} | k=1, 2, \dots, K_{(i,j \in E)})}, & \text{for } i \in N, \\ 1, & \text{for } i \in E, \end{cases} \quad (6)$$

As noted previously, the sum of  $w_i$  for all the nodes in the network equals 1.

The other weighing factor  $w_K(i,j)$  in equation (4) applies to IPWs; it is related to both the average daily traffic  $ADT$  and the length of the IPW, and reflects the relative impact that this pathway has on people's normal life activities and the local economy. Pathways between any given origin–destination (O–D) pair that are shorter and carry greater traffic flow contribute more to the network functionality and should be weighted more heavily in quantifying the network resilience.  $ADT$  data is often readily available with federal, state or local bridge owners, or can be estimated using traffic assignment models. Let  $T_l$  denote the  $ADT$  of road link  $l \in P_k(i,j)$ . Let us define  $T_{P_k(i,j)}$ , that is the  $ADT$  of IPW  $P_k(i,j)$ , as the minimum  $ADT$  of all road links on that pathway:

$$T_{P_k(i,j)} = \min[T_l | l \in P_k(i,j)]. \quad (7)$$

The normalized  $ADT$  of the path is then defined as:

$$T'_{P_k(i,j)} = \frac{T_{P_k(i,j)}}{\sum_{k=1}^{K(i,j)} T_{P_k(i,j)}} \cdot K(i,j), \quad (8)$$

Note that for any node pair  $(i,j)$  the following is true:  $\sum_{k=1}^{K(i,j)} T'_{P_k(i,j)} = K_{(i,j)}$ . Similarly, let  $L_l$  be the length of the road link  $l$ ; then the length of the IPW  $P_k(i,j)$  is simply the summation of the lengths of all road links within that path:

$$L_{P_k(i,j)} = \sum_{l \in P_k(i,j)} L_l. \quad (9)$$

Finally, let  $L_{\max}(i,j)$  be the maximum of all  $L_{P_k(i,j)}$  for a given O–D pair  $(i,j)$ ; then the normalized length of the path is:

$$L'_{P_k(i,j)} = \frac{L_{\max}(i,j)}{L_{P_k(i,j)} \cdot \sum_{k=1}^{K(i,j)} (L_{\max}(i,j) / L_{P_k(i,j)})} \cdot K(i,j). \quad (10)$$

Note that for any node pair  $(i,j)$  the following is true:  $\sum_{k=1}^{K(i,j)} T'_{P_k(i,j)} = K_{(i,j)}$ . Using eqs. (8) and (10), we define the aggregated pathway weighting factor  $w_K(i,j)$  as:

$$w_K(i,j) = u \cdot L'_{P_k(i,j)} + (1-u) \cdot T'_{P_k(i,j)}, \quad (11)$$

krawędzi (odcinka drogowego)  $l$ ; wówczas długość ścieżki  $P_k(i, j)$  stanowi po prostu sumę długości wszystkich krawędzi do niej należących:

$$L_{P_k(i, j)} = \sum_{l \in P_k(i, j)} L_l. \quad (9)$$

Ponadto niech  $L_{\max}(i, j)$  oznacza wartość maksymalną ze wszystkich  $L_{P_k(i, j)}$  dla danej pary węzłów  $(i, j)$ , wówczas znormalizowana długość ścieżki to:

$$L'_{P_k(i, j)} = \frac{L_{\max}(i, j)}{L_{P_k(i, j)} \cdot \sum_{k=1}^{K(i, j)} (L_{\max}(i, j) / L_{P_k(i, j)})} \cdot K(i, j). \quad (10)$$

Należy zauważyć, że dla każdej pary węzłów  $(i, j)$  prawdą jest:  $\sum_{k=1}^{K(i, j)} T'_{P_k(i, j)} = K(i, j)$ . Korzystając ze wzorów (8) i (10), definiujemy dla ścieżki łączną wagę  $w_K(i, j)$  jako:

$$w_K(i, j) = u \cdot L'_{P_k(i, j)} + (1 - u) \cdot T'_{P_k(i, j)}, \quad (11)$$

gdzie  $u \in (0, 1)$  to współczynnik wagowy pozwalający na regulowanie wzajemnej wagi między długością a średnim dobowym ruchem ścieżki. Lokalni (lub krajowi) zarządcy mogą przypisać różne wartości współczynnikowi  $u$  na podstawie preferencji dotyczących „najlepszego dopasowania” miary do konkretnej sytuacji, którą rozpatrują. W przykładach zaprezentowanych w kolejnym rozdziale założono identyczne znaczenie ruchu oraz długości ścieżki, tj.:  $u = 0,5$ . Należy zauważyć, że suma wszystkich  $w_K(i, j)$  dla danej pary węzłów  $(i, j)$  jest równa  $K(i, j)$ , czyli łącznej liczbie ścieżek IPW między węzłami  $i$  oraz  $j$ .

Stosując WIPW jako miarę odporności sieci, Zhang i Wang proponują mechanizm rankingu zabiegów modernizacyjnych w celu zidentyfikowania krytycznych działań w zakresie modernizacji sieci w fazie przed katastrofą i ustalenia ich priorytetu z punktu widzenia efektywnego zarządzania ryzykiem i odpornością. Choć WIPW stanowi innowacyjną i unikalną miarę umożliwiającą rutynowe porównywanie strategii podnoszących odporność sieci [14], jest ona sformułowana w sposób pozwalający na systemowe uwzględnienie jedynie topologii sieci, poziomu nadmiarowości, wzorców ruchowych oraz niezawodności konstrukcyjnej obiektów mostowych. W procesie ustalania optymalnej strategii zarządzania ryzykiem nie uwzględnia ona jednak sekwencji modernizacji obiektów mostowych.

### 3. SFORUŁOWANIE PROBLEMU I ZAKRES PROWADZONYCH PRAC BADAWCZYCH

#### 3.1. UWAGI OGÓLNE

Większość miar wprowadzonych z myślą o określaniu optymalnej strategii ograniczania ryzyka przed wystąpieniem katastrofy (w tym WIPW) bazuje wyłącznie na maksymalnej

where  $u \in (0, 1)$  is a weighting factor to impose the relative importance between the pathway length and its ADT. Community (or government) decision-makers can assign different values to  $u$  based on their preferences in order to obtain the “best fit” of the measure to their specific situation. In the examples presented in the subsequent section, equal weights were simply applied, i.e.  $u = 0.5$ . Note that the summation of all  $w_K(i, j)$  for a given O–D pair  $(i, j)$  equals  $K(i, j)$ , that is the total number of IPWs between nodes  $i$  and  $j$ .

Using the WIPW as a network performance metric, Zhang and Wang propose a project-ranking mechanism for identifying and prioritizing transportation network retrofit projects that are critical for effective pre-disaster risk mitigation and resilience planning. Although the WIPW is an innovative and unique metric that permits risk mitigation strategies for improving transportation network resilience to be compared on a common basis [14], its formulation systematically integrates only the network topology, redundancy level, traffic patterns, and structural reliability of bridges. It does not consider the sequence of the bridge retrofit projects in the process of finding optimal risk mitigation strategies.

