

CZESŁAW MACHELSKI¹⁾

CONCRETE CREEP EFFECTS DURING BRIDGE SPAN CONSTRUCTION USING CANTILEVER CONCRETING TECHNOLOGY

EFEKTY PEŁZANIA BETONU PODCZAS BUDOWY PRZĘSEŁ MOSTOWYCH Z ZASTOSOWANIEM TECHNIKI NAWISOWEJ

STRESZCZENIE. Cechą charakterystyczną wielu mostów wykonanych z zastosowaniem technologii betonowania nawisowego, jako obiektów dużych rozpiętości, są nadmierne ugięcia przęseł wynikające z procesów reologicznych zachodzących w betonie i stali sprężającej. Mosty takie podlegają monitoringowi, podczas którego w odstępach czasowych wykonywane są także pomiary geodezyjne. Na tej podstawie obserwuje się zmiany linii ugięcia przęseł. W pracy analizuje się przemieszczenia przęseł jako skutki pełzania betonu. Rozpatruje się szczególną sytuację, gdy podczas budowy przęsła następuje zmiana technologiczna ze schematu montażowego (wspornik) na układ użytkowy (belka ciągła). Przy przyjęciu modelu regularnego układu trzyprzęsłowego, uzyskano rozwiązanie ogólne, z następującymi parametrami mostu: ciężar własny i rozpiętość z analizowaną zmienną w postaci wskaźnika pełzania betonu. Zaproponowany algorytm wykorzystano w przykładach obliczeń, gdzie przyjęto różne rozkłady wskaźników pełzania na długości wsporników. Wyniki analiz odniesiono do przykładu monitorowanego obiektu. Przedstawione w pracy analizy mogą być przydatne do projektowania przęseł jak również do oceny bezpieczeństwa eksploatowanych obiektów.

SŁOWA KLUCZOWE: faza montażowa, momenty wzbudzone, monitorowanie, mosty betonowane nawisowo, pełzanie betonu, technologia betonowania nawisowego.

ABSTRACT. A characteristic feature of many long-span cantilever prestressed concrete bridges are excessive deflections of their spans due to the rheological processes in the concrete and in the prestressing steel. Such bridges are subject to monitoring during which geodetic surveys are usually conducted. The latter reveal changes in the deflection curves of the spans. In this paper span displacements resulting from concrete creep are analysed. A specific situation occurring when the span static scheme is changed from the cantilever (assembly stage) to continuous beam (exploitation stage) is considered. Assuming a regular three-span structure, a general solution to the problem is obtained for the following bridge parameters: dead load, span length, and the variable concrete creep index. The proposed algorithm is used in calculation examples in which different creep index distributions along the cantilevers are assumed. The results of the analyses are compared with the behaviour of a monitored existing bridge of this type. The analyses presented in this paper can be useful for the design of spans and the assessment of the safety of such bridges which are in service.

KEYWORDS: assembly phase, cantilever concrete bridges, cantilever concreting technology, creep of concrete, monitoring, secondary moments.

DOI: 10.7409/rabdim.019.013

¹⁾ Politechnika Wroclawska, Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego, Wyb. Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław; czeslaw.machelski@pwr.edu.pl

1. TECHNOLOGIA BETONOWANIA NAWISOWEGO

Technologię betonowania nawisowego mostów zastosował po raz pierwszy w 1951 roku U. Finsterwalder przy budowie mostu przez rzekę Lahn Bulduinstein. Na tej podstawie można stwierdzić, że wiek mostów wybudowanych w tej technologii w większości przypadków nie przekroczył jeszcze połowy projektowego, 100-letniego okresu eksploatacji. Obecnie na świecie użytkowanych jest kilka tysięcy mostów tego typu [1, 2]. W Polsce, w latach 1963-1973 wspornikowa metoda budowy przęsła została zastosowana w trzech mostach: pierwszym – o przęśle betonowanym wykonanym w technice nawisowej (most Bernardyński w Bydgoszczy) oraz dwóch, jako montaż segmentowy z prefabrykatów betonowych (most Pomorski w Bydgoszczy i Przemysława w Poznaniu) [3]. Po wybudowanym w 1998 roku moście w Toruniu [3], a więc po 35 latach od pierwszego zastosowania tej technologii w Polsce, powstała kolejna, znaczna już grupa obiektów tego typu [4, 5-8]. Od tej pory przy pomocy techniki nawisowej wybudowano wiele mostów, o których mowa w niniejszym artykule. Krajowe doświadczenia w zakresie stosowania technologii betonowania nawisowego są zaledwie kilkunastoletnie.

