

VITALII KOVALCHUK<sup>1)</sup>YURIY HNATIV<sup>2)</sup>JOSEPH LUCHKO<sup>3)</sup>MYKOLA SYSYN<sup>4)</sup>

## STUDY OF THE TEMPERATURE FIELD AND THE THERMO-ELASTIC STATE OF THE MULTILAYER SOIL-STEEL STRUCTURE

## BADANIE POLA TEMPERATURY ORAZ ODKSZTAŁCEŃ I NAPRĘŻEŃ TERMICZNYCH WIELOWARSTWOWEJ KONSTRUKCJI GRUNTOWO-STALOWEJ

**STRESZCZENIE.** Technologia wzmacniania istniejących żelbetonowych obiektów inżynierskich elementami z blachy falistej umożliwia ich sprawną i ekonomiczną naprawę. Niemniej jednak, takie konstrukcje mogą być narażone na niekorzystne oddziaływanie temperatury, co w połączeniu z obciążeniem ruchem może wpływać na ich niezawodność. W artykule przedstawiono metodę wyznaczenia stanu naprężeń i odkształceń w trzywarstwowej konstrukcji o przekroju kołowym. Przedstawiona metodologia jest oparta na teorii termosprężystości. Praca została podzielona na dwa etapy: określenie pola temperatury w obrębie konstrukcji, a następnie obliczenie naprężeń termicznych i odkształceń. W wyniku obliczeń ustalono, że wartości pola temperatury oraz naprężeń wywołane w konstrukcji przez wpływ maksymalnych i minimalnych temperatur otoczenia mogą okazać się istotne.

**SŁOWA KLUCZOWE:** pole temperatury, stan naprężeń i odkształceń, temperatura otoczenia, trzywarstwowa konstrukcja o przekroju kołowym, uszkodzone obiekty inżynierskie.

**ABSTRACT.** The technology of renewal of metal corrugated structures allows efficient and economical reconstruction of existing reinforced concrete structures by the method of encapsulation. However, such structures can be exposed to adverse temperature effects that in combination with traffic loadings could influence the operational reliability of the structures. This article deals with the method of evaluation of the stress-strain state of a three-layer cylindrical structure. The technique is based on the thermo-elasticity theory. The study is performed in two steps: determining the temperature field of a structure, and then calculating the temperature stresses and deformations. As a result of calculations, it was established that the level of temperature field and stresses in a three-layer structure caused by the maximum and minimum ambient temperatures can reach a significant level.

**KEYWORDS:** ambient temperature, defective transport structure, temperature field, three-layer cylindrical structure, stress-strain state.

DOI: 10.7409/rabdim.020.004

<sup>1)</sup> Dnipro National University of Railway Transport named after academician V. Lazaryan, Department of Rolling Stock and Track, Lviv Branch, I. Blazhkevych str., 12-a, Lviv, 79052, Ukraine; kovalchuk.diit@gmail.com

<sup>2)</sup> Dnipro National University of Railway Transport named after academician V. Lazaryan, Department of Rolling Stock and Track, Lviv Branch, I. Blazhkevych str., 12-a, Lviv, 79052, Ukraine; yuhnativ@gmail.com

<sup>3)</sup> Lviv National Agrarian University, Department of Building Constructions, V. Velykoho str., Dublyany, Zhovkivskyy r-n, Lvivska obl., 80381, Ukraine; luchko.diit@gmail.com

<sup>4)</sup> Technical University of Dresden, Institute of Railway Systems and Public Transport, Hettnerstraße 2, 01069 Dresden, Germany; mykola.sysyn@tu-dresden.de (✉)

## 1. WPROWADZENIE

Okres eksploatacji uszkodzonych obiektów inżynierskich z betonu zbrojonego może zostać wydłużony dzięki zastosowaniu rur z blachy falistej [1-7]. Technologia naprawy polega na wprowadzeniu elementów stalowych w światło istniejącej rury żelbetowej i wypełnieniu betonem pustki powstałej między nimi (Rys. 1). Metoda ta pozwala na efektywne i całkowite wypełnienie wolnej przestrzeni oraz naprawę obiektu bez konieczności jego rozbiórki czy wstrzymywania ruchu. Przykładowe naprawy istniejących konstrukcji z użyciem przekrojów stalowych przedstawiono na Rys. 2.

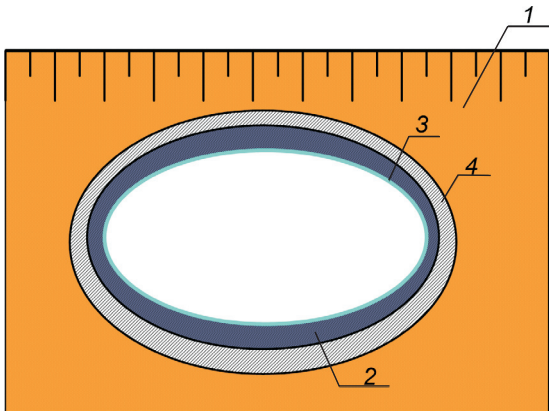


Fig. 1. Schematic image of the repair of reinforced concrete pipes with the use of the method of encapsulation: 1 - soil filling of the embankment, 2 - space filled with new concrete, 3 - metal corrugated construction, 4 - defective concrete pipe

Rys. 1. Schemat naprawy rury żelbetowej poprzez wprowadzenie w jej światło rury stalowej: 1 - materiał zasypowy, 2 - przestrzeń wypełniona nowym betonem, 3 - przekrój stalowy z blachy falistej, 4 - uszkodzona rura żelbetowa

W wyniku takiej naprawy uzyskuje się konstrukcję trzywarstwową, której poszczególne warstwy różnią się istotnie pod względem właściwości fizycznych i mechanicznych. Pod wpływem znacznych wahań temperatury otoczenia oraz zmiennych obciążeń ruchem może dochodzić do spękań lub odspojen na ich styku.

## 2. PRZEGLĄD LITERATURY

Opisana w [8, 9] analiza odkształceń konstrukcji z blachy falistej, funkcjonującej w ciągu linii kolejowej, wykazała, że wartości naprężeń i ugięć występujących podczas przejazdu lokomotywy są bardzo niskie w porównaniu z wartościami występującymi podczas budowy takich konstrukcji. Sztywność konstrukcji okazała się zbliżona do sztywności stalowych mostów belkowych. Testy dynamiczne wykonane w ramach [8] pokazały, że przy przejeździe lokomotywy z prędkością do 40 km/h różnice przemieszczenia powłoki są małe i nie przekraczają 4,0%.

## 1. INTRODUCTION

The service life of defective reinforced concrete structures can be increased with the help of metal corrugated pipes (MCP), using the technology of repairing called “encapsulation” [1-7]. The essence of the technology lies in the fact that the metal corrugated structure is inserted into an existing defective reinforced concrete pipe, and then the space between reinforced concrete and corrugated pipes is filled with new concrete (Fig. 1). This technology allows full and effective filling of the internal space and additionally to repair a defective structure without interrupting the movement of transport units and eliminating the need for disassembly. Examples of repairing defective structures by the method of encapsulation are given in Fig. 2.



Fig. 2. Reconstruction of bridge crossings and defective reinforced concrete pipes using corrugated metal structures  
Rys. 2. Naprawa obiektów mostowych i przepustów z zastosowaniem elementów z blachy falistej

W artykule [10] podjęto tematykę badania elementów warstwowych z blachy o wysokim profilu SuperCor pod obciążeniami występującymi podczas budowy i eksploatacji obiektu. Udowodniono, że sztywność połączenia zależy od intensywności obciążenia, zarówno podczas budowy, jak i pod obciążeniami użytkowymi. Z przeprowadzonych badań polowych [11] wynika, że najbardziej niebezpiecznym etapem obciążania konstrukcji łukowych o dużej rozpiętości jest stadium układania materiału zasypowego podczas budowy.

W artykule [12] przedstawiono metodę oceny ryzyka zastosowania blachy falistej w konstrukcjach gruntowo-powłokowych (rurach, mostach, tunelach). Wykazano, że ocena ryzyka na etapie opracowania dokumentacji technicznej jest warunkiem koniecznym, ale niewystarczającym do efektywnego zarządzania ryzykiem związanym ze stosowaniem konstrukcji z blachy falistej. Badania przedstawione w [13] pokazały, że największe pomierzone przyspieszenie pionowe na obiekcie mostowym wykonanym z użyciem elementów z blachy falistej i funkcjonującym w ciągu toru kolejowego z nawierzchnią podsypkową wyniosło  $1,31 \text{ m/s}^2$ , zaś maksymalne ugięcie  $0,65 \text{ mm}$ . Ponadto stwierdzono, że większe odkształcenia pomierzone zostały na górnej części fali, zaś mniejsze na dolnej części fali profilu.