### 3. PROBLEM STATEMENT AND SCOPE OF THE STUDY

#### 3.1. GENERAL REMARKS

Most of the introduced metrics for finding the optimal strategy for pre-event risk mitigation, including WIPW, only focus on the maximum value of resilience. However, reaching the maximum value of resilience may take several months or even more than one year. Given that it is not possible to accurately predict the date of occurrence of a threat (especially in the field of man-made threats or natural hazards with high uncertainty like earthquakes), there is always the possibility that the occurrence of a natural or man-made event might hinder the realization of the maximum possible resilience prior to the full implementation of a strategy. The final amount of resilience can only be a proper objective for selection of the optimal strategy if it is absolutely certain that the disruptive event will occur after the strategies have been fully implemented. Therefore, it is important to consider such factors as the strategy diagram form and strategy implementation time as objective functions in the search for the optimal strategy. Considering the uncertainty about the time of occurrence of the disruptive event, strategies with more convex time-resilience diagram shape and shorter implementation time will present more reliable choices. With the aim



wartości uzyskanej odporności. Niemniej jednak, osiągnięcie tej maksymalnej wartości może potrwać kilka miesięcy, a nawet dłużej niż rok. Biorąc pod uwagę, że nie jest możliwe dokładne przewidzenie daty wystąpienia zagrożenia (szczególnie w zakresie zagrożenia działaniami ludzkimi lub katastrofami naturalnymi o wysokim stopniu nieprzewidywalności, np. trzęsieniami ziemi), zawsze istnieje prawdopodobieństwo, iż destrukcyjne zdarzenie nastąpi w trakcie realizacji strategii – jeszcze przed osiągnięciem maksymalnej możliwej odporności. Ostateczna wartość odporności może być właściwym celem jedynie w przypadku, gdy istnieje absolutna pewność, że destrukcyjne zdarzenie zajdzie dopiero po pełnym wprowadzeniu strategii w życie. W poszukiwaniu optymalnej strategii istotne jest zatem rozpatrzenie i odzwierciedlenie funkcjami celu takich czynników jak kształt wykresu strategii czy czas wdrożenia strategii. Biorąc pod uwagę niepewność odnośnie czasu wystąpienia destrukcyjnego zdarzenia, strategie zilustrowane bardziej wypukłym wykresem zależności odporności od czasu oraz o krótszym czasie wdrożenia będą stanowiły bardziej niezawodne wybory. Z zamiarem dalszego rozwinięcia metod przedstawionych w powiązanej tematycznie literaturze, w niniejszej pracy zastosowano wielokryterialną optymalizację opartą na dwóch nowych funkcjach celu (*MOS* i *MOT*). Wprowadzone tutaj funkcje celu zostaną szczegółowo omówione w kolejnych podpunktach.

### 3.2. MIARA SEKWENCJI WDROŻENIA STRATEGII (MOS)

Zmiana sekwencji (kolejności) modernizacji obiektów mostowych wpływa na kształt wykresu odporności sieci w funkcji czasu. W niniejszym artykule te strategie, w których kolejność modernizacji obiektów mostowych skutkuje osiągnięciem bardziej wypukłego wykresu odporność–czas, są traktowane jako strategie bardziej niezawodne. Celem porównania stopnia wypukłości wykresu związanego z każdą ze strategii, proponuje się wykorzystanie wartości liczbowej zwanej miarą sekwencji wdrożenia strategii (*MOS*). Miara ta jest zdefiniowana jako stosunek pola powierzchni zawartej pod linią regresji wykresu odporność–czas dla danej strategii  $RG(\lambda)$  do pola powierzchni pod linią idealną dla tej strategii  $IL(\lambda)$ . *MOS* można obliczyć, korzystając z równania (12), gdzie  $t_S(\lambda)$  oraz  $t_F(\lambda)$  to odpowiednio dzień rozpoczęcia oraz dzień zakończenia wdrażania strategii  $\lambda$ .

$$MOS(\lambda) = \frac{\int_{t_S(\lambda)}^{t_F(\lambda)} RG(\lambda) dt}{\int_{t_S(\lambda)}^{t_F(\lambda)} IL(\lambda) dt} \quad (12)$$

Linia idealna to taka, która bezpośrednio łączy punkt początkowy i końcowy na wykresie odporność–czas dla danej strategii. Jeśli linia regresji pokrywa się z linią idealną (Rys. 1a), wówczas pola powierzchni pod nimi są równe, a *MOS* wynosi 1. Jeśli kształt wykresu odporność–czas jest

of developing the previous related research works, the multi-objective approach is used in this paper and two new objective functions (*MOS* & *MOT*) are introduced. These objectives will be discussed in detail in the following sections.

### 3.2. MEASURE OF STRATEGY IMPLEMENTATION SEQUENCE (MOS)

Changing the sequence of bridge retrofit projects alters the form of the time-resilience diagram. In this article, strategies of bridge retrofit projects sequencing that lead to optimization with more convex time-resilience diagram shape are treated as strategies with greater reliability. In order to compare the degree of convexity of the time-resilience diagram related to each strategy, a quantitative metric called the measure of strategy implementation sequence (*MOS*) is proposed. *MOS* is defined as the ratio of the area under the regression line on the resilience-time diagram of a strategy  $RG(\lambda)$ , to the area under the ideal line of that strategy  $IL(\lambda)$ . *MOS* can be calculated using eq. (12), where  $t_S(\lambda)$  and  $t_F(\lambda)$  are the start and the end days of the implementation of the strategy  $\lambda$ , respectively.

$$MOS(\lambda) = \frac{\int_{t_S(\lambda)}^{t_F(\lambda)} RG(\lambda) dt}{\int_{t_S(\lambda)}^{t_F(\lambda)} IL(\lambda) dt} \quad (12)$$

An ideal line is a line that directly connects the starting and ending points of a resilience-time diagram of a given strategy. If the regression line exactly matches its ideal line (Fig. 1a), the area under both the regression and the ideal line will be equal and *MOS* will be equal to 1. However, if the shape of the resilience-time diagram is such that the ideal line is above the regression line (Fig. 1b), then *MOS* will be less than 1. Conversely, if the form of the resilience-time diagram of a strategy causes the regression line to be higher than the ideal line (Fig. 1c), then *MOS* becomes greater than 1.

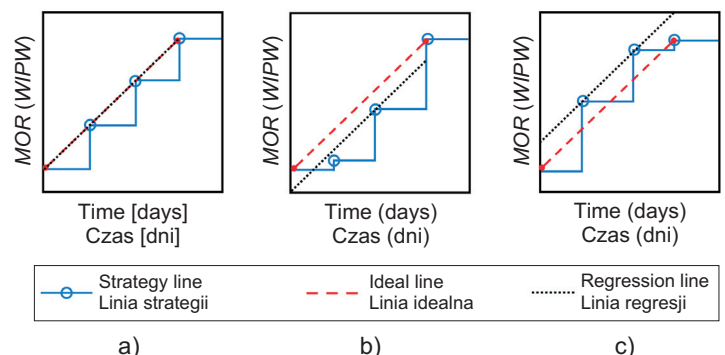


Fig. 1. Various positions of the ideal line and the regression line: a) *MOS* = 1, b) *MOS* < 1, c) *MOS* > 1

Rys. 1. Różne pozycje linii regresji względem linii idealnej: a) *MOS* = 1, b) *MOS* < 1, c) *MOS* > 1

taki, że linia idealna znajduje się ponad linią regresji (Rys. 1b),  $MOS$  wyniesie mniej niż 1. Gdy wykres odporność–czas strategii leży powyżej linii idealnej (Rys. 1c),  $MOS$  jest większy niż 1.

### 3.3. MIARA CZASU WDROŻENIA STRATEGII (MOT)

Aby umożliwić porównanie czasu wdrożenia poszczególnych strategii, proponuje się miarę liczbową określoną jako miara czasu wdrożenia strategii (MOT). Wartość  $MOT$  dla każdej strategii może być obliczona po prostu z zastosowaniem równania (13), w którym  $t_{IL}$  to idealny czas na zwiększenie odporności sieci, zaś  $t(\lambda)$  to czas niezbędny do wdrożenia strategii  $\lambda$  po optymalnym doborze sekwencji prac. Czas idealny  $t_{IL}$  zasadniczo odzwierciedla termin ustalony przez właściciela sieci jako zleceniodawcę prac modernizacyjnych; czas ten określany jest na podstawie celów długoterminowych i planu strategicznego dotyczącego zwiększania odporności sieci. W niniejszym artykule strategia o czasie wdrożenia  $t(\lambda)$  krótszym od czasu idealnego  $t_{IL}$  jest traktowana jako strategia o większej niezawodności. Jeśli  $t(\lambda)$  dokładnie pokrywa się z ustalonym terminem (Rys. 2a), wówczas  $MOT$  przyjmuje wartość 1. Jeśli czas wdrożenia strategii jest na tyle długi, że niemożliwe jest jej pełne wdrożenie przed upływem terminu (Rys. 2b), wartość  $MOT$  będzie mniejsza niż 1. Jeśli z kolei wdrożenie może nastąpić przed przewidzianym terminem (Rys. 2c), wartość  $MOT$  jest większa niż 1.

$$MOT(\lambda) = \frac{t_{IL}}{t(\lambda)}. \quad (13)$$

### 3.4. MODEL OPTIMALIZACJI WIELOKRYTERIALNEJ

W celu określenia optymalnej sekwencji modernizacji obiektów mostowych stosowany jest dwuetapowy model optymalizacji zobrazowany na Rys. 3. Przed rozpoczęciem etapu pierwszego określone są specyfikacje i parametry badanej sieci – odpowiednio do stosowanej miary odporności sieci. Przed pierwszym etapem właściciele sieci muszą również określić planowaną liczbę mostów do poddania modernizacji  $N_{pb}$ , maksymalną liczbę mostów, które mogą być modernizowane jednocześnie  $N_c$ , termin realizacji oraz względny priorytet celów.