Metoda betonowania (lub montażu) nawisowego należy do współczesnych sposobów budowy mostów betonowych [6]. Jej zasadniczą zaletą jest oszczędność materiału, kosztów rusztowań i deskowań, a przede wszystkim możliwość równoczesnego budowania przęsła w wielu miejscach. To ostatnie ułatwienie, a szczególnie cykliczność betonowania segmentów, powoduje skrócenie czasu budowy mostu. Technologia betonowania nawisowego mostów jest efektywna pod warunkiem, że ich rozpiętość mieści się w przedziale 50 - 250 m.

Typowy dla tego typu mostów schemat pokazano na Rys. 1. Charakterystyki geometryczne obiektu zostały dostosowane do przyjętej w fazie budowy technologii i układu obciążeń. W betonowych mostach sprężonych o dużej rozpiętości główny wpływ na rozkład sił wewnętrznych ma zastosowany podczas budowy wsporników schemat statyczny. Klasycznie ukształtowany układ konstrukcyjny wspornika składa się z dźwigara o przekroju skrzynkowym, którego wysokość jest zmienna.

Charakterystyczną cechą wielu mostów, jako obiektów dużych rozpiętości wykonanych z betonu sprężonego są nadmierne ugięcia przęsła [9-13]. W niniejszej pracy nadmierne ugięcie oznacza przekroczenie dopuszczalnej wartości wskaźnika $\omega = 1,25\%$, zdefiniowanego wzorem:

1. CANTILEVER CONCRETING TECHNOLOGY

The cantilever concreting technology was used for the first time in 1951 by U. Finsterwalder during the construction of a bridge over the Lahn Bulduinstein River. This means that the age of most of the existing cantilever concrete bridges has not exceeded half their design service life of 100 years. Today a few thousand bridges of this type are in service in the world [1, 2]. In the years 1963-1973 in Poland the cantilever concreting technology was used in three bridges: the first bridge with a cantilevered concrete span (the Bernardyński Bridge in Bydgoszcz) and two segmental bridges made of precast concrete units (the Pomorski Bridge in Bydgoszcz and the Przemysław I Bridge in Poznań) [3]. After the bridge built in Toruń in 1998 [3], i.e. 35 years after this technology had been used for the first time in Poland, another (this time quite numerous) group of such bridges was built [4, 5-8]. Since that time several bridges of the type considered in this paper have been built using the cantilever concreting technology.

The cantilever concreting (or cantilever assembly) technology is one of the modern bridge construction methods [6]. Its major advantage are material, scaffolding and formwork savings, but mainly the possibility of building the different parts of the span simultaneously. Owing to the latter advantage, especially the cyclic concreting of segments, bridge construction time is shortened. The cantilever concreting of bridges is effective provided that their span is within 50-250 m.

A scheme of such typical bridges is shown in Fig. 1. The geometrical characteristics of the bridge were adjusted to the construction technology and loads. In long-span prestressed concrete bridges it is the static scheme adopted for building cantilevers which is mainly responsible for the distribution of internal forces. The cantilever's conventional structural system has the form of a box girder with a variable height.

A characteristic feature of many long-span prestressed concrete bridges are excessive deflections of their spans [9-13]. In this study an excessive deflection means exceeding the allowable value of index $\omega = 1.25\%$ defined by the formula:

$$\omega = \frac{w}{L}, [\%], \quad (1)$$

where w [mm] means the displacement of the middle of the span with length L [m].

$$\omega = \frac{w}{L}, [\text{‰}], \quad (1)$$

gdzie w [mm] oznacza przemieszczenie środka przęsła o rozpiętości L [m].