Podczas badań konstrukcji z blachy falistej pod obciążeniem sejsmicznym [14] stwierdzono maksymalne naprężenia  $217 \text{ MPa}$ , stanowiące  $92,3\%$  granicy plastyczności materiału. W [15] stwierdzono, że maksymalne odnotowane w badaniu wartości naprężeń nie przekroczyły  $16\%$  granicy plastyczności stali, z której wykonana była rura z blachy falistej. Udowodniono, że zastosowanie metody elementów skończonych do oceny nośności konstrukcji z blachy falistej nie pozwala na określenie przemieszczeń i sił wewnętrznych w powłokach przepustów na etapie układania materiału zasypowego, jako że nie są uwzględnione siły powstające podczas zagęszczania gruntu. Konstrukcje z blachy falistej charakteryzują się wysoką niezawodnością. Według wyników badań doświadczalnych [16, 17], konstrukcje te mogą poprawnie funkcjonować pod obciążeniami przekraczającymi szacowane wartości nawet 2,5-krotnie. Zgromadzono już duże doświadczenie w zakresie eksploatacji i badania obiektów transportowych wykonanych z blachy falistej. Niemniej jednak, jak pokazują artykuły [8-22], wpływ wahań temperatury otoczenia na pracę takich konstrukcji nie został jeszcze zbędany ani na Ukrainie, ani w innych krajach. Tymczasem wyniki badań opublikowanych w [23] wskazują, że w konstrukcjach żelbetowych naprężenia termiczne na styku belek stalowych i płyt z betonu zbrojonego mogą sięgać poziomu  $140 \text{ MPa}$ , to jest  $70\%$  dopuszczalnych naprężeń. W ostatnich latach doszło do znacznego wzrostu temperatury w okresach

As a result of this repair, we obtain a three-layer structure, whose elements differ significantly in physical and mechanical characteristics. At the interface of the layers, cracks or detachment of materials may occur due to significant variations in ambient temperatures and the effect of variable loads of transport units.

## 2. LITERATURE REVIEW

In [8, 9], the analysis of the deformation of the corrugated metal construction, which is operating on the railway track, shows that the values of stresses and deformations that occur during locomotive running are very small in comparison with those that arise during the construction of such structures. However, the stiffness of the structures is similar to the stiffness of metal beam bridges. During dynamic tests of constructions made of metal corrugated structures, the studies [8] showed that, with a rolling stock speed of up to  $40 \text{ km/h}$ , the difference in the displacement of the metal corrugated shell is small and comes up to  $4.0\%$ .

The paper [10] presents the analysis of stiffness of double corrugations of metal corrugated structures of SuperCor type under conditions of loading that arise during the construction and operation of the object. It has been proved that the stiffness of joining depends on the intensity of the load, both during construction and during operation. As a result of field studies [11] of double-corrugated arch structures, it is proved that the most dangerous stage in the process of loading large-circular arched constructions made of metal corrugated structures is the stage of construction of structures during dumping of soil bulking.

In paper [12] the method of risk assessment in the construction of metal corrugated structures (pipes, bridges, tunnels) is developed. It has been shown that the risk assessment at the stage of development of the technical documentation for assessment is a prerequisite, but not sufficient for the effective management of the risks associated with the operation of constructions of metal corrugated structures. Studies presented in [13] revealed that the maximum acceleration on the bridge made of metal corrugated structures, which is operating under the ballast track, is  $1.31 \text{ m/s}^2$ , and the maximum deflection is  $0.65 \text{ mm}$ . In addition, it was determined that the largest deformations are measured on the convex part of the corrugation wave, and the smallest deformations are detected on the concave wave of the corrugation.

During the research of corrugated structures on seismic loading [14] the maximum stresses of  $217 \text{ MPa}$ , which make up  $92.3\%$  of the yield strength of the corrugated

letnich oraz spadku wartości temperatury w czasie zimy, co powoduje większą zmienność naprężeń w inżynierskich konstrukcjach transportowych. W związku z tym pojawia się potrzeba oceny nośności konstrukcji naprawionych z użyciem blachy falistej poddanych wahaniom temperatury otoczenia. Istotnym zagadnieniem jest w tym kontekście kwestia termosprężystości wielowarstwowych obiektów transportowych.

Badania zależności stanu naprężeń i odkształceń w obrębie konstrukcji od zmienności temperatury otoczenia zostały podzielone na dwa etapy. W pierwszym określono pole temperatury, a w drugim przeanalizowano naprężenia termiczne oraz odkształcenia konstrukcji.

### 3. MODEL TERMOSPŘĘŻYSTY WIELOWARSTWOWEJ KONSTRUKCJI TRANSPORTOWEJ

#### 3.1. UWAGI OGÓLNE

Przedstawiony model mechaniczny zawiera następujące uproszczenia:

- warunki brzegowe nie uwzględniają możliwej wymiany ciepła przez konwekcję,
- pominięte jest parcie gruntu,
- pominięto również wydzielanie ciepła w fazie betonowania związane z procesem hydratacji.

Powyższe uwarunkowania mogą mieć istotny wpływ na stan termiczny oraz stan naprężeń w obiektach mostowych. Szczegółowe badania tych wpływów przedstawione są w [24-27].

#### 3.2. MODEL PRZEWODNICTWA CIEPLNEGO

Rozważmy złożoną z materiałów homogenicznych trzywarstwową, walcową powłokę, której wewnętrzną część stanowi rura metalowa, zewnętrzną część rura betonowa, zaś przestrzeń między nimi wypełniona jest nowym betonem (Rys. 3). Schemat przedstawia warstwy o właściwościach opisanych przez moduły sprężystości  $E_1, E_2, E_3$ , współczynniki Poissona  $\nu_1, \nu_2, \nu_3$ , współczynniki rozszerzalności liniowej  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  oraz współczynniki przewodzenia ciepła  $k_1, k_2, k_3$ .

Przyjmijmy, że powłoka zajmuje przestrzeń:

$$V = \{(r, \varphi, z) : a \leq r \leq b, 0 \leq \varphi < 2\pi, 0 \leq z \leq l\},$$

gdzie  $r, \varphi, z$  to współrzędne cylindryczne. Niech współczynnik przewodzenia ciepła wynosi:

$$k = \begin{cases} k_1 & \text{gdy } a \leq r \leq r_1, \\ k_2 & \text{gdy } r_1 < r \leq r_2, \\ k_3 & \text{gdy } r_2 < r \leq b. \end{cases}$$

metal, were reached. It was found out in [15] that the maximum experimental values of stresses do not exceed 16% of the yield strength of a steel corrugated pipe. It has been proved that using the finite element method to evaluate the bearing capacity of structure made of metal corrugated plates doesn't enable determination of the displacement and internal forces in culverts in the initial stages of soil filling, since the forces during soil compaction are not taken into account. Structures made of metal corrugated sheets have high reliability. According to the results of experimental analysis [16, 17], structures maintain their operational qualities at loads exceeding the estimated values up to 2.5 times. For today there is a lot of experience of exploitation and testing of transport structures made of metal corrugated plates. However, as shown in there search papers [8-22], the influence of environment temperature fluctuations on the performance of transport structures of metal corrugated plates in Ukraine and abroad was not investigated. Nonetheless, the studies in [23] show that the level of temperature stresses in steel-reinforced concrete structures at the interface between metal beams and the reinforced concrete plate can reach 140 MPa or 70% of the level of permissible stresses. For the last years, there has been a significant increase in the temperature of the environment in the summer and its decrease in the winter, which leads to increased tensions in transport structures. Accordingly, there is a need to assess the bearing capacity of the repaired transport structures in the case of changing temperature differences in the environment. Therefore, the question of evaluation of the thermoelastic state of multilayered transport constructions is relevant.

The study of the dependence of the stress-strain state of a structure regarding climatic temperature variations is divided into two stages. At the first stage, the temperature field of the structure is determined, and at the second stage – the temperature stresses and deformations are examined.

### 3. MODEL OF THERMO-STRESSED STATE OF A MULTILAYER TRANSPORT STRUCTURE

#### 3.1. GENERAL REMARKS

The following simplifications are considered for the presented mechanical model:

- the boundary conditions do not take into account the possible heat convection,
- pressure caused by the soil is neglected,
- the significant heat production during the concreting phase due to the effect of hydration is not considered.