Na pierwszym etapie wartość  $MOR$  była maksymalizowana z zastosowaniem algorytmu genetycznego. Ze względu na określony dostępny budżet, w pierwszym etapie optymalizacji traktowano  $N_{pb}$  jako ograniczenie. Drugi etap modelu to optymalizacja wielokryterialna; do poszukiwania rozwiązań Pareto-optymalnych maksymalizujących  $MOS$  i  $MOT$  wykorzystano algorytm genetyczny niezdominowanego sortowania NSGA-II (ang. *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-II*).

### 3.3. MEASURE OF STRATEGY IMPLEMENTATION TIME (MOT)

In order to compare the implementation time of each strategy, a quantitative metric called the measure of strategy implementation time (MOT) is proposed.  $MOT$  for each strategy can be simply calculated using eq. (13), where  $t_{IL}$  is the ideal time to increase network resilience and  $t(\lambda)$  is the time required to implement strategy  $\lambda$  after optimal sequencing. The ideal time  $t_{IL}$  is actually the deadline set by the network owners as the project employer and is determined based on the long-term goals and strategic plan of the owners to increase network resilience. In this paper, strategy with implementation time  $t(\lambda)$  shorter than the ideal time  $t_{IL}$ , is treated as a strategy with more reliability. If  $t(\lambda)$  exactly matches the deadline (Fig. 2a), then  $MOT$  will be equal to 1. If the implementation time of a strategy is so long that it cannot be fully implemented before the deadline (Fig. 2b), then  $MOT$  will be less than 1. Conversely, if the implementation of a strategy is completed before the deadline (Fig. 2c), then  $MOT$  becomes greater than 1.

$$MOT(\lambda) = \frac{t_{IL}}{t(\lambda)}. \quad (13)$$

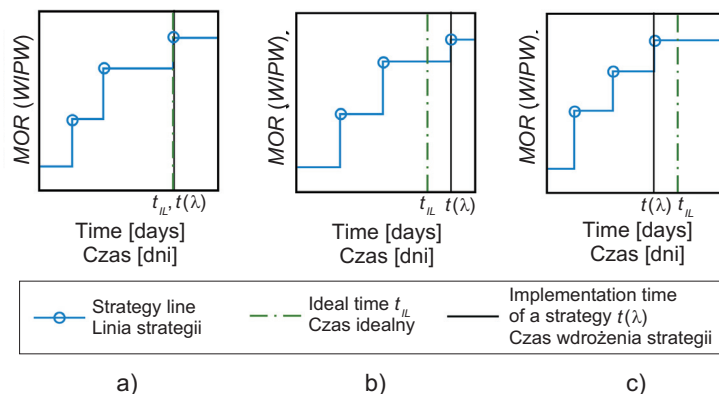


Fig. 2. Various positions of the ideal time  $t_{IL}$  and the implementation time  $t(\lambda)$  for: a)  $MOT = 1$ , b)  $MOT < 1$ , c)  $MOT > 1$

Rys. 2. Różne pozycje czasu idealnego  $t_{IL}$  oraz czasu wdrożenia  $t(\lambda)$  w przypadku: a)  $MOT = 1$ , b)  $MOT < 1$ , c)  $MOT > 1$

In the first stage,  $MOR$  was maximized using a genetic algorithm. Due to the limitation in the available budget,  $N_{pb}$  was considered as a constraint at the first stage. The second stage of the model is multi-objective optimization; the Pareto optimal solution to maximize  $MOS$  and  $MOT$  was sought using a Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-II (NSGA-II). At the second stage, due to the limitation in the number of construction crews,  $N_t$  is considered as a constraint.



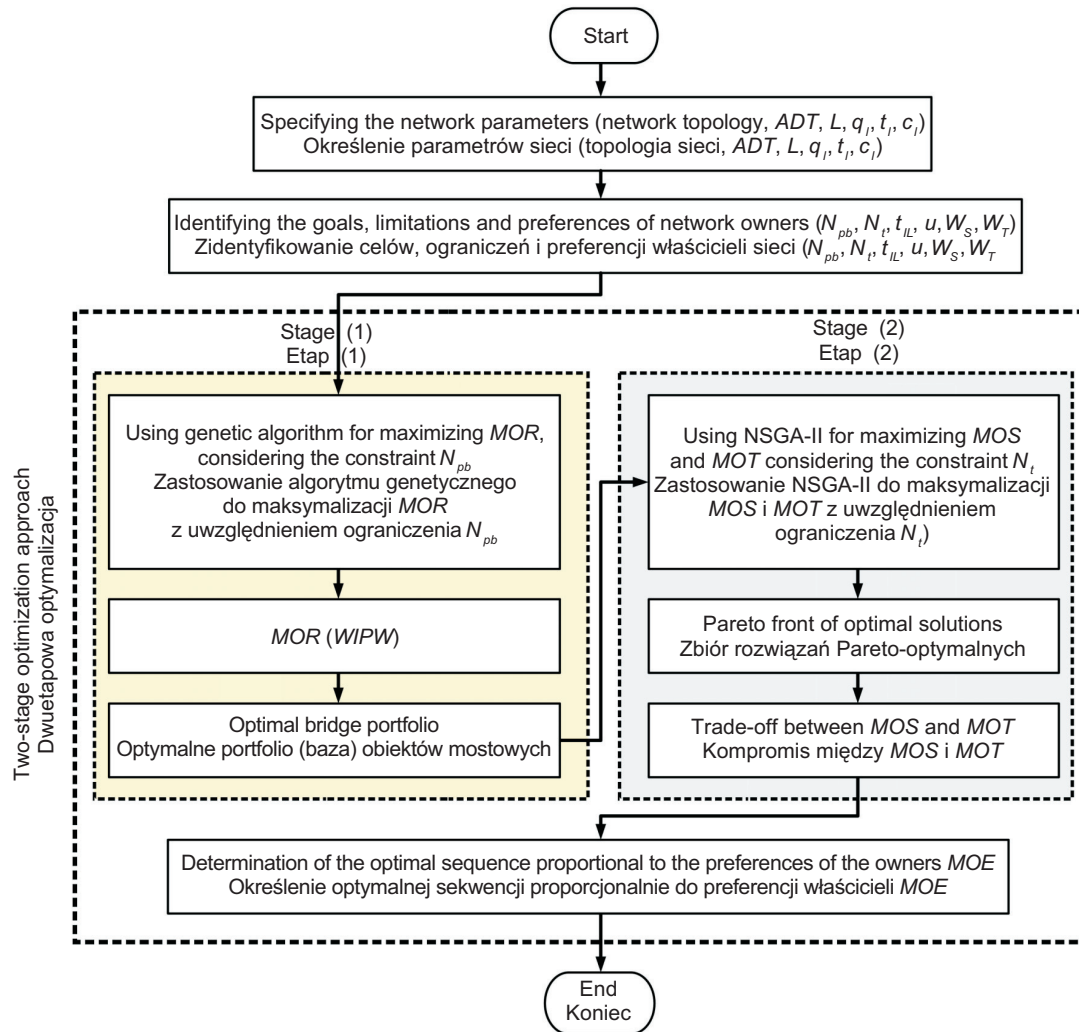


Fig. 3. Two-stage optimization model for determining the optimal sequence of bridge retrofit project  
Rys. 3. Dwuetapowy model określenia optymalnej sekwencji (kolejności) modernizacji obiektów mostowych

Ze względu na określoną liczbę dostępnych ekip budowlanych, na etapie drugim traktowano  $N_t$  jako ograniczenie.