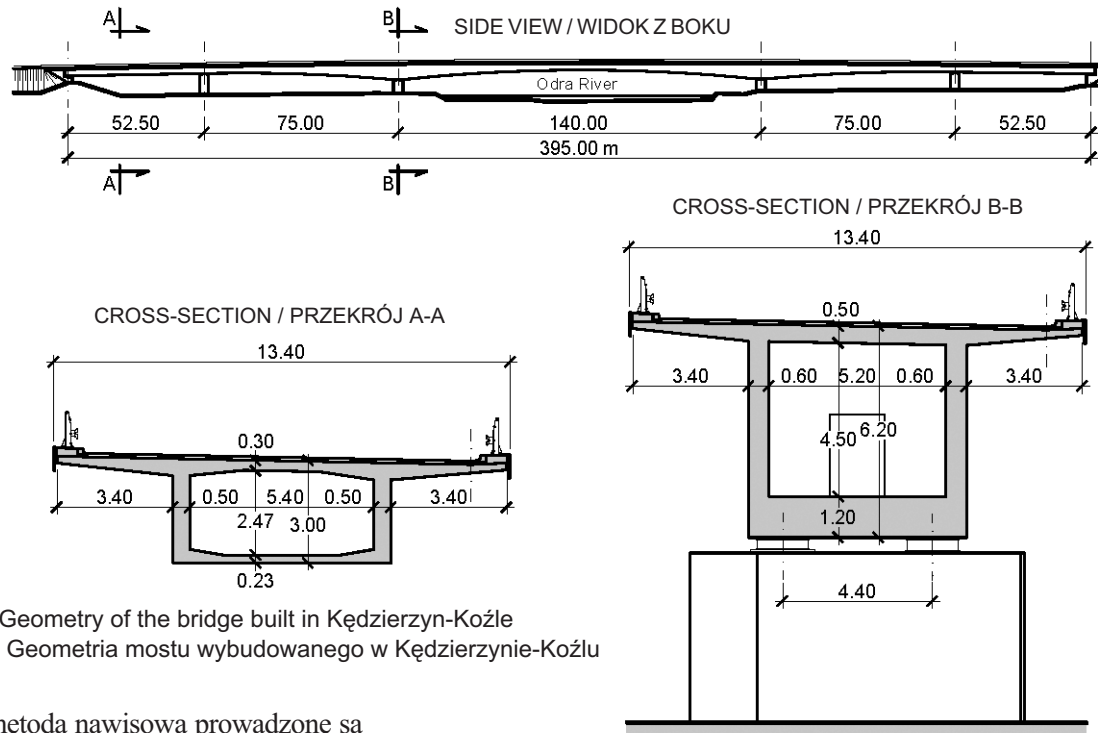


Fig. 1. Geometry of the bridge built in Kędzierzyn-Koźle
Rys. 1. Geometria mostu wybudowanego w Kędzierzynie-Koźlu

W przęsłach budowanych metodą nawisową prowadzone są od dawna pomiary zmian niwelety mostów [6, 9, 11, 13-18]. W przypadku większości takich obiektów nie występują problemy eksploatacyjne o których napisano w pracy [11]. Zjawisko dużych ugięć przęseł rozpatrywane w artykule jest jednak powszechne i jak do tej pory słabo rozpoznane. Dobrze udokumentowanym przykładem analizowanego zagadnienia jest wybudowany na terenie północnej Norwegii most Støvset [9]. Zastosowano w nim, w części środkowej beton lekki LC55, podobnie jak w przypadku drugiego norweskiego mostu Støma o rekordowej rozpiętości przęsła środkowego $L = 301$ m, który jest zlokalizowany w południowo-zachodnim rejonie kraju. Obydwa mosty stanowią zatem przykład konstrukcji obiektów, pozwalających na osiąganie dużych rozpiętości przęseł. W przypadku omawianego mostu Støvset już po ośmiu latach od zakończenia budowy jego ugięcie $w = 200$ mm przekroczyło wartość projektową. Ustalono, że główną tego przyczyną była niedoszacowana przez projektantów odkształcalność zastosowanego betonu lekkiego [9].