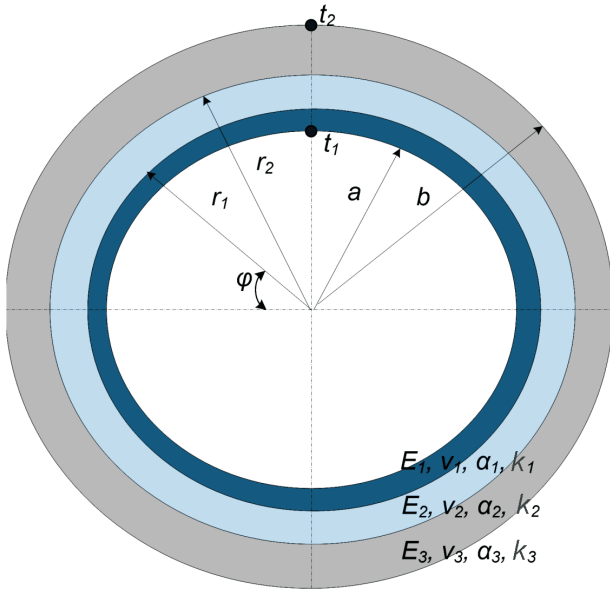


Fig. 3. Geometry and material parameters of cylindrical shell  
Rys. 3. Geometria i właściwości materiałowe powłoki walcowej

Założmy, że temperatura  $t$  w obrębie powłoki nie jest zależna od czasu ani współrzędnych  $\varphi$ ,  $z$ . Wówczas równanie przewodnictwa ciepłego przyjmie postać [28]:

$$\frac{d}{dr} \left( kr \frac{dt}{dr} \right) = 0. \quad (1)$$

Założmy, że temperatura na powierzchniach  $r = a$  i  $r = b$  wynosi:

$$t|_{r=a} = t_1, \quad t|_{r=b} = t_2, \quad (2)$$

a na powierzchniach  $r = r_1$  i  $r = r_2$  spełnione są warunki idealnego kontaktu cieplnego

$$\begin{aligned} t|_{r=r_1-0} = t|_{r=r_1+0}, \quad k_1 \frac{dt}{dr} \Big|_{r=r_1-0} = k_2 \frac{dt}{dr} \Big|_{r=r_1+0}, \\ t|_{r=r_2-0} = t|_{r=r_2+0}, \quad k_2 \frac{dt}{dr} \Big|_{r=r_2-0} = k_3 \frac{dt}{dr} \Big|_{r=r_2+0}. \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie  $r = r_i - 0$  i  $r = r_i + 0$  ( $i = 1, 2$ ) oznacza, że współrzędna  $r$  dąży do wartości  $r_i$  odpowiednio z lewej i prawej strony.

Rozwiązując równanie (1) z uwzględnieniem warunków (2) oraz (3), otrzymujemy

$$t = \begin{cases} C_1 \ln r + C_2 & \text{gdy } a \leq r \leq r_1, \\ C_3 \ln r + C_4 & \text{gdy } r_1 < r \leq r_2, \\ C_5 \ln r + C_6 & \text{gdy } r_2 < r \leq b, \end{cases} \quad (4)$$

gdzie stałe  $C_1, C_2, \dots, C_6$  są wyznaczane na podstawie warunków (2) i (3) z równania macierzowego:

The simplifications can cause a significant influence on the thermo-elastic state of the bridges. The detailed studies of the effect influences are presented in [24-27].

### 3.2. MODEL OF THE HEAT CONDUCTION PROCESS

We consider a piece-homogeneous three-layer cylindrical shell, the inner part of which is a metal pipe, and an outer part is a concrete pipe, and the space between them is filled with new concrete (Fig. 3). It shows the layers of mechanical properties described by elastic moduli  $E_1, E_2, E_3$ , the Poisson's coefficients  $\nu_1, \nu_2, \nu_3$ , and the coefficients of linear thermal expansion of the shell  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  and the coefficients of the thermal conductivity  $k_1, k_2, k_3$ .

Assume that the shell occupies the space

$$V = \{(r, \varphi, z): a \leq r \leq b, 0 \leq \varphi < 2\pi, 0 \leq z \leq l\},$$

where  $r, \varphi, z$  is the cylindrical system of coordinates. Let the coefficient of thermal conductivity of the shell be assumed as

$$k = \begin{cases} k_1 & \text{if } a \leq r \leq r_1, \\ k_2 & \text{if } r_1 < r \leq r_2, \\ k_3 & \text{if } r_2 < r \leq b. \end{cases}$$

Assuming that the temperature in the shell does not depend on time and coordinates then the equation of shell thermal conductivity will be as follows [28]:

$$\frac{d}{dr} \left( kr \frac{dt}{dr} \right) = 0. \quad (1)$$

Assume that the field temperature on the surfaces  $r = a$  and  $r = b$  equals

$$t|_{r=a} = t_1, \quad t|_{r=b} = t_2, \quad (2)$$

and on the surfaces  $r = r_1$  and  $r = r_2$  the conditions of ideal heat contact are realized

$$\begin{aligned} t|_{r=r_1-0} = t|_{r=r_1+0}, \quad k_1 \frac{dt}{dr} \Big|_{r=r_1-0} = k_2 \frac{dt}{dr} \Big|_{r=r_1+0}, \\ t|_{r=r_2-0} = t|_{r=r_2+0}, \quad k_2 \frac{dt}{dr} \Big|_{r=r_2-0} = k_3 \frac{dt}{dr} \Big|_{r=r_2+0}. \end{aligned} \quad (3)$$

where  $r = r_i - 0$  and  $r = r_i + 0$  ( $i = 1, 2$ ) means that the coordinate  $r$  tends to value  $r_i$  respectively left and right from the contact layer.

Solving the equation (1) under the following conditions (2) and (3), we get

$$t = \begin{cases} C_1 \ln r + C_2 & \text{if } a \leq r \leq r_1, \\ C_3 \ln r + C_4 & \text{if } r_1 < r \leq r_2, \\ C_5 \ln r + C_6 & \text{if } r_2 < r \leq b, \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ln a & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \ln r_1 & 1 & -\ln r_1 & -1 & 0 & 0 \\ k_1 & 0 & -k_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ln r_2 & 1 & -\ln r_2 & -1 \\ 0 & 0 & k_2 & 0 & -k_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ln b & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} t_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ t_2 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Następnie wyznaczono pole temperatury w obrębie powłoki przy zmiennych różnicach temperatury otoczenia, zarówno dodatnich, jak i ujemnych. Badania numeryczne pola temperatury przeprowadzono dla wartości parametrów:  $a = 1000$  mm;  $r_1 = 1006$  mm;  $r_2 = 1156$  mm;  $b = 1306$  mm;  $\kappa_1 = 45$  W/(m<sup>2</sup>K) (odpowiada stali ST-3);  $\kappa_2 = 1.51$  W/(m<sup>2</sup>K) (odpowiada nowemu betonowi);  $\kappa_3 = 1.69$  W/(m<sup>2</sup>K) (odpowiada staremu betonowi) oraz dla różnych wartości  $t_1$  i  $t_2$ . Wyniki obliczeń pola temperatury w powłoce przy maksymalnych temperaturach otoczenia są pokazane na Rys. 4a, zaś przy minimalnych – na Rys. 4b. Maksymalną wyjściową temperaturę na powierzchni zewnętrznej założono jako 27°C, zaś minimalną jako -21°C.

where constants  $C_1, C_2, \dots, C_6$  are determined from the conditions (2) and (3), that are equivalent to the matrix equation:

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ln a & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \ln r_1 & 1 & -\ln r_1 & -1 & 0 & 0 \\ k_1 & 0 & -k_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ln r_2 & 1 & -\ln r_2 & -1 \\ 0 & 0 & k_2 & 0 & -k_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ln b & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} t_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ t_2 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Next, we will evaluate the level of the temperature field in the shell with variable climatic temperature differences, both positive and negative ones. Numerical studies of the temperature field are performed for the values of the parameters  $a = 1000$  mm;  $r_1 = 1006$  mm;  $r_2 = 1156$  mm;  $b = 1306$  mm;  $\kappa_1 = 45$  W/(m<sup>2</sup>K) (corresponds to steel ST-3);  $\kappa_2 = 1.51$  W/(m<sup>2</sup>K) (corresponds to the new concrete);  $\kappa_3 = 1.69$  W/(m<sup>2</sup>K) (corresponds to the old concrete) and different values  $t_1$  and  $t_2$ . The results of investigations of the temperature field in the shell at maximum ambient temperatures are shown in Fig. 4a, and at minimum temperatures are shown in Fig. 4b. The maximal initial temperature on the shells is assumed to be 27°C and the minimal one -21°C.

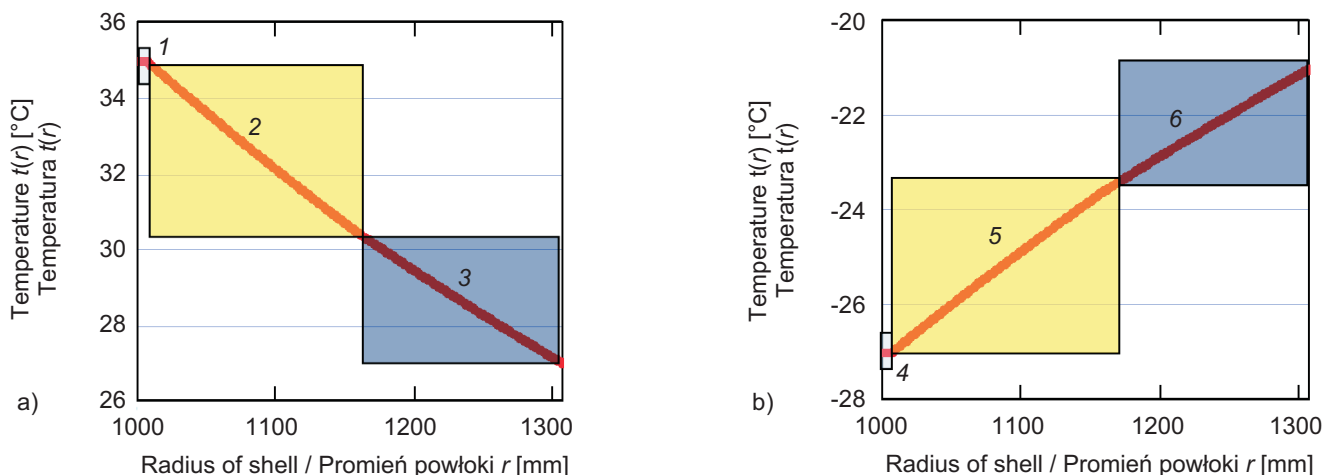


Fig. 4. Temperature distribution  $t(r)$  across the thickness of a piece-homogeneous shell: a) at maximum ambient temperatures, b) at minimum ambient temperatures; 1, 4 - metal shell, 2, 5 - concrete shell, 3, 6 - reinforced concrete shell