Rozwiązanie pierwszego etapu stanowią wektory złożone z elementów binarnych. Jeśli dany most został w rozwiązaniu wybrany do modernizacji, odpowiadający mu element będzie równy 1. W przeciwnym wypadku będzie równy 0. Rozwiązaniem drugiego etapu są wektory złożone z liczb całkowitych. Liczby stanowiące elementy wektora to kody identyfikacyjne konkretnych mostów, które zostały wybrane do optymalnego portfolio na pierwszym etapie. Wzory (14) i (15) opisują problem optymalizacji dwuetapowej, gdzie  $n_r$  to liczba mostów wymagających modernizacji,  $x_r$  to zmienna binarna równa 1 dla mostu wybranego do modernizacji,  $N_{pb}$  to planowana liczba mostów do poddania modernizacji,  $x_{rt}$  to zmienna binarna równa 1 dla mostu wybranego do modernizacji w chwili  $t$ ,  $N_t$  to liczba mostów,

The solutions of the first stage are binary vectors. If a bridge is selected for retrofit in a solution, the array that represents the bridge will be equal to one and otherwise, it will be zero. The solutions of the second stage are integer vectors and the arrays of these vectors are the identification codes of bridges that were selected in the optimal portfolios of the first level. Equations (14) and (15) indicate the two-stage optimization problem, where  $n_r$  is the number of bridges requiring retrofitting,  $x_r$  is a binary variable that equals 1 for a bridge selected for retrofitting,  $N_{pb}$  is the number of bridges that are planned to be retrofitted,  $x_{rt}$  is a binary variable that equals 1 for a bridge selected for retrofitting at the time point  $t$ ,  $N_t$  is the number of bridges that can be retrofitted simultaneously and  $t_F$  the number of the last day of the implementation of the strategy (duration of the strategy is counted in days).

które mogą być modernizowane jednocześnie, zaś  $t_F$  to oznaczenie ostatniego dnia wdrożenia strategii (czas trwania wdrożenia liczony jest w dniach).

#### Pierwszy poziom:

Maksymalizuj:  $MOR$

Z zachowaniem warunku:

$$\sum_{r=1}^{n_r} x_r \leq N_{pb}, \quad (14)$$

$$x_r = \begin{cases} 1, & \text{most jest wybrany do modernizacji,} \\ 0, & \text{w innym przypadku.} \end{cases}$$

#### Drugi poziom:

Maksymalizuj:  $MOS$

Maksymalizuj:  $MOT$

Z zachowaniem warunku:

$$\sum_{r=1}^{n_r} x_{rt} \leq N_t \quad \forall t=1, 2, \dots, t_F. \quad (15)$$

W niniejszym badaniu wprowadzono miarę wydajności sekwencji strategii ( $MOE$ , ang. *measure of strategy sequence efficiency*,) w celu znalezienia najlepszego rozwiązania spośród dostępnych rozwiązań Pareto-optimalnych. Po określeniu rozwiązań Pareto-optimalnych w etapie drugim (Rys. 4) możliwe jest obliczenie  $MOE$  ze wzoru (16). Biorąc pod uwagę względne znaczenie  $MOS$  i  $MOT(W_S, W_T)$ , właściciele sieci mogą wybrać jedno rozwiązanie z frontu rozwiązań Pareto-optimalnych jako ostateczną, optymalną sekwencję. Należy zauważyć, że wartości  $W_S$  i  $W_T$  są określane przez właścicieli sieci, przy zachowaniu warunku  $W_S + W_T = 1$ :

$$MOE = W_S \cdot MOS + W_T \cdot MOT. \quad (16)$$

## 4. PRZYKŁAD TEORETYCZNY

Celem lepszego zobrazowania proponowanej metodyki, w tej części artykułu zostanie przedstawiony przykład obliczeniowy. Przykładowa sieć przedstawiona na Rys. 5 to hipotetyczny system dróg lokalnych zbadany przez Zhanga i Wang [11]. Sieć ta składa się z 37 krawędzi (połączeń) reprezentujących drogi oraz 30 węzłów reprezentujących najważniejsze skrzyżowania i centra ekonomiczne. Ośrodki reagowania kryzysowego (np. posterunki straży pożarnej, szpitale, posterunki policji itp.) znajdują się węzłach 9 i 17 (zaznaczonych kolorem szarym). Podobnie jak w pracy Zhanga i Wang poczyniono założenie, że na każdej drodze znajduje się dokładnie jeden most.

W niniejszym przykładzie jako zdarzenie o destrukcyjnym charakterze rozpatruje się trzęsienie ziemi o magnitudzie 7 MW i epicentrum położonym w odległości około 40 km od centroidu sieci (okolice węzła 13). Na potrzeby przykładu

#### First level:

Maximise:  $MOR$

Subject to

$$\sum_{r=1}^{n_r} x_r \leq N_{pb}, \quad (14)$$

$$x_r = \begin{cases} 1, & \text{the bridge is selected for retrofitting,} \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

#### Second level:

Maximise:  $MOS$

Maximise:  $MOT$

Subject to

$$\sum_{r=1}^{n_r} x_{rt} \leq N_t \quad \forall t=1, 2, \dots, t_F. \quad (15)$$

In this study, the measure of strategy sequence efficiency  $MOE$  has been introduced to find the best solution among the available Pareto solutions. After determining the Pareto optimal solutions in the second stage (Fig. 4),  $MOE$  can be calculated using equation (16). Considering the relative preference between  $MOS$  and  $MOT(W_S, W_T)$ , the owners can choose one of the Pareto front solutions as the final optimal sequence. It should be noted that  $W_S$  and  $W_T$  are determined by network owners, but their sum always equals one  $W_S + W_T = 1$ .

$$MOE = W_S \cdot MOS + W_T \cdot MOT. \quad (16)$$

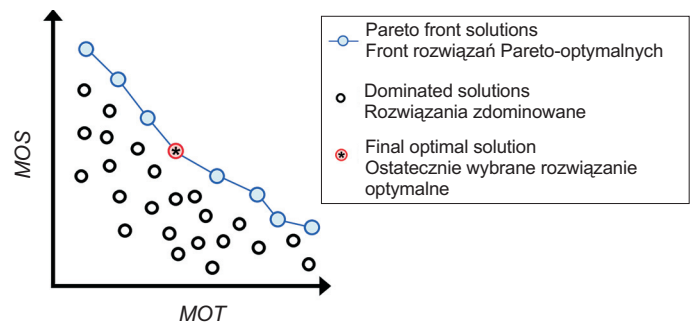


Fig. 4. The Pareto front solutions and the final optimal solution Rys. 4. Zbiór rozwiązań Pareto-optimalnych oraz ostatecznie wybrane rozwiązanie optymalne

## 4. THEORETICAL EXAMPLE

In order to explain the proposed methodology, a theoretical example is presented in this section. The network example, shown in Fig. 5, is a hypothetical community road system examined by Zhang and Wang [11]. This network has 37 links representing the roads and 30 nodes representing the major road intersections and economic hubs.

założono, że spośród 37 mostów 19 to mosty stalowe (S), zaś 18 to mosty z betonu zbrojonego (RC). Aby odzwierciedlić różnorodność obiektów mostowych (schemat konstrukcyjny, materiały i wymiary) w obrębie sieci, założono dla 19 mostów stalowych i 18 mostów żelbetowych niezawodność pod oddziaływaniem sejsmicznym równą odpowiednio 0,80 i 0,70. Niezawodność, ruch drogowy *ADT*, czas naprawy i koszt naprawy dla wszystkich mostów zestawiono w Tabl. 1 [11].