Negatywnym przykładem redukcji nadmiernego ugięcia jest most Koror-Babelthaupt o rozpiętości $L = 241$ m, wybudowany na wyspach Palau w Mikronezji na zachodnim wybrzeżu Oceanu Spokojnego. W moście tym po 12 latach eksploatacji wystąpiło przemieszczenie $w = 1200$ mm, a więc $\omega = 4,98\%$.

Changes in the vertical alignment of bridges built using the cantilever concreting technology have been monitored for a long time [6, 9, 11, 13-18]. In most such bridges no exploitation problems considered in paper [11] have occurred. However, the phenomenon of large deflections described in the present paper is quite common and poorly explored. A well-documented such case is the Støvset Bridge in northern Norway [9]. Lightweight concrete LC55 was used in its middle part, similarly as in another Norwegian bridge – the Støma Bridge with a record middle span length $L = 301$ m, located in the south-western region of this country. The two bridges are examples of bridge structures which can reach great span lengths. In the case of the Støvset Bridge, already after eight years since its completion the span deflection $w = 200$ mm exceeded the design value. The main cause of this was found to be the deformability (underestimated by the designers) of the lightweight concrete [9].

A negative example of excessive deflection reduction is the Koror-Babelthaupt Bridge with span length $L = 241$ m, built on the Palau Islands in Micronesia on the western coast of the Pacific. After 12 years of service displacement $w = 1200$ mm, and so $\omega = 4.98\%$, occurred. After 18 years

Po 18 latach eksploatacji wzrosło ono do wartości $w = 1390$ mm, a więc wskaźnik $\omega = 5,77\%$ wielokrotnie przekroczył wartość dopuszczalną (1). Wzmacnianie konstrukcji z zastosowaniem wtórnego sprężenia zakończyło się w przypadku ww. obiektu niepowodzeniem, po krótkim zaś okresie jego dalszej eksploatacji – katastrofą budowlaną [11, 19].

2. EFEKT MONTAŻOWEGO PODPARCIA PRZĘŚLA

Zwykle przęsła przyległe do nawisowych o stałej wysokości i zmiennych rozpiętościach, jak na Rys. 1, wykonywane są z zastosowaniem różnych technologii np. nasuwania podłużnego, betonowania na pełnym rusztowaniu. Kolejne fazy montażowe przeprowadzane w tych częściach mostu w znacznym stopniu wpływają na analizowany w pracy układ, realizowany metodą nawisową. W trakcie budowy mostu na zmiany przebiegu ugięcia przęsła z betonu sprężonego wpływa wiele czynników takich jak: pełzanie betonu, podparcie montażowe, straty sprężenia oraz samo wyposażenie. Poniżej przeanalizowano przypadek przęsła o schemacie belki swobodnie podpartej z użyciem podpory montażowej jako układu statycznie wyznaczalnego. W celu pokazania zjawiska wpływu pełzania betonu z pominięciem udziału sprężenia i innych obciążeń wybrano najprostszy przykład przęsła (Rys. 2).

Założono, że przęsło ma stały przekrój poprzeczny i ciężar własny g . Ugięcie belki $w_g(x)$ związane z jej sztywnością na zginanie EI opisano zatem zależnością:

$$\frac{d^4 w_g}{dx^4} = g \cdot EI. \quad (2)$$

W przypadku takiej belki funkcja ugięcia ma postać:

$$w_g(x) = \frac{g \cdot L^4}{24EI} \frac{x}{L} \left(1 - 2 \frac{x^2}{L^2} + \frac{x^3}{L^3} \right), \quad (3)$$

natomiast funkcja opisująca momenty zginające:

$$M_g(x) = \frac{d^2 w_g}{dx^2} EI = \frac{gL^2}{2} \frac{x}{L} \left(1 - \frac{x}{L} \right). \quad (4)$$