Rys. 4. Rozkład temperatury  $t(r)$  na grubości powłoki złożonej z trzech materiałów homogenicznych: a) przy maksymalnych wartościach temperatury otoczenia, b) przy minimalnych wartościach temperatury otoczenia; 1, 4 - powłoka metalowa, 2, 5 - powłoka betonowa, 3, 6 - powłoka z betonu zbrojonego

Z Rys. 4 wynika, że dla tych samych wartości temperatury na odpowiadających sobie powierzchniach powłoki metalowej oraz żelbetowej różnica wartości temperatury w obrębie powłoki metalowej jest niższa niż w obrębie powłoki betonowej. Tym samym, temperatura w obrębie powłoki metalowej

From Fig.4 it is evident that for the same values of temperature on the corresponding surfaces of metal and reinforced concrete shells, the difference in temperature between inner and outer points of the metal shell is lower than the difference between inner and outer points of the

jest niemal równa i wynosi około  $+35^{\circ}\text{C}$  podczas występowania dodatnich wartości temperatury oraz  $-27^{\circ}\text{C}$  podczas oddziaływania ujemnych wartości temperatury. W powłokach betonowych wystąpiła zmienność temperatury na grubości betonu: od  $+25^{\circ}\text{C}$  do  $+35^{\circ}\text{C}$  podczas występowania dodatnich wartości temperatury i od  $-21^{\circ}\text{C}$  do  $-27^{\circ}\text{C}$  podczas ujemnych wartości temperatury otoczenia. Należy zauważyć, że na styku powłok metalowej i betonowej dochodzi do gwałtownej zmiany temperatury, zaś między powłokami betonową i żelbetową zmiana temperatury jest niewielka. Taki charakter rozkładu pola temperatury wyjaśnić można odmiennymi właściwościami fizycznymi materiałów.

### 3.3. MATEMATYCZNY MODEL STANU NAPRĘŻEŃ I ODKSZTAŁCIEŃ

Niech moduł sprężystości, współczynnik Poissona i współczynnik rozszerzalności liniowej powłoki wynoszą:

$$E = \begin{cases} E_1 & \text{gdy } a \leq r \leq r_1, \\ E_2 & \text{gdy } r_1 < r \leq r_2, \\ E_3 & \text{gdy } r_2 < r \leq b, \end{cases} \quad \nu = \begin{cases} \nu_1 & \text{gdy } a \leq r \leq r_1, \\ \nu_2 & \text{gdy } r_1 < r \leq r_2, \\ \nu_3 & \text{gdy } r_2 < r \leq b, \end{cases} \quad (6)$$

$$\alpha = \begin{cases} \alpha_1 & \text{gdy } a \leq r \leq r_1, \\ \alpha_2 & \text{gdy } r_1 < r \leq r_2, \\ \alpha_3 & \text{gdy } r_2 < r \leq b. \end{cases}$$

Założmy, że pole temperatury w obrębie powłoki określone jest równaniem (4), a powierzchnie  $r = a$  i  $r = b$  nie są poddane obciążeniom. Do określenia stanu naprężeń i odkształceń powłoki zastosujemy zależności i równania teorii termosprężystości [28]. Założmy, że przemieszczenia  $u_{\varphi}$ ,  $u_z$  są zerowe. W takim wypadku składowe tensora odkształceń  $e_{r\varphi}$ ,  $e_{rz}$ ,  $e_{\varphi z}$ ,  $e_{zz}$  oraz składowe tensora naprężeń  $\sigma_{r\varphi}$ ,  $\sigma_{rz}$ ,  $\sigma_{\varphi z}$  są zerowe. Wtedy równanie równowagi powłoki przybiera postać:

$$\frac{d\sigma_{rr}}{dr} + \frac{1}{r}(\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}) = 0, \quad (7)$$

gdzie  $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{\varphi\varphi}$  to składowe tensora naprężeń.

Naprężenia  $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{\varphi\varphi}$ ,  $\sigma_{zz}$  powiązane są z odkształceniami  $e_{rr}$ ,  $e_{\varphi\varphi}$ ,  $e_{zz}$  przez zależności Duhamela-Neumanna [28]:

$$\sigma_{rr} = 2\mu e_{rr} + \lambda e - \beta t, \quad \sigma_{\varphi\varphi} = 2\mu e_{\varphi\varphi} + \lambda e - \beta t, \quad (8)$$

$$\sigma_{zz} = 2\mu e_{zz} + \lambda e - \beta t,$$

gdzie  $e = e_{rr} + e_{\varphi\varphi}$ ,  $\lambda = \frac{Ev}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ ,  $\mu = \frac{1}{2(1+\nu)}$ ,  $\beta = \alpha(3\lambda + 2\mu)$ ,  $\lambda$  i  $\mu$  są stałymi Lamégo.

Zależność między odkształceniami  $e_{rr}$ ,  $e_{\varphi\varphi}$  a przemieszczeniami  $u_r$  ma postać:

$$e_{rr} = \frac{du_r}{dr}, \quad e_{\varphi\varphi} = \frac{u_r}{r}. \quad (9)$$

concrete shell. Thereby, the temperature in the metal shell is almost evenly distributed and is about  $+35^{\circ}\text{C}$  at positive temperatures and  $-27^{\circ}\text{C}$  at negative temperatures. In the concrete shells, the temperature variation in the concrete thickness is from  $+25^{\circ}\text{C}$  to  $+35^{\circ}\text{C}$  at positive temperatures and from  $-21^{\circ}\text{C}$  to  $-27^{\circ}\text{C}$  at negative ambient temperatures. Note that there is a sharp change in temperature at the interface of the metal and concrete shells, and the temperature difference is small at the concrete and reinforced concrete interface. This character of the temperature field distribution is explained by different physical properties of materials.

### 3.3. MATHEMATICAL MODEL OF STRESS-STRAIN STATE

Let the elastic modulus, the Poisson's coefficient, and the coefficient of linear thermal expansion of the shell be assumed as:

$$E = \begin{cases} E_1 & \text{if } a \leq r \leq r_1, \\ E_2 & \text{if } r_1 < r \leq r_2, \\ E_3 & \text{if } r_2 < r \leq b, \end{cases} \quad \nu = \begin{cases} \nu_1 & \text{if } a \leq r \leq r_1, \\ \nu_2 & \text{if } r_1 < r \leq r_2, \\ \nu_3 & \text{if } r_2 < r \leq b, \end{cases} \quad (6)$$

$$\alpha = \begin{cases} \alpha_1 & \text{if } a \leq r \leq r_1, \\ \alpha_2 & \text{if } r_1 < r \leq r_2, \\ \alpha_3 & \text{if } r_2 < r \leq b. \end{cases}$$

Suppose that the temperature field of the shell is determined by the formula (4), and the surfaces  $r = a$  and  $r = b$  are free from loads. To determine the stress-strain state of the shell, we use equations and correlations of the theory of thermo-elasticity [28]. Let us assume that the displacements  $u_{\varphi}$ ,  $u_z$  are zero. In this case, the components of the deformation tensor  $e_{r\varphi}$ ,  $e_{rz}$ ,  $e_{\varphi z}$ ,  $e_{zz}$  and the components of the stress tensor  $\sigma_{r\varphi}$ ,  $\sigma_{rz}$ ,  $\sigma_{\varphi z}$  are zero. Then the equation of the shell equilibrium has the form:

$$\frac{d\sigma_{rr}}{dr} + \frac{1}{r}(\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}) = 0, \quad (7)$$

where  $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{\varphi\varphi}$  are the components of the stress tensor.

Stresses  $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{\varphi\varphi}$ ,  $\sigma_{zz}$  are associated with deformations  $e_{rr}$ ,  $e_{\varphi\varphi}$ ,  $e_{zz}$  through Duhamel-Neumann relations [28]:

$$\sigma_{rr} = 2\mu e_{rr} + \lambda e - \beta t, \quad \sigma_{\varphi\varphi} = 2\mu e_{\varphi\varphi} + \lambda e - \beta t, \quad (8)$$

$$\sigma_{zz} = 2\mu e_{zz} + \lambda e - \beta t,$$

where  $e = e_{rr} + e_{\varphi\varphi}$ ,  $\lambda = \frac{Ev}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ ,  $\mu = \frac{1}{2(1+\nu)}$ ,  $\beta = \alpha(3\lambda + 2\mu)$ ,  $\lambda$  and  $\mu$  are Lamé parameters.