Table 1. Parameters of the network [11]  
Tablica 1. Parametry sieci transportowej [11]

Bridge ID ID mostu	<i>L</i> [km]	<i>ADT</i> [vehicle/day] [pojazdy/dzień]	$q_i$	$t_i$ [days] [dni]	Cost [-] Koszt [-]
1	132	2200	0.66	69	3.57
2	78	1900	0.76	72	3.82
3	80	2000	0.82	76	4.34
4	167	1500	0.88	80	4.17
5	96	1900	0.55	81	4.87
6	76	2200	0.84	63	3.49
7	128	700	0.77	76	4.41
8	73	2400	0.82	64	3.74
9	93	2600	0.77	51	2.61
10	114	300	0.85	71	3.55
11	118	800	0.84	48	2.53
12	141	900	0.71	93	5.29
13	95	2500	0.89	88	4.78
14	106	600	0.78	64	3.25
15	167	2000	0.77	59	3.43
16	166	500	0.78	75	4.33
17	124	2500	0.61	58	3.14
18	139	2800	0.79	51	2.98
19	124	1300	0.80	52	2.88
20	87	1700	0.75	64	3.28
21	80	1500	0.89	80	3.98
22	107	1200	0.81	84	4.82
23	105	1500	0.76	60	3.24
24	135	700	0.75	77	4.8
25	90	1800	0.78	64	3.8
26	97	900	0.75	82	4.66
27	78	600	0.80	78	4.46
28	240	800	0.71	62	3.33
29	81	1400	0.65	75	4.86
30	78	2800	0.67	62	3.45
31	141	1900	0.69	62	3.08
32	121	2900	0.75	65	3.74
33	121	1300	0.79	76	4.5
34	96	900	0.69	82	4.47
35	106	2200	0.72	56	3.36
36	69	700	0.83	72	4.46
37	78	3000	0.73	87	5.15

The community emergency response facilities (e.g., fire stations, hospitals, police stations, etc.) are located at nodes 9 and 17 (grey nodes). Like in the work of Zhang and Wang, it is assumed that every road contains exactly one bridge.

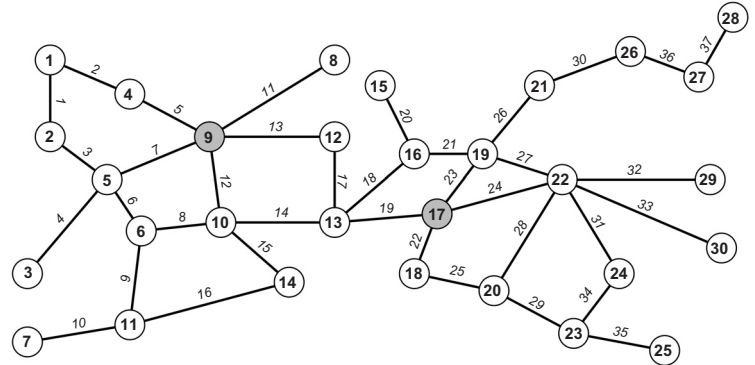


Fig. 5. The hypothetical community road system [11]  
Rys. 5. Hipotetyczna sieć dróg lokalnych [11]

In this example a severe earthquake with a magnitude MW equal to 7 and an epicentral distance of approximately 40 km from the centroid of the network (close to node 13) is considered as the disruptive event. For illustrative purposes, it has been assumed that, out of the 37 bridges, 19 are steel (S) bridges and 18 are reinforced concrete (RC) bridges. To reflect the diversity of bridge structures (including bridge configuration, material and area) within the network, it has been assumed that the reliabilities of the 19 S bridges and 18 RC bridges under the considered seismic action are 0.80 and 0.70, respectively. The reliability, *ADT*, repair time and repair cost of each bridge is presented in Table 1 [11].

Similarly to the work of Zhang and Wang, it is assumed that all the bridges in the network are in “as new” condition and reliabilities under service loads are equal to 0.999. Therefore, the pre-event *WIPW* is 1.6998, which means that on average there are 1.70 reliable IPWs between any O–D pair in the road network under normal operational conditions. If the earthquake occurs, the residual *WIPW* of the current network without implementation of any risk mitigation strategy will fall to 0.6690. That is, if the earthquake occurs, the average number of weighted independent pathways between all O–D pairs is less than 1, meaning that some areas in the community will become isolated from one another.

Using the genetic algorithm and single-objective optimization with the aim of maximizing *MOR*, 37 optimal portfolios for this network were identified (Fig. 6a). Three of these 37 optimal portfolios are presented in Table 2 in



Podobnie jak w pracy Zhanga i Wanga, założono, że wszystkie mosty w sieci są w stanie „jak nowe”, a wartości ich niezawodności pod obciążeniami użytkowymi wynoszą 0,999. Wartość *WIPW* sieci przed katastrofą wynosi zatem 1,6998 – oznacza to, że w normalnych warunkach między dowolnymi dwoma węzłami w sieci drogowej istnieje średnio 1,7 niezależnych ścieżek (*IPW*). Po wystąpieniu trzęsienia ziemi pozostała wartość *WIPW* sieci bez wdrożenia żadnej strategii ograniczania ryzyka spadnie do 0,6690. Innymi słowy, jeśli wystąpi trzęsienie ziemi, średnia liczba niezależnych ścieżek między dowolnymi parami węzłów spadnie poniżej 1, a zatem niektóre obszary sieci zostaną odizolowane od innych.

Stosując algorytm genetyczny oraz optymalizację jednokryterialną w celu maksymalizacji *MOR*, zidentyfikowano dla sieci 37 optymalnych wyborów – grup mostów do zmodernizowania (Rys. 6a). Trzy spośród tych 37 grup są przedstawione bardziej szczegółowo w Tabl. 2. Podobnie jak w pracy Zhanga i Wanga, założono, że interwencja podnosi niezawodność mostu do wartości 0,999 – przywraca stan „jak nowy”. Rys. 6b pokazuje, że wraz z dodaniem kolejnego mostu do portfolio wytypowanych obiektów wzrastają o kilka procent zarówno koszty, jak i wskaźnik odporności sieci.

Table 2. Optimal portfolios for  $N_{pb} = 12, 20$  and 34  
Tablica 2. Optymalne wybory dla  $N_{pb} = 12, 20$  i 34

$N_{pb}$	Cost Koszt	Optimal portfolio Optymalne portfolio (wybór)	<i>MOR (WIPW)</i>
12	46.23	1, 2, 5, 7, 12, 14, 17, 18, 19, 21, 23, 24	1.2615
20	79.83	1, 2, 5, 6, 7, 8, 12, 13, 14, 17, 18, 19, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 29, 30	1.4727
34	134.37	1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37	1.6839

Ponadto zakłada się, iż właściciele sieci – ze względu na ograniczony budżet – postanowili poddać modernizacji tylko 20 mostów i przewidzieli 365 dni na realizację prac. Co więcej, z uwagi na ograniczoną liczbę ekip budowlanych, możliwe są jednoczesne prace tylko nad 4 obiektami. W związku z tym na drugim etapie – przy zastosowaniu NSGA-II w celu maksymalizacji *MOT* i *MOS* – rozwiązania Pareto-optymalne (Rys. 7) uwzględniały tylko sekwencje dla  $N_{pb} = 20$ .

Śród uzyskanych rozwiązań Pareto-optymalnych, trzy wybrano i zaprezentowano bardziej szczegółowo w Tabl. 3: rozwiązanie o najwyższej wartości *MOT* (rozwiązanie I), rozwiązanie o najwyższej wartości *MOS* (rozwiązanie II) oraz rozwiązanie o najwyższej wartości *MOE* (rozwiązanie III).

greater detail. Like in the work of Zhang and Wang, it is assumed that a retrofitting intervention will bring the reliability of a bridge back to 0.999, the “as new” condition. Fig. 6b shows that when another bridge is added to the optimal portfolio, both the required costs and the network resilience index increase by several percent.