Gdy materiał belki podlega pełzaniu wyrażonemu przez współczynnik φ [20, 21], następuje zmiana jej sztywności, którą uwzględnia zależność:

$$EI_\varphi = \frac{E(t)I}{1 + \varphi}, \quad (5)$$

stąd funkcja ugięcia przybiera dalej postać:

$$w_\varphi(x) = (1 + \varphi) \cdot w_g(x). \quad (6)$$

W belce o schemacie przedstawionym na Rys. 2 nie zmieniają się momenty zginające, co potwierdza zależność:

of service life it increased to $w = 1390$ mm, and so $\omega = 5.77\%$ exceeded the allowable value many times (1). The strengthening of the bridge by means of additional prestressing ended in failure and, shortly after the bridge was put back into service, in its structural collapse [11, 19].

2. EFFECT OF TEMPORARY SUPPORT OF SPAN

The spans adjacent to cantilever spans, having a constant height and variable lengths (Fig. 1), are usually constructed using various methods, such as incremental launching and full-scaffold concreting. The next erection operations performed in these parts of the bridge considerably affect the structural system built using the cantilever concreting technology. During bridge construction many factors, such as the creep of the concrete, the temporary supports, the losses of prestress, and the nonstructural elements, have an influence on changes in the deflection of the span made of prestressed concrete. Concrete creep effects are presented below, on a simple example of a span, without taking into consideration prestressing and other loads (Fig. 2).

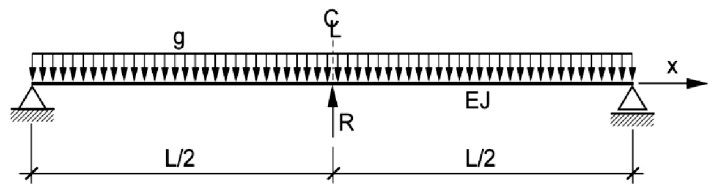


Fig. 2. Static scheme of a span with a temporary support
Rys. 2. Schemat statyczny przęsła z podporą montażową

It is assumed that the span has a constant cross-section and dead load g . The beam's deflection $w_g(x)$ depending on its bending stiffness EI is described by the relation:

$$\frac{d^4 w_g}{dx^4} = g \cdot EI. \quad (2)$$

In the case of such beam, the deflection function has the form:

$$w_g(x) = \frac{g \cdot L^4}{24EI} \frac{x}{L} \left(1 - 2 \frac{x^2}{L^2} + \frac{x^3}{L^3} \right), \quad (3)$$

and the function describing the bending moments is as follows:

$$M_g(x) = \frac{d^2 w_g}{dx^2} EI = \frac{gL^2}{2} \frac{x}{L} \left(1 - \frac{x}{L} \right). \quad (4)$$

When the beam's material is subject to creep expressed by coefficient φ [20, 21], its stiffness changes, which is expressed by the relation:

$$M_{\varphi}(x) = M_g(x) = \frac{d^2 w_{\varphi}}{dx^2} EI_{\varphi}. \quad (7)$$

W równaniu (5) moduł sprężystości betonu $E(t)$ jest funkcją zmienną czasu t .

Poniżej rozpatrzono belkę, w której środku rozpiętości zastosowano podparcie montażowe, jak na Rys. 2. Do celów obliczeń inżynierskich wpływ podparcia przyjęto jako oddziaływanie siły o wartości R . Wówczas funkcja ugięcia przybrała następującą postać:

$$w_{gR}(x) = w_g(x) - w_R(x) = w_g(x) - \frac{RL^3}{12EI} \frac{x}{L} \left(\frac{3}{4} - \frac{x^2}{L^2} \right). \quad (8)$$

Jeżeli rozpatruje się równoczesne oddziaływanie na belkę ciężaru własnego i reakcję podpory montażowej to w wyniku zjawiska pełzania funkcja ugięcia przyjmie postać analogiczną do (6), czyli:

$$w_{\varphi}(x) = (1 + \varphi) \cdot w_{gR}(x). \quad (9)$$

Zgodnie ze wzorem (9) przyrost ugięcia w_{φ} zależy od wartości współczynnika pełzania φ i reakcji podpory montażowej R . Wynikające z usunięcia podpory montażowej ugięcie, spowodowane całkowitą redukcją siły R wynosi więc:

$$w_r(x) = w_{\varphi}(x) + w_R(x) = w_g(x) + \varphi[w_g(x) - w_R(x)]. \quad (10)$$