The relation between deformations  $e_{rr}$ ,  $e_{\varphi\varphi}$  and displacements  $u_r$  is:

Powierzchnie  $r = a$  oraz  $r = b$  nie są poddane obciążeniom, a zatem

$$\sigma_{rr}|_{r=a} = 0, \quad \sigma_{rr}|_{r=b} = 0. \quad (10)$$

Jako że niniejsze rozważania poświęcone są rozkładowi temperatury oraz naprężeniom termicznym, przyjęto założenie, że zewnętrzne parcie na konstrukcję jest zerowe.

Założmy, że na powierzchniach  $r = r_1$  i  $r = r_2$  spełnione są warunki idealnego kontaktu mechanicznego

$$u_r|_{r=r_1-0} = u_r|_{r=r_1+0}, \quad \sigma_{rr}|_{r=r_1-0} = \sigma_{rr}|_{r=r_1+0}, \quad (11)$$

$$u_r|_{r=r_2-0} = u_r|_{r=r_2+0}, \quad \sigma_{rr}|_{r=r_2-0} = \sigma_{rr}|_{r=r_2+0}.$$

Z układu równań (7) - (9) uzyskujemy równanie

$$\frac{d^2 u_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r^2} = \frac{\beta}{2\mu + \lambda} \frac{dt}{dr}. \quad (12)$$

Rozwiązując równanie (12) z uwzględnieniem wzoru (4), otrzymujemy

$$u_r = \begin{cases} A_1 r + \frac{A_2}{r} + \frac{\beta_1 C_1}{2(2\mu_1 + \lambda_1)} r \ln r & \text{gdy } a \leq r \leq r_1, \\ A_3 r + \frac{A_4}{r} + \frac{\beta_2 C_3}{2(2\mu_2 + \lambda_2)} r \ln r & \text{gdy } r_1 < r \leq r_2, \\ A_5 r + \frac{A_6}{r} + \frac{\beta_3 C_5}{2(2\mu_3 + \lambda_3)} r \ln r & \text{gdy } r_2 < r \leq b, \end{cases} \quad (13)$$

gdzie  $\lambda_i = \frac{E_i \nu_i}{(1 + \nu_i)(1 - 2\nu_i)}$ ;  $\mu_i = \frac{E_i}{2(1 + \nu_i)}$  oraz

$\beta_i = a_i(3\lambda_i + 2\mu_i)$  ( $i=1, 2, 3$ );  $A_1, A_2, \dots, A_6$  są stałymi całkowania.

Z zależności (8) i (9) otrzymujemy

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= (2\mu + \lambda) \frac{du_r}{dr} + \lambda \frac{u_r}{r} - \beta t, \\ \sigma_{\varphi\varphi} &= \sigma_{rr} - 2\mu \left( \frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r} \right), \\ \sigma_{zz} &= \lambda \left( \frac{du_r}{dr} + \frac{u_r}{r} \right) - \beta t. \end{aligned} \quad (14)$$

Stałe  $A_1, A_2, \dots, A_6$  wyznaczone są z warunków (10) i (11), które można przedstawić w postaci równania macierzowego (15):

$$e_{rr} = \frac{du_r}{dr}, \quad e_{\varphi\varphi} = \frac{u_r}{r}. \quad (9)$$

As surfaces  $r = a$  and  $r = b$  are free from loading, then

$$\sigma_{rr}|_{r=a} = 0, \quad \sigma_{rr}|_{r=b} = 0. \quad (10)$$

In the study the distribution of temperature and temperature stresses is investigated, therefore it is assumed that the external pressure on the structure is zero.

Assume that on the surfaces  $r = r_1$  and  $r = r_2$  the conditions of ideal mechanical contact are realized

$$u_r|_{r=r_1-0} = u_r|_{r=r_1+0}, \quad \sigma_{rr}|_{r=r_1-0} = \sigma_{rr}|_{r=r_1+0}, \quad (11)$$

$$u_r|_{r=r_2-0} = u_r|_{r=r_2+0}, \quad \sigma_{rr}|_{r=r_2-0} = \sigma_{rr}|_{r=r_2+0}.$$

From the system of equations (7) - (9), the key equation is obtained

$$\frac{d^2 u_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r^2} = \frac{\beta}{2\mu + \lambda} \frac{dt}{dr}. \quad (12)$$

Solving the equation (12) with respect of the formula (4), we find

$$u_r = \begin{cases} A_1 r + \frac{A_2}{r} + \frac{\beta_1 C_1}{2(2\mu_1 + \lambda_1)} r \ln r & \text{if } a \leq r \leq r_1, \\ A_3 r + \frac{A_4}{r} + \frac{\beta_2 C_3}{2(2\mu_2 + \lambda_2)} r \ln r & \text{if } r_1 < r \leq r_2, \\ A_5 r + \frac{A_6}{r} + \frac{\beta_3 C_5}{2(2\mu_3 + \lambda_3)} r \ln r & \text{if } r_2 < r \leq b, \end{cases} \quad (13)$$

where  $\lambda_i = \frac{E_i \nu_i}{(1 + \nu_i)(1 - 2\nu_i)}$ ;  $\mu_i = \frac{E_i}{2(1 + \nu_i)}$  and

$\beta_i = a_i(3\lambda_i + 2\mu_i)$  ( $i=1, 2, 3$ );  $A_1, A_2, \dots, A_6$  are constants of integration.

From correlations (8) and (9) we get

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= (2\mu + \lambda) \frac{du_r}{dr} + \lambda \frac{u_r}{r} - \beta t, \\ \sigma_{\varphi\varphi} &= \sigma_{rr} - 2\mu \left( \frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r} \right), \\ \sigma_{zz} &= \lambda \left( \frac{du_r}{dr} + \frac{u_r}{r} \right) - \beta t. \end{aligned} \quad (14)$$

Constants  $A_1, A_2, \dots, A_6$  are determined from conditions (10) and (11), which are reduced to matrix equation (15):



$$\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \\ A_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2(\mu_1 + \lambda_1) & -\frac{2\mu_1}{a^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ r_1 & \frac{1}{r_1} & -r_1 & -\frac{1}{r_1} & 0 & 0 \\ 2(\mu_1 + \lambda_1) & -\frac{2\mu_1}{r_1^2} & -2(\mu_2 + \lambda_2) & \frac{2\mu_2}{r_1^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_2 & \frac{1}{r_2} & -r_2 & -\frac{1}{r_2} \\ 0 & 0 & 2(\mu_2 + \lambda_2) & -\frac{2\mu_2}{r_2^2} & -2(\mu_3 + \lambda_3) & \frac{2\mu_3}{r_2^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(\mu_3 + \lambda_3) & -\frac{2\mu_3}{b^2} \end{pmatrix}^{-1} \times \quad (15)$$

$$\times \begin{pmatrix} \beta_1 \left( \frac{\mu_1 C_1}{2\mu_1 + \lambda_1} \ln a + C_2 - \frac{C_1}{2} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\beta_2 C_3}{2\mu_2 + \lambda_2} - \frac{\beta_1 C_1}{2\mu_1 + \lambda_1} \right) r_1 \ln r_1 \\ \beta_1 \left( \frac{\mu_1 C_1}{2\mu_1 + \lambda_1} \ln r_1 + C_2 - \frac{C_1}{2} \right) - \beta_2 \left( \frac{\mu_2 C_3}{2\mu_2 + \lambda_2} \ln r_1 + C_4 - \frac{C_3}{2} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\beta_3 C_5}{2\mu_3 + \lambda_3} - \frac{\beta_2 C_3}{2\mu_2 + \lambda_2} \right) r_2 \ln r_2 \\ \beta_2 \left( \frac{\mu_2 C_3}{2\mu_2 + \lambda_2} \ln r_2 + C_4 - \frac{C_3}{2} \right) - \beta_3 \left( \frac{\mu_3 C_5}{2\mu_3 + \lambda_3} \ln r_2 + C_6 - \frac{C_5}{2} \right) \\ \beta_3 \left( \frac{\mu_3 C_5}{2\mu_3 + \lambda_3} \ln b + C_6 - \frac{C_5}{2} \right) \end{pmatrix}$$

Dane dotyczące geometrii i przewodnictwa są takie same jak poprzednio. Właściwości fizyczne materiałów są następujące:  $E_1 = 2,1 \cdot 10^5$  MPa;  $\nu_1 = 0,3$ ;  $\alpha_1 = 1,25 \cdot 10^{-5}$   $1/^\circ\text{C}$ ;  $E_2 = 3,6 \cdot 10^4$  MPa;  $\nu_2 = 0,25$ ;  $\alpha_2 = 1,0 \cdot 10^{-5}$   $1/^\circ\text{C}$ ;  $E_3 = 3,9 \cdot 10^4$  MPa;  $\nu_2 = 0,25$ ;  $\alpha_3 = 1,0 \cdot 10^{-5}$   $1/^\circ\text{C}$ . Stwierdzone wartości temperatury to  $t_{\max} = 35^\circ\text{C}$  i  $t_{\min} = -27^\circ\text{C}$ . Inne kombinacje maksymalnych i minimalnych współczynników rozszerzalności cieplnej oraz modułów Younga i ich wpływ na powstałe naprężenia będą tematem przyszłych badań.