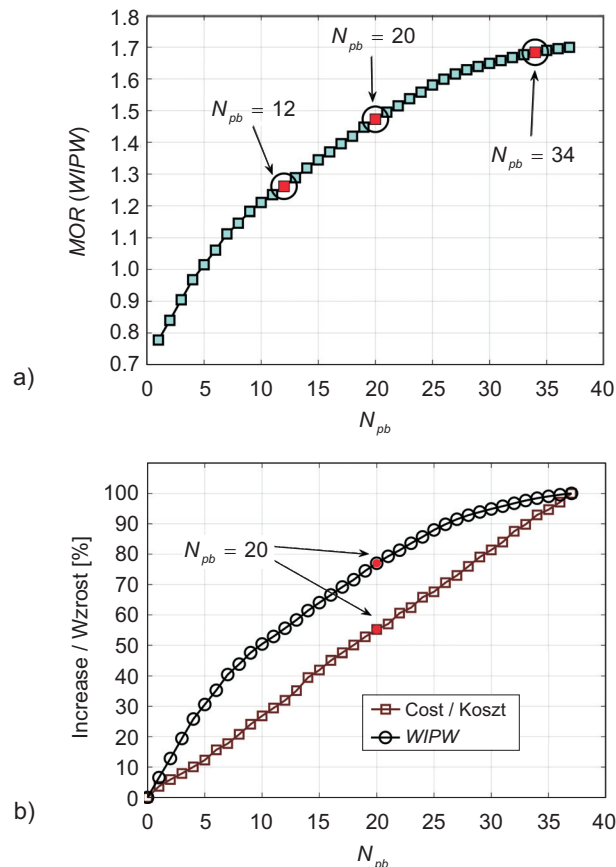
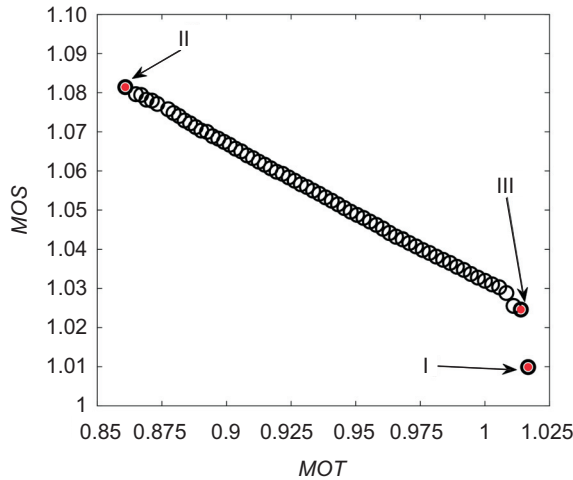


Fig. 6. Values of *WIPW* for different optimal portfolios (a) and percentage changes of cost and *WIPW* for different optimal portfolios (b)

Rys. 6. Wartości *WIPW* dla różnych rozwiązań optymalnych (a) oraz procentowa zmiana kosztu oraz *WIPW* dla różnych optymalnych wyborów spośród zbioru mostów przeznaczonych do modernizacji (b)

In addition, it is assumed that the network owners, due to budget constraints, have decided to retrofit only 20 bridges and have set a one-year period (365 days) as the deadline. Moreover, due to the limited number of construction crews, it is only possible to simultaneously retrofit 4 bridges. Therefore, in the second level, using the NSGA-II with the aim of maximizing *MOT* and *MOS*, the Pareto optimal solution (Fig. 7) incorporated only the optimal portfolio with  $N_{pb} = 20$ .



From the obtained Pareto solutions, three solutions were selected and presented in greater detail in Table 3: the highest value of *MOT* (solution I), the highest value of *MOS* (solution II), and the highest value of *MOE* (solution III).

Fig. 7. The Pareto front solutions (I, II, III) for different sequences of selected bridges

Rys. 7. Zbiór rozwiązań Pareto- optymalnych (I, II, III) dla różnych sekwencji modernizacji wybranych obiektów mostowych

Table 3. Optimal sequences of solutions with the highest *MOT*, *MOS* and *MOE*

Tablica 3. Optymalne sekwencje wdrażania rozwiązań – o najwyższych wartościach *MOT*, *MOS* i *MOE*

$N_{pb}$	Solution Rozwiązanie	Optimal sequence Optymalna sekwencja	<i>T</i>	<i>MOR</i>	<i>MOT</i>	<i>MOS</i>	<i>MOE</i>
20	I	14, 17, 23, 12, 18, 25, 5, 8, 24, 7, 19, 6, 21, 29, 1, 2, 13, 22, 26, 30	359	1.4727	1.0167	1.0099	1.0133
	II	17, 14, 19, 12, 5, 18, 23, 7, 24, 8, 6, 21, 1, 25, 30, 26, 22, 29, 2, 13	424	1.4727	0.8608	1.0814	0.9711
	III	17, 14, 19, 12, 24, 23, 5, 18, 7, 21, 2, 8, 1, 6, 30, 25, 13, 22, 26, 29	360	1.4727	1.0139	1.0246	1.01925

*T* – implementation time of solution [days] / czas wdrożenia rozwiązania [dni]

Sekwencje prac przewidziane w tych trzech rozwiązaniach przedstawiono na Rys. 8. W rozpatrywanym przykładzie wartości  $W_s$  oraz  $W_t$  przyjęto jako 0,5. Można zauważyć, że rozwiązania wybrane na podstawie najwyższych wartości *MOT* i *MOS* (rozwiązania I i II) charakteryzują się odpowiednio najkrótszym i najdłuższym czasem wdrożenia. Czas wdrożenia rozwiązania opartego na *MOE* (rozwiązania III) leży pomiędzy tymi dwiema wartościami, aczkolwiek bardzo blisko czasu rozwiązania I.

The sequences of these three solutions are shown in Fig. 8. In this example, the values of  $W_s$  and  $W_t$  are assumed as 0.5. It may be observed that the solutions selected based on the highest *MOT* and *MOS* indices (solutions I & II) have the shortest and longest time, respectively. The implementation time of the solution based on *MOE* (solution III) is between these two values, but very close to the time of solution I.

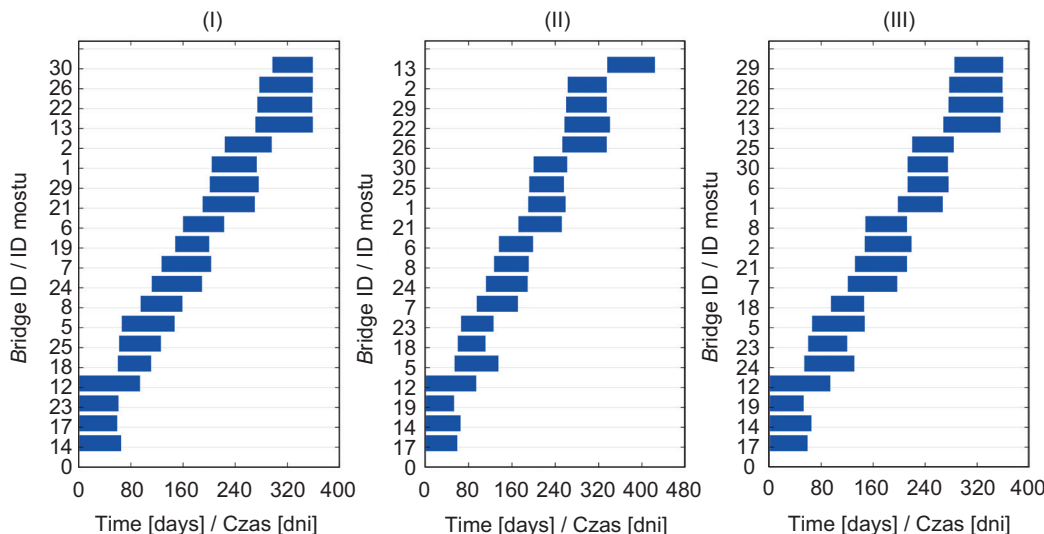


Fig. 8. Sequences of bridges selected in optimal solutions with: (I) the highest *MOT*, (II) the highest *MOS* and (III) the highest *MOE*  
Rys. 8. Sekwencje modernizacji mostów w rozwiązaniach optymalnych charakteryzujących się: (I) najwyższym *MOT*, (II) najwyższym *MOS* oraz (III) najwyższym *MOE*

Trend stopniowego wzrostu odporności w trakcie realizacji analizowanych trzech rozwiązań pokazano na Rys. 9. Można zaobserwować, że ścieżki wzrostu odporności sieci w miarę wdrażania rozwiązań są różne, ale ostatecznie odporność osiąga tę samą wartość końcową.

The trend of the gradual increase in resilience during the implementation of the three solutions is shown in Fig. 9. It may be observed that the resilience of the network increases through various pathways as the sequences are implemented, but eventually all of them reach the same final value.