Wpływ pełzania i podpory montażowej na przyrost ugięcia odniesiony do doraźnego ugięcia belki $w_g(x)$ został zapisany w postaci zależności:

$$A(x) = \frac{w_r(x) - w_g(x)}{w_g(x)} = \varphi \frac{w_g(x) - w_R(x)}{w_g(x)}. \quad (11)$$

Na Rys. 3a zilustrowano symetryczną względem podpory funkcję ugięcia. W legendzie wykresów przyporządkowano ugięciom określone wartości – wynikające z pełzania – współczynnika φ . W podanym przykładzie obliczeń przyjęto $R = 0,3 \cdot gL$. Wartości $A(x)$ zaznaczone na Rys. 3a są małe, co wynika z dużej wartości siły R , powodującej redukcję ugięcia $w_{gR} = w_g/20$, gdy $x = L/2$.

Gdyby do obliczenia funkcji ugięcia $w_r(x)$ zastosować zasadę analogiczną jak w przypadku określania momentów zginających ze wzoru (7) to można otrzymać kolejną zależność:

$$M_r(x) = \frac{d^2 w_r}{dx^2} EI_{\varphi} = M_g(x) - \frac{\varphi}{1 - \varphi} M_R(x), \quad (12)$$

gdzie $M_R(x) = R \cdot x/2$. Analizując wpływ podpory montażowej i pełzania na momenty zginające na podstawie linii ugięcia $w_r(x)$ uzyskuje się zatem symetryczną względem podpory funkcję, która ma następującą postać:

$$B(x) = \frac{M_r(x) - M_g(x)}{M_g(x)} = \frac{\varphi}{1 + \varphi} \frac{3L}{10(L - x)}. \quad (13)$$

$$EI_{\varphi} = \frac{E(t)I}{1 + \varphi}, \quad (5)$$

hence the deflection function assumes the form:

$$w_{\varphi}(x) = (1 + \varphi) \cdot w_g(x). \quad (6)$$

The bending moments in the beam with the static scheme shown in Fig. 2 do not change, which is confirmed by the relation:

$$M_{\varphi}(x) = M_g(x) = \frac{d^2 w_{\varphi}}{dx^2} EI_{\varphi}. \quad (7)$$

In equation (5) the modulus of elasticity of concrete $E(t)$ is a variable function of time t .

A beam with a temporary support at its midspan, as shown in Fig. 2, is considered below. For engineering calculations the effect of the support is assumed as force action value R . Then the deflection function assumes the following form:

$$w_{gR}(x) = w_g(x) - w_R(x) = w_g(x) - \frac{RL^3}{12EI} \frac{x}{L} \left(\frac{3}{4} - \frac{x^2}{L^2} \right). \quad (8)$$

If the simultaneous action of the dead load and the temporary support reaction is considered, then as a result of creep the deflection function assumes a form analogous to (6), i.e.

$$w_{\varphi}(x) = (1 + \varphi) \cdot w_{gR}(x). \quad (9)$$

According to formula (9), the increment in deflection w_{φ} depends on the value of creep coefficient φ and temporary support reaction R . Therefore the deflection resulting from the removal of the temporary support, caused by the total reduction of force R , amounts to:

$$w_r(x) = w_{\varphi}(x) + w_R(x) = w_g(x) + \varphi[w_g(x) - w_R(x)]. \quad (10)$$

The effect of the creep and the temporary support on the increment in deflection, in relation to short-term beam deflection $w_g(x)$, is expressed as follows:

$$A(x) = \frac{w_r(x) - w_g(x)}{w_g(x)} = \varphi \frac{w_g(x) - w_R(x)}{w_g(x)}. \quad (11)$$

Fig. 3a shows the deflection function acting symmetrically relative to the support. In the diagram legend the displacements are assigned specific values resulting from creep coefficient φ . In the calculation example $R = 0,3 \cdot gL$ was assumed. The values of $A(x)$ in Fig. 3a are low, which is due to the high value of force R causing deflection reduction $w_{gR} = w_g/20$ when $x = L/2$.