Wyniki obliczeń przemieszczeń punktów w obrębie powłok na kierunku współrzędnej  $r$  przy maksymalnych wartościach temperatury otoczenia pokazano na Rys. 5a, zaś przy minimalnych wartościach temperatury otoczenia – na Rys. 5b.

The geometrical and conductivity data are the same as previously. The physical properties of materials are the following:  $E_1 = 2.1 \cdot 10^5$  MPa;  $\nu_1 = 0.3$ ;  $\alpha_1 = 1.25 \cdot 10^{-5}$   $1/^\circ\text{C}$ ;  $E_2 = 3.6 \cdot 10^4$  MPa;  $\nu_2 = 0.25$ ;  $\alpha_2 = 1.0 \cdot 10^{-5}$   $1/^\circ\text{C}$ ;  $E_3 = 3.9 \cdot 10^4$  MPa;  $\nu_2 = 0.25$ ;  $\alpha_3 = 1.0 \cdot 10^{-5}$   $1/^\circ\text{C}$ . The measured temperature values  $t_{\max} = 35^\circ\text{C}$  and  $t_{\min} = -27^\circ\text{C}$ . The other combinations of the maximum and minimum thermal expansion coefficients or Young's moduli and their impact on the stresses are aimed for further studies.

The results of the calculation of shell points displacements in the direction of the radial coordinate  $r$  at maximum ambient temperatures are shown in Fig. 5a, and at the minimum values of ambient temperature are given in Fig. 5b.

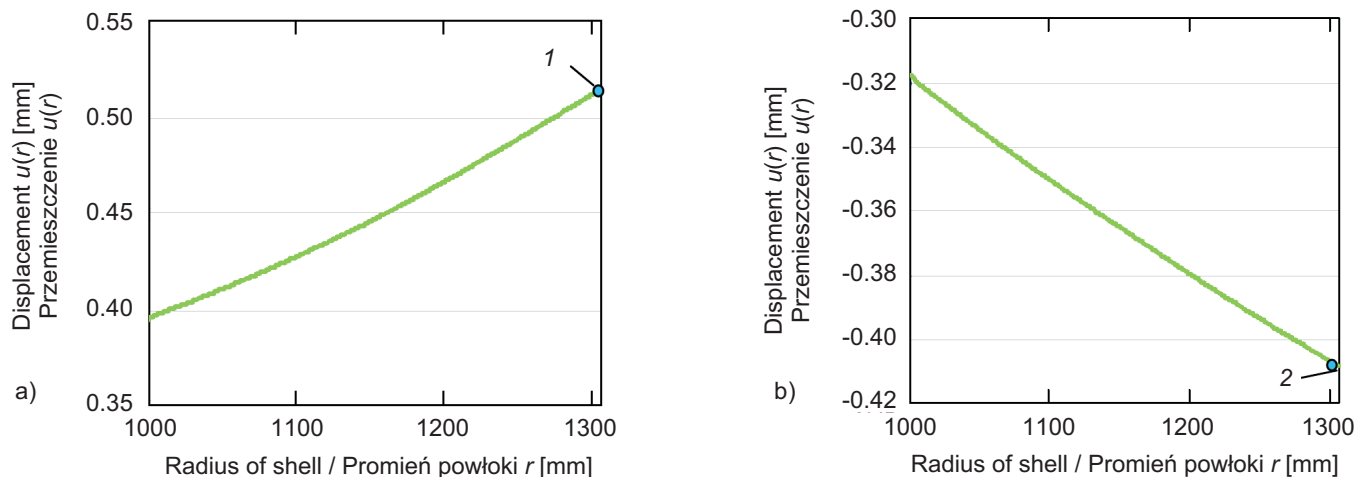


Fig. 5. Distribution of shell points displacements  $u(r)$ : a) at maximum ambient temperatures, b) at minimum ambient temperatures  
1 - maximal deflection for the positive temperatures, 2 - maximal deflection for the negative temperatures

Rys. 5. Rozkład przemieszczeń punktów  $u(r)$  w obrębie powłoki: a) przy maks. wartościach temperatury otoczenia, b) przy min. wartościach temperatury otoczenia; 1 - maks ugięcie dla dodatnich wartości temperatury, 2 - maks ugięcie dla ujemnych wartości temperatury

Jak widać na Rys. 5, przemieszczenie punktów na powłocie przy maksymalnych wartościach temperatury otoczenia wynosi 0,52 mm, zaś przy minimalnych wartościach temperatury otoczenia 0,41 mm. Wyniki obliczeń stanu naprężeń w powłocie przy maksymalnych i minimalnych wartościach temperatury otoczenia pokazano na Rys. 6-8.

From Fig. 5 it is evident that the displacement of shell points that occurs at maximum ambient temperatures is 0.52 mm, and at minimum ambient temperatures is 0.41 mm. The results of studies of the stress state of the shell at maximum and minimum values of ambient temperature are shown in Figs 6-8.

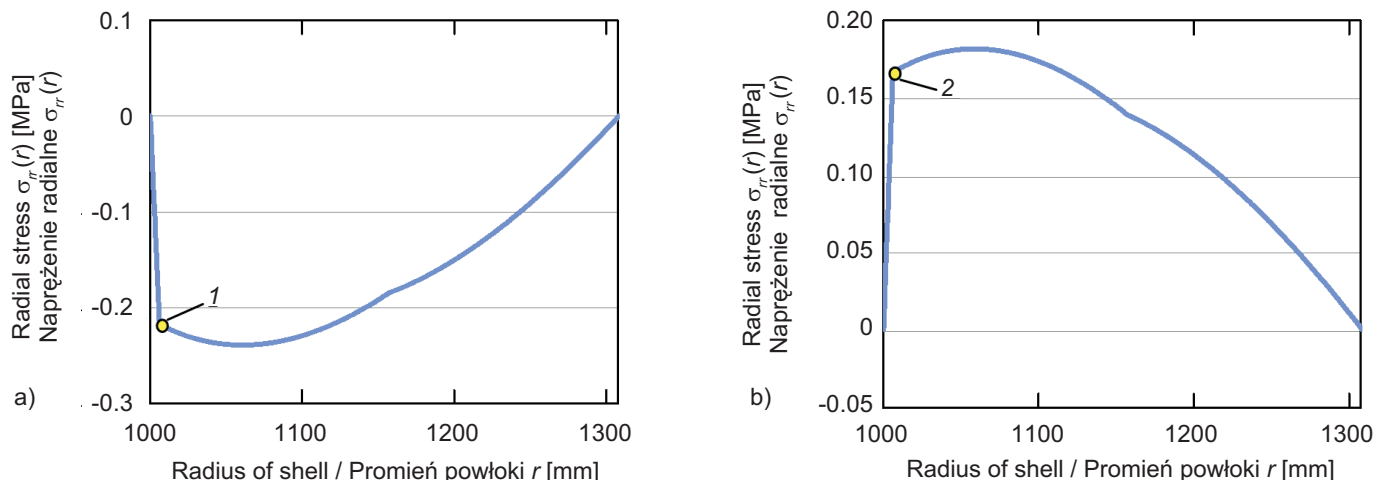


Fig. 6. Distribution of radial stresses  $\sigma_{rr}(r)$ : a) at maximum temperature values, b) at minimum temperature values; 1 - maximal radial stress for the positive temperatures, 2 - maximal radial stress for the negative temperatures

Rys. 6. Rozkład naprężeń radialnych  $\sigma_{rr}(r)$ : a) przy maksymalnych wartościach temperatury, b) przy minimalnych wartościach temperatury; 1 - maks. naprężenie radialne dla dodatnich wartości temperatury, 2 - maks. naprężenie radialne dla ujemnych wartości temperatury

Z Rys. 6-8 wynika, że na styku powłoki metalowej i betonowej dochodzi do znacznego skoku naprężeń termicznych. Z drugiej strony, skok naprężeń na styku nowego betonu i rury żelbetowej jest nieistotny. Naprężenia radialne  $\sigma_{rr}$  (Rys. 6) przy maksymalnych wartościach temperatury wynoszą 0,23 MPa (punkt 1), a przy minimalnych wartościach

From Figs 6-8 it is evident that there is a considerable jump of temperature stresses at the interface of a metal shell with a concrete one. On the other hand, the jump of stresses at the interface of a concrete shell with a reinforced concrete one is insignificant. Radial stresses  $\sigma_{rr}$  (Fig. 6) at maximum temperature values are 0.23 MPa (Point 1), and at

temperature 0,18 MPa (punkt 2). Naprężenia osiowe  $\sigma_{zz}$  (Rys. 7) przy maksymalnych wartościach temperatury wynoszą 101,0 MPa (punkt 4), zaś przy minimalnych wartościach temperatury 78,0 MPa (punkt 4). Naprężenia obwodowe  $\sigma_{\phi\phi}$  (Rys. 8) przy maksymalnych wartościach temperatury wynoszą 39,0 MPa (punkt 5), a przy minimalnych wartościach temperatury 28,0 MPa (punkt 6).

minimum temperature values are 0.18 MPa (Point 2). Axial stresses  $\sigma_{zz}$  (Fig. 7) at maximum temperature values are 101.0 MPa (Point 4), and at minimum temperature values are 78.0 MPa (Point 4). Circular stresses  $\sigma_{\phi\phi}$  (Fig. 8) at maximum temperature values are 39.0 MPa (Point 5), and at minimum temperature values are 28.0 MPa (Point 6).