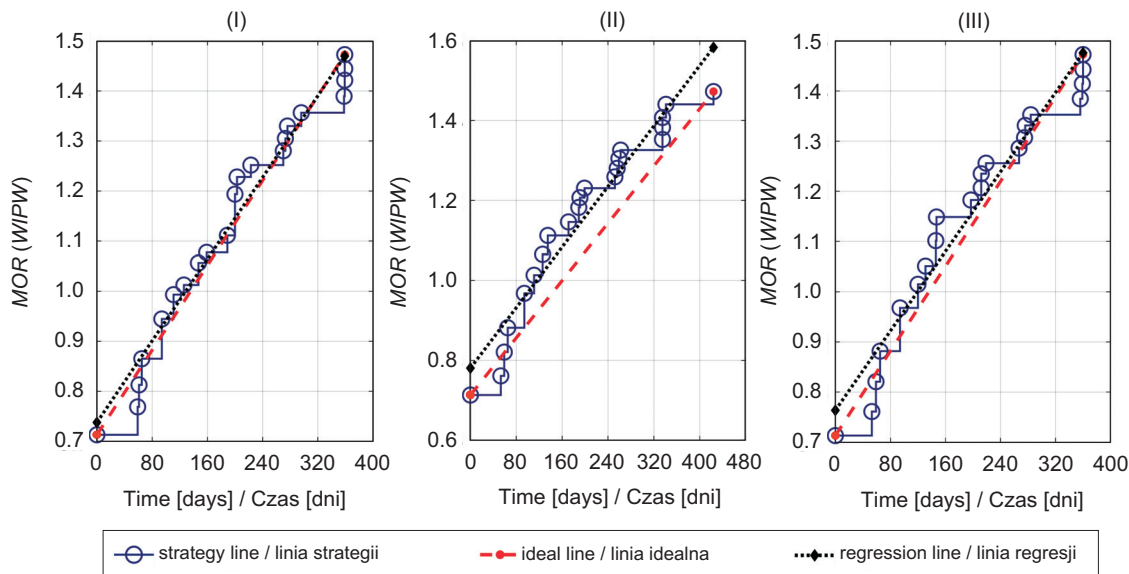


Fig. 9. Trend of the gradual increase in resilience during implementation of the optimal solutions with: (I) the highest *MOT*, (II) the highest *MOS* and (III) the highest *MOE*

Rys. 9. Trend stopniowego wzrostu odporności podczas wdrażania optymalnych rozwiązań charakteryzujących się: (I) najwyższym *MOT*, (II) najwyższym *MOS* oraz (III) najwyższym *MOE*

## 5. WNIOSKI

W artykule zaproponowano dwuetapowy model optymalizacji mającej na celu określenie optymalnej sekwencji realizacji obiektów mostowych. W artykule wprowadzono dwie nowe funkcje celu, nazwane *MOS* i *MOT*. Wartość *MOS* zależy od stopnia wypukłości wykresu odporności w funkcji czasu, na co wpływ ma sekwencja modernizacji mostów wybranych w pierwszym etapie. Wartość *MOT* zależy od czasu wdrożenia strategii o określonej sekwencji. Zaproponowaną metodykę zobrazowano przykładem obliczeniowym. Wyniki uzyskane w przykładzie wskazują, że między *MOS* i *MOT* zachodzi korelacja ujemna. Jeśli sekwencja modernizacji wytypowanej grupy mostów zostanie przyjęta tak, aby czas wdrożenia strategii był możliwie najkrótszy, wypukłość wykresu odporność–czas spadnie, a linia regresji zbliży się do linii idealnej. Z drugiej strony wdrożenie rozwiązania, którego kolejność zapewnia największą wypukłość wykresu odporność–czas, potrwa dłużej niż wdrożenie innych rozwiązań. W rozpatrywanym przykładzie zaobserwowano, że wdrożenie rozwiązania II (charakteryzującego się najwyższą wartością *MOS*) potrwałoby o 65 dni dłużej niż wdrożenie rozwiązania I

## 5. CONCLUSIONS

In the paper, a two-stage optimization model was proposed for determination of the optimal sequence of bridge retrofit projects. Two new objectives, which are referred to as *MOS* and *MOT*, are introduced in this paper. *MOS* depends on the degree of convexity of the time-resilience diagram, which is affected by the sequence of bridges that are selected in the first stage. *MOT* depends on the implementation time of the strategy after the optimal sequence has been determined. The proposed methodology is illustrated using a theoretical example. The results of the example show that there is an inverse relationship between *MOS* and *MOT*. If the sequence of bridges selected for retrofitting is determined in such a way that the strategy is implemented in the shortest possible time, the convexity of the time-resilience diagram decreases, and the regression line approaches the ideal line. Conversely, implementation of the solution whose sequence creates the greatest convexity of the time-resilience diagram takes longer time than the other solutions. For instance, it was observed that the implementation time of solution II (which was selected



(o najwyższej wartości *MOT*). Jak pokazano na Rys. 9, wdrożenie rozwiązania II zapewnia jednak największą wypukłość wykresu odporność–czas (*MOS* = 1,0814).

Jedną z zalet nowej metodyki przedstawionej w niniejszym artykule w porównaniu z poprzednimi badaniami jest poszukiwanie optymalnej sekwencji na podstawie dwóch osobnych wskaźników: *MOS* i *MOT*. Rozdzielenie tych dwóch miar daje właścicielom sieci elastyczność w podejmowaniu decyzji dopasowanych do uwarunkowań dominujących w fazie przed wystąpieniem katastrofy. Rozpatrując dwie nowe funkcje celu w procesie zarządzania ryzykiem przed katastrofą, właściciele sieci mogą zdecydować się na pożądaną kompromis między *MOS* a *MOT* oraz wybrać właściwą sekwencję modernizacji obiektów mostowych, odpowiednio do przewidywalności analizowanego wydarzenia o destrukcyjnym charakterze. Jeśli czas wystąpienia wydarzenia jest trudny do przewidzenia (np. działanie człowieka czy katastrofy naturalne o wysokiej nieprzewidywalności, takie jak trzęsienia ziemi), właściciele mogą wybrać sekwencję wdrożenia pozwalającą na uzyskanie najkrótszego czasu realizacji (maksymalna wartość *MOT*). Z drugiej strony, jeśli czas wystąpienia wydarzenia można w przybliżeniu przewidzieć (np. powódzie sezonowe), właściciele mogą wybrać sekwencję o maksymalnej wartości *MOS*. Możliwe jest również dobranie optymalnej sekwencji na podstawie maksymalnej wartości *MOE* po zdefiniowaniu preferencji względem obu celów.

## BIBLIOGRAFIA / REFERENCES

- [1] *Twumasi-Boakye R., Sobanjo J.O.*: Resilience of regional transportation networks subjected to hazard-induced bridge damages. *Journal of Transportation Engineering, Part A: Systems*, **144**, 10, 2018, 04018062, DOI: 10.1061/JTEPBS.0000186
- [2] *Li Z., Jin C., Hu P., Wang C.*: Resilience-based transportation network recovery strategy during emergency recovery phase under uncertainty. *Reliability Engineering & System Safety*, **188**, 2019, 503-514, DOI: 10.1016/j.ress.2019.03.052
- [3] *Twumasi-Boakye R., Sobanjo J.O.*: Evaluating transportation user costs based on simulated regional network models. *Transportation Research Record*, **2612**, 1, 2017, 121-131, DOI: 10.3141/2612-14
- [4] *Vugrin E.D., Turnquist M.A., Brown N.J.*: Optimal recovery sequencing for enhanced resilience and service restoration in transportation networks. *International Journal of Critical Infrastructures*, **10**, 3-4, 2014, 218-246, DOI: 10.1504/IJCIS.2014.066356
- [5] *Hosseini S., Barker K., Ramirez-Marquez J.E.*: A review of definitions and measures of system resilience. *Reliability Engineering & System Safety*, **145**, 2016, 47-61, DOI: 10.1016/j.ress.2015.08.006
- [6] National Infrastructure Advisory Council: Critical infrastructure resilience: Final report and recommendations. Washington, D.C., 2009
- [7] *Kameshwar S., Cox D.T., Barbosa A.R., Farokhnia K., Park H., Alam M.S., van de Lindt J.W.*: Probabilistic decision-support framework for community resilience: Incorporating multi-hazards, infrastructure interdependencies, and resilience goals in a Bayesian network. *Reliability Engineering & System Safety*, **191**, 2019, ID article 106568, DOI: 10.1016/j.ress.2019.106568
- [8] *Bruneau M., Chang S.E., Eguchi R.T., Lee G.C., O'Rourke T.D., Reinhorn A.M., Shinozuka M., Tierney K., Wallace W.A., von Winterfeldt D.*: A framework to quantitatively assess and enhance the seismic resilience of communities. *Earthquake spectra*, **19**, 4, 2003, 733-752, DOI: 10.1193/1.1623497
- [9] *Frangopol D.M., Nakib R.*: Redundancy in highway bridges. *Engineering Journal*, **28**, 1, 1991, 45-50
- [10] *Ghosn M., Moses F., Frangopol D.M.*: Redundancy and robustness of highway bridge superstructures and substructures. *Structure and Infrastructure Engineering*, **6**, 1-2, 2010, 257-278, DOI: 10.1080/15732470802664498

based on the highest *MOS*), was 65 days longer than the implementation time of solution I (which was selected based on the highest *MOT*). Nevertheless, as shown in Fig. 9, implementation of solution II creates the greatest convexity of the time-resilience diagram (*MOS* = 1.0814)