If a similar principle as the one used to calculate bending moments from formula (7) is adopted to determine deflection function $w_r(x)$, one gets the following relation:

$$M_r(x) = \frac{d^2 w_r}{dx^2} EI_{\varphi} = M_g(x) - \frac{\varphi}{1 - \varphi} M_R(x), \quad (12)$$

Następnie wynik obliczeń z równania (12) odniesiono do sytuacji obciążenia belki momentem $M_g(x)$ bez zastosowania podpory montażowej, jak na Rys. 2. Gdy współczynnik $\varphi = 0$ z równania (12) uzyskuje się $M_r = M_g$, a stąd $B = 0$. Zatem w przeprowadzonych obliczeniach momentów zginających na podstawie linii ugięcia przeszła zostaje zapisany ślad uwzględniający zastosowanie podpory montażowej. Ślad ten jest mały, gdy okres podparcia jest krótki (mała wartość φ) i zanika w wyniku dalszego pełzania, jak w schemacie użytkowym czyli belki swobodnie podpartej. Przykładowa belka zachowuje się więc jak ciało z pamięcią kształtu [22].

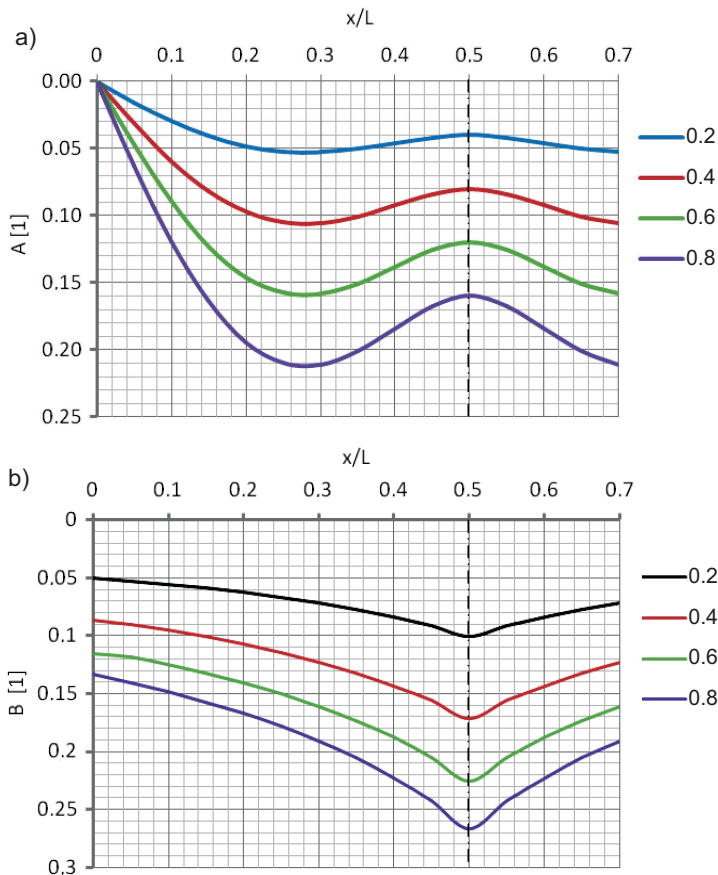


Fig. 3. Dimensionless indices of: a) deflection changes $A(x)$, and b) bending moments $B(x)$ depending on the concrete creep Rys. 3. Bezwymiarowe wskaźniki: a) zmian ugięcia $A(x)$ i b) momentów zginających $B(x)$ w zależności od pełzania betonu

Z powyżej przedstawionego w pracy przykładu wynika, że w przypadku mostów budowanych z wykorzystaniem różnych technologii, poszczególne fazy montażowe mogą mieć istotny wpływ na realizację metodą nawisową układu konstrukcyjnego przeszły. Z tego powodu w dalszej części artykułu rozpatrywana będzie konstrukcja o schemacie belki trzyprzesłowej, wykonana wyłącznie z zastosowaniem technologii betonowania nawisowego [6], a nie taka jak na Rys. 1.