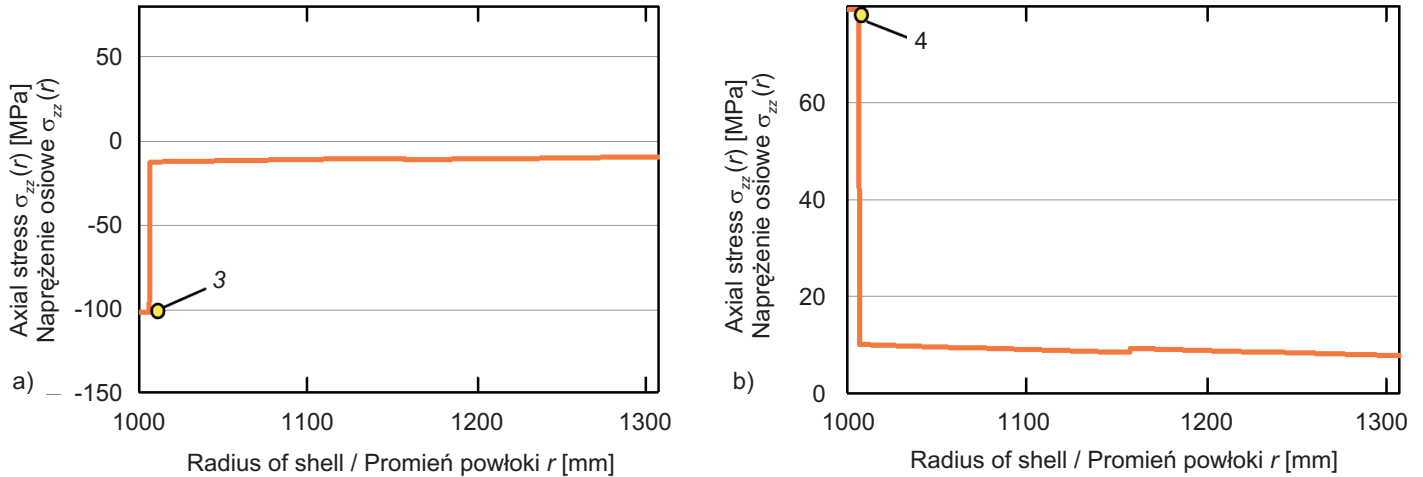


Fig. 7. Distribution of axial stresses  $\sigma_{zz}(r)$ : a) at maximum temperature values, b) at minimum temperature values; 3 - maximal axial stress for the positive temperatures, 4 - maximal axial stress for the negative temperatures

Rys. 7. Rozkład naprężeń osiowych  $\sigma_{zz}(r)$ : a) przy maksymalnych wartościach temperatury, b) przy minimalnych wartościach temperatury; 3 - maks. naprężenie osiowe dla dodatnich wartości temperatury, 4 - maks. naprężenie osiowe dla ujemnych wartości temperatury

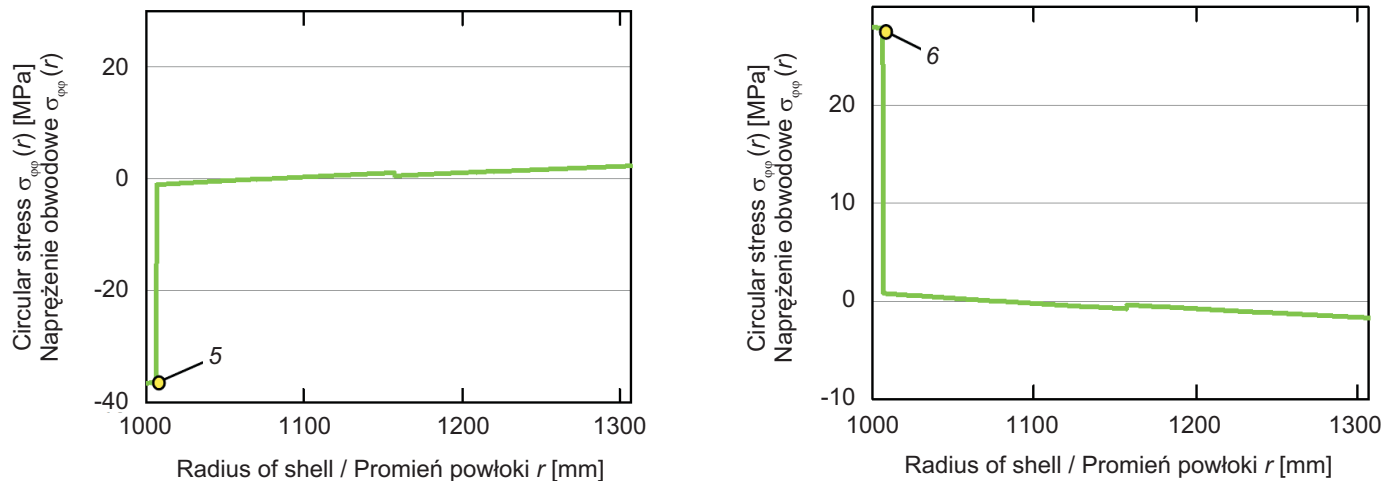


Fig. 8. Distribution of circular stresses  $\sigma_{\phi\phi}(r)$ : a) at maximum temperature values, b) at minimum temperature values; 5 - maximal circular stress for the positive temperatures, 6 - maximal circular stress for the negative temperatures

Rys. 8. Rozkład naprężeń obwodowych  $\sigma_{\phi\phi}(r)$ : a) przy maksymalnych wartościach temperatury, b) przy minimalnych wartościach temperatury; 5 - maksymalne naprężenie obwodowe dla dodatnich wartości temperatury, 6 - maksymalne naprężenie obwodowe dla wartości ujemnych temperatury

## 4. OMÓWIENIE WYNIKÓW BADANIA

Na podstawie analizy wyników badania stwierdzono, że poziom naprężeń radialnych jest nieistotny i nie wpływa na ogólny stan naprężeń wielowarstwowej konstrukcji gruntowo-stalowej. Natomiast naprężenia osiowe w poszczególnych elementach konstrukcyjnych obiektu sięgają 40% wartości naprężeń dopuszczalnych. Ten wniosek potwierdzają również poziomy naprężenia uzyskanych przy wahaniami wartości temperatury otoczenia, co opisano w [13]. Prowadzi to do spadku nośności i skrócenia okresu eksploatacji konstrukcji. Jeśli zatem naprawa uszkodzonych konstrukcji poprzez wprowadzenie dodatkowego elementu z blachy falistej ma być skuteczna, zalecane jest zastosowanie opisanej metodologii do oceny pola temperatury oraz stanów naprężeń, którym będzie podlegał obiekt w zależności od wahań temperatury charakterystycznych dla jego lokalizacji.

## 5. WNIOSKI

W artykule przedstawiono teoretyczną analizę wpływu pola temperatury na naprężenia termiczne powstające w trzywarstwowym obiekcie inżynierskim gruntowo-stalowym o przekroju cylindrycznym. Uzyskano następujące wnioski

1. Na styku powłok - metalowej i betonowej - zachodzi istotny skok naprężeń termicznych. Naprężenia radialne uzyskane w warunkach maksymalnych i minimalnych wartości temperatury otoczenia wyniosły odpowiednio 0,23 MPa oraz 0,18 MPa; naprężenia osiowe w tych samych warunkach temperatury wyniosły odpowiednio 101,0 MPa i 78,0 MPa, zaś naprężenia obwodowe odpowiednio 39,0 MPa i 28,0 MPa.
2. W kontekście wpływu wahań temperatury na wielowarstwowe gruntowo-stalowe obiekty inżynierskie kluczowe znaczenie mają naprężenia osiowe oddziałujące na powłoki. Ich wartości osiągają poziom do 40% naprężeń dopuszczalnych.
3. Przy projektowaniu naprawy obiektów inżynierskich poprzez wprowadzenie wewnętrznej powłoki z blachy falistej zalecane jest przeprowadzenie oceny pola temperatury oraz uwzględnienie naprężeń termicznych występujących przy maksymalnych i minimalnych wartościach temperatury odnotowanych na danym obszarze w ciągu ostatnich pięciu lat.

W ramach dalszych prac planowane jest opracowanie przestrzennego modelu numerycznego pola temperatury i naprężeń termicznych, jak również przeprowadzenie badań doświadczalnych.