One of the advantages of the new methodology presented in this paper over the previous research is the search for optimal sequence based on two separate indicators: *MOS* and *MOT*. Separation of these two indicators gives the network owners the flexibility to make decisions in accordance with the prevailing conditions in the pre-disaster phase. By considering these two new objectives in the process of pre-disaster risk mitigation planning, network owners can determine the trade-off between *MOS* and *MOT*, and select a proper sequence of bridge retrofit projects according to the predictability of the examined disruptive events. If the time of occurrence of the examined disruptive event is not easily predictable (e.g. man-made attacks or natural hazards with high uncertainty, like earthquakes), owners can select the sequence that can be implemented in the shortest possible time (*MOT* is maximum). In contrast, if the time of occurrence of the disruptive event is reasonably predictable (e.g. seasonal floods) owners can select the sequence that has maximum *MOS*. They can also choose an optimal sequence based on the maximum value of *MOE* by defining relative preference between these objectives.

- [11] Zhang W., Wang N.: Resilience-based risk mitigation for road networks. *Structural Safety*, **62**, 2016, 57-65, DOI: 10.1016/j.strusafe.2016.06.003
- [12] Faturechi R., Miller-Hooks E.: Measuring the performance of transportation infrastructure systems in disasters: A comprehensive review. *Journal of Infrastructure Systems*, **21**, 1, 2015, ID article 04014025, DOI: 10.1061/(ASCE)IS.1943-555X.0000212
- [13] Wan C., Yang Z., Zhang D., Yan X., Fan S.: Resilience in transportation systems: a systematic review and future directions. *Transport Reviews*, **38**, 4, 2018, 479-498, DOI: 10.1080/01441647.2017.1383532
- [14] Zhou Y., Wang J., Yang H.: Resilience of transportation systems: concepts and comprehensive review. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, **20**, 12, 2019, 4262-4276, DOI: 10.1109/TITS.2018.2883766
- [15] Liu C., Fan Y., Ordóñez F.: A two-stage stochastic programming model for transportation network protection. *Computers & Operations Research*, **36**, 5, 2009, 1582-1590, DOI: 10.1016/j.cor.2008.03.001
- [16] Chang L., Peng F., Ouyang Y., Elnashai A.S., Spencer B.F. Jr.: Bridge seismic retrofit program planning to maximize postearthquake transportation network capacity. *Journal of Infrastructure Systems*, **18**, 2, 2012, 75-88, DOI: 10.1061/(ASCE)IS.1943-555X.0000082
- [17] Dong Y., Frangopol D.M., Saydam D.: Pre-earthquake multi-objective probabilistic retrofit optimization of bridge networks based on sustainability. *Journal of Bridge Engineering*, **19**, 6, 2014, ID article 04014018, DOI: 10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0000586
- [18] Lu J., Atamturktur S., Huang Y.: Bi-level resource allocation framework for retrofitting bridges in a transportation network. *Transportation Research Record*, **2550**, 1, 2016, 31-37, DOI: 10.3141/2550-05
- [19] Liu K., Zhai C., Dong Y.: Optimal restoration schedules of transportation network considering resilience. *Structure and Infrastructure Engineering*, **17**, 8, 2021, 1141-1154, DOI: 10.1080/15732479.2020.1801764
- [20] Bocchini P., Frangopol D.M.: Optimal resilience-and cost-based postdisaster intervention prioritization for bridges along a highway segment. *Journal of Bridge Engineering*, **17**, 1, 2012, 117-129, DOI: 10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0000201
- [21] Zhang W., Wang N., Nicholson C.: Resilience-based post-disaster recovery strategies for road-bridge networks. *Structure and Infrastructure Engineering*, **13**, 11, 2017, 1404-1413, DOI: 10.1080/15732479.2016.1271813
- [22] Decò A., Bocchini P., Frangopol D.M.: A probabilistic approach for the prediction of seismic resilience of bridges. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, **42**, 10, 2013, 1469-1487, DOI: 10.1002/eqe.2282
- [23] Bocchini P., Frangopol D.M.: Restoration of bridge networks after an earthquake: Multicriteria intervention optimization. *Earthquake Spectra*, **28**, 2, 2012, 427-455, DOI: 10.1193/1.4000019
- [24] Frangopol D.M., Bocchini P.: Resilience as optimization criterion for the rehabilitation of bridges belonging to a transportation network subject to earthquake. *Structures Congress 2011, Las Vegas, 2011, 2044-2055*, DOI: 10.1061/41171(401)178
- [25] Karamlou A., Bocchini P.: Optimal bridge restoration sequence for resilient transportation networks. *Structures Congress 2014, Boston, 2014, 1437-1447*, DOI: 10.1061/9780784413357.127
- [26] Merschman E., Doustmohammadi M., Salman A.M., Anderson M.: Postdisaster decision framework for bridge repair prioritization to improve road network resilience. *Transportation research record*, **2674**, 3, 2020, 81-92, DOI: 10.1177/0361198120908870
- [27] Liu Y., McNeil S., Hackl J., Adey B.T.: Prioritizing transportation network recovery using a resilience measure. *Sustainable and Resilient Infrastructure*, **7**, 1, 2022, 70-81, DOI: 10.1080/23789689.2019.1708180
- [28] Zhang X., Miller-Hooks E., Denny K.: Assessing the role of network topology in transportation network resilience. *Journal of Transport Geography*, **46**, 2015, 35-45, DOI: 10.1016/j.jtrangeo.2015.05.006
- [29] Faturechi R., Miller-Hooks E.: Travel time resilience of roadway networks under disaster. *Transportation Research Part B: Methodological*, **70**, 2014, 47-64, DOI: 10.1016/j.trb.2014.08.007
- [30] Liao T.Y., Hu T.Y., Ko Y.N.: A resilience optimization model for transportation networks under disasters. *Natural Hazards*, **93**, 1, 2018, 469-489, DOI: 10.1007/s11069-018-3310-3
- [31] Zhang W., Wang N., Nicholson C., Tehrani M.H.: A stage-wise decision framework for transportation network resilience planning. arXiv:1808.03850, 2018, DOI: 10.48550/arXiv.1808.03850
- [32] Zhang N., Alipour A.: Two-Stage Model for Optimized Mitigation and Recovery of Bridge Network with Final Goal of Resilience. *Transportation Research Record*, **2674**, 10, 2020, 114-123, DOI: 10.1177/0361198120935450
- [33] Sun W., Bocchini P., Davison B.D.: Resilience metrics and measurement methods for transportation infrastructure: the state of the art. *Sustainable and Resilient Infrastructure*, **5**, 3, 2020, 168-199, DOI: 10.1080/23789689.2018.1448663
- [34] Ip W.H., Wang D.: Resilience evaluation approach of transportation networks, in: *2009 International Joint Conference on Computational Sciences and Optimization*, 2, 2009, 618-622, DOI: 10.1109/CSO.2009.294
- [35] Ip W.H., Wang D.: Resilience and friability of transportation networks: evaluation, analysis and optimization. *IEEE Systems Journal*, **5**, 2, 2011, 189-198, DOI: 10.1109/JSYST.2010.2096670