## 4. DISCUSSION OF THE RESEARCH RESULTS

From the results of the research, it is established that the level of radial stresses is insignificant and does not affect the general stress state of the transport multilayer structure. However, axial stresses make up to 40% of the permissible values of stresses in the corresponding structural elements of constructions. This conclusion is also confirmed by the magnitude of stresses obtained at ambient temperature fluctuations, which are in [13]. This leads to a decrease in the carrying capacity of structures and their lifetime. Therefore, for effective repair of defective transport constructions by the method of encapsulation, it is recommended to conduct an assessment of the level of the temperature field and the stress state of structures according to the developed methodology, depending on the climatic temperature fluctuations of the construction area.

## 5. CONCLUSIONS

In the framework of this article, the theoretical study of the influence of the temperature field on the temperature stresses of a three-layer cylindrical structure was performed. The following conclusions are obtained:

1. At the interface of metal and concrete shells, there is a significant jump of temperature stresses. The radial stresses that occur at maximum temperature values are 0.23 MPa, and at the minimum values of temperature are 0.18 MPa; the corresponding axial stresses are 101.0 MPa and 78.0 MPa, and the corresponding circular stresses are equal to 39.0 MPa and 28.0 MPa.
2. In the case of multilayer soil-steel structure the axial stresses acting on shells are crucial. Their level is up to 40% of the values of permissible stresses.
3. When designing repair of defective structures by the method of encapsulation it is recommended to conduct an assessment of the level of the temperature field and temperature stresses at the maximum and minimum values of temperature recorded during the last five years in the area of construction of such structures.

Plans for further research include development of a spatial numerical model of the temperature field and temperature stresses as well as experimental investigation.

**BIBLIOGRAFIA / REFERENCES**

- [1] *Machelski C.*: Steel plate curvatures of soil-steel structure during construction and exploitation. *Roads and Bridges - Drogi i Mosty*, **15**, 3, 2016, 207-220, DOI: 10.7409/rabdim.016.013
- [2] *Machelski C., Janusz L., Czerepak A.*: Estimation of stress level in the corrugated soil-steel structure based on deformations in the crown. *Journal of Traffic and Transportation Engineering*, **4**, 2016, 186-193, DOI: 10.17265/2328-2142/2016.04.002
- [3] *Machelski C., Mumot M.*: Corrugated shell displacements during the passage of a vehicle along a soil-steel structure. *Studia Geotechnica et Mechanica*, **38**, 4, 2016, 29-36, DOI: 10.1515/sgem-2016-0028
- [4] *Maleska T., Bęben D.*: The effect of mine induced tremors on seismic response of soil-steel bridges. 3<sup>rd</sup> Scientific Conference Environmental Challenges in Civil Engineering (ECCE 2018), Les Ulis, France, MATEC Web of Conferences, **174**, 04002, 2018, 1-10, DOI: 10.1051/mateconf/201817404002
- [5] *Kovalchuk V., Markul R., Pentsak A., Parneta B., Gajda O., Braichenko S.*: Study of the stress-strain state in defective railway reinforced concrete pipes restored with corrugated metal structures. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, **89**, 5/1, 2017, 37-44, DOI: 10.15587/1729-4061.2017.109611
- [6] *Sobotka M., Machelski C.*: Hysteretic live load effect in soil-steel structure. *Engineering Transactions*, **64**, 4, 2016, 493-499
- [7] *Kovalchuk V., Kovalchuk Y., Sysyn M., Stankevych V., Petrenko O.*: Estimation of carrying capacity of metallic corrugated structures of the type multiplate MP 150 during interaction with backfill soil. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, **91**, 1/1, 2018, 18-26, DOI: 10.15587/1729-4061.2018.123002
- [8] *Machelski C., Korusiewicz L.*: Deformation of buried corrugated metal box structure under railway load. *Roads and Bridges - Drogi i Mosty*, **16**, 3, 2017, 191-201, DOI: 10.7409/rabdim.017.013
- [9] *Machelski C., Janusz L., Tomala P., Williams K.*: Application of results of test in developing 2D model for soil-steel railway bridges. Conference Transportation Research Board of National Academies, Washington D.C., 12-15 January 2018, Paper 19-05399
- [10] *Machelski C.*: Stiffness of layered shells in soil-steel bridge structures. *Roads and Bridges - Drogi i Mosty*, **10**, 4, 2011, 55-78
- [11] *Kunecki B., Korusiewicz L.*: Field tests of large-span metal arch culvert during backfilling. *Roads and Bridges - Drogi i Mosty*, **12**, 3, 2013, 283-295, DOI: 10.7409/rabdim.013.020
- [12] *Mistewicz M.*: Risk assessment of the use of corrugated metal sheets for construction of road soil-shell structures. *Roads and Bridges - Drogi i Mosty*, **18**, 2, 2019, 89-107, DOI: 10.7409/rabdim.019.006
- [13] *Bęben D.*: Experimental Testing of Soil-Steel Railway Bridge Under Normal Train Loads. In: *Experimental Vibration Analysis for Civil Structures. Lecture Notes in Civil Engineering*, **5**, 2018, 805-815, DOI: 10.1007/978-3-319-67443-8\_71
- [14] *Maleska T., Bęben D.*: Behaviour of corrugated steel plate bridge with high soil cover under seismic excitation. The 3<sup>rd</sup> Scientific Conference of Environmental Challenges in Civil Engineering (ECCE 2018), Les Ulis, France, MATEC Web of Conferences, **174**, 04003, 2018, 1-11, DOI: 10.1051/mateconf/201817404003
- [15] *Korusiewicz L., Kunecki B.*: Behaviour of the steel box-type culvert during backfilling. *Archives of civil and mechanical engineering*, Vol. **XI**, No. 3, 2011, 638-650
- [16] *Mak A.C., Brachman R.W.I., Moore I.D.*: Measured response of a deeply corrugated box culvert to three dimensional surface loads. Transportation Research Board Annual Conference, Washington D.C., Paper 09-3016, 2009, 14 p.
- [17] *Bęben D.*: Numerical analysis of a soil-steel bridge structure. *Baltic Journal of Road and Bridge Engineering*, **4**, 1, 2009, 13-21, DOI: 10.3846/1822-427X.2009.4.13-21
- [18] *Luchko Y.Y., Kovalchuk V.V.*: Vymiruvannia napruzhenno-deformovanoho stanu konstruktсии mostiv pry zminnykh temperaturakh i navantazhenniakh. *Monohrafiia, Kameniar, Lviv*, 2012, 235 p. (in Ukraine)
- [19] *Prakash Rao D.S.*: Temperature Distribution and Stresses in Concrete Bridges. American Concrete Institute, ACI Journal, Vol. **83**, 4, 1986, 588-596
- [20] *Gera B., Kovalchuk V.*: A study of the effects of climatic temperature changes on the corrugated structure of a culvert of a transportation facility. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, **99**, 3/7, 2019, 26-35, DOI: 10.15587/1729-4061.2019.168260
- [21] *Hakenjos V., Richter K., Gerber A., Wiedermeyer J.*: Untersuchung der Bewegungen von Brückenbemenwerken infolge Temperatur und Verkehrsbelastung am Beispiel einer Stahlbrücke. *Staubaukrupp Industrietechnik GmbH*, Vol. **54**, 2, 1985, 55-59
- [22] *Hoffman P.C., Meclur R.M., West H.H.*: Temperature Problem in a Prestressed Box-Girder Bridge. *Transportation Research Record*, 982, 1984, 42-50
- [23] *Luchko Y.Y., Hnativ Yu M., Kovalchuk V.V.*: Doslidzhennia temperaturnoho polia ta napruzhenoho stanu prohonovoi budovy stalezalizobetonnoho mosta. *Visnyk ternopilskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu*, **52**, 2, 2013, 29-38

- [24] *Kuryłowicz-Cudowska A.*: Determination of Thermo-physical Parameters Involved in The Numerical Model to Predict the Temperature Field of Cast-In-Place Concrete Bridge Deck. *Materials*, **12**, paper 3089, 2019, 1-30, DOI: 10.3390/ma12193089
- [25] *Karpiuk V., Syomina Y.A., Antonova D.V.*: Bearing Capacity of Common and Damaged CFRP-Strengthened R. C. Beams Subject to High-Level Low-Cycle Loading. *Materials Science Forum: Actual Problems of Engineering Mechanics*, Vol. **968**, 2019, 185-199, DOI: 10.4028/www.scientific.net/MSF.968.185.
- [26] *Karpiuk V., Syomina Y.A., Antonova D.V.*: Calculation Models of the Bearing Capacity of Span Reinforced Concrete Structures Support Zones. *Materials Science Forum: Actual Problems of Engineering Mechanics*, Vol. **968**, 2019, 209-226, DOI: 10.4028/www.scientific.net/MSF.968.209
- [27] *Ahaieva O., Karpiuk V., Posternak O.*: Simulation of Design Reliability and Bearing Capacity of Normal and Oblique Sections of Span Prestressed Reinforced Concrete Structures. *Materials Science Forum: Actual Problems of Engineering Mechanics*, Vol. **968**, 2019, 267-280. DOI: 10.4028/www.scientific.net/MSF.968.267
- [28] *Podstrigach Ya. S., Lomakin V.A., Kolyano Yu.M.*: Termouprugost tel neodnorodnoy strukturyi. *Nauka*, 1984, 368 p. (in Russian)