where $M_r(x) = R \cdot x/2$. Hence analysing the effect of the temporary support and creep on the bending moments on the basis of deflection curve $w_r(x)$ one gets the following function symmetric relative to the support:

$$B(x) = \frac{M_r(x) - M_g(x)}{M_g(x)} = \frac{\varphi}{1 + \varphi} \frac{3L}{10(L-x)} \quad (13)$$

The result obtained from equation (12) was applied to the situation when the beam is loaded with moment $M_g(x)$, but there is no temporary support (Fig. 2). When coefficient $\varphi = 0$, from equation (12) one gets $M_r = M_g$, and so $B = 0$. Thus in the calculations of bending moments performed on the basis of the span deflection curve there is a trace representing the use of the temporary support. This trace is minor when the temporary support time is short (the value of φ is low) and disappears as a result of further creep, as in the exploitation scheme of the simply supported beam. This means that the exemplary beam behaves as a shape-memory body [22].

It follows from the above example that in the case of bridges erected using different methods, the particular erection phases can have a significant effect on the realization of the structural layout of the spans by means of the cantilever concreting technology. Therefore a three-span beam structure built using exclusively the cantilever concreting technology [6] (as opposed to the case shown in Fig. 1) is considered below.

3. SYMMETRICAL THREE-SPAN STRUCTURE

Let us analyse a structure symmetrical relative to the cantilever closure, and with a regular layout of supports with span lengths $L/2 + L + L/2$ (Fig. 4). It is assumed that the two parts of the span were built simultaneously, which resulted in constant (identical) creep φ of the concrete in all the segments along the whole length of the cantilevers. No structural prestress present in the structure was taken into account in the design computations. Hence symmetrical identical cantilever deflections w_m are assumed to occur during construction (Fig. 4a). If the reference frame over the intermediate piers changes as a result of an angular transformation, then the deflection curve shown in Fig. 4b is obtained.

But the hypothetical deflection curve shown in Fig. 4b never occurs in practice. Moreover, the span's axis of inertia is not a straight line. Also angle β_g visible in Fig. 4b usually does not form as the structure is being closed. In practice, when building the successive spans a precamber is used to obtain a deck slab grade line resembling a circular section. The deflection curve shown in Fig. 4b is used

3. SYMETRYCZNY UKŁAD TRZYPRZĘSŁOWY

Poniżej przeanalizowano przęsło o budowie symetrycznej względem styku nawisów, regularnym układzie podpór i o rozpiętościach $L/2 + L + L/2$ (Rys. 4). Założono, że obydwie części przęsła wykonano równocześnie, co spowodowało stałe (jednakowe) pełzanie betonu ϕ we wszystkich segmentach na całej długości wsporników. W obliczeniach projektowych nie uwzględniono zjawiska sprężenia, które występuje w konstrukcji. W wyniku powyższych założeń przyjęto, że podczas budowy występują symetryczne, jednakowe ugięcia wsporników w_m (Rys. 4a). Jeżeli w rezultacie transformacji kątowej nad podporami pośrednimi nastąpi zmiana układu odniesienia, wówczas otrzymamy linię ugięcia pokazaną na schemacie użytkowym (Rys. 4b).

Jednak w praktyce przedstawiona na Rys. 4b hipotetyczna linia ugięcia nigdy nie występuje. Oś bezwładności przęsła również nie jest linią prostą. W chwili zwierania konstrukcji widoczny na Rys. 4b kąt β_g też zwykle nie tworzy się. W praktyce podczas budowy kolejnych segmentów stosuje się podniesienie wykonawcze, aby w jego rezultacie uzyskana niweleta płyty pomostowej była zbliżona do wycinka koła. Zilustrowana na Rys. 4b linia ugięcia wykorzystywana jest w schemacie obliczeniowym wyłącznie przy założeniu, że oś przęsła jest linią prostą, a ugięcie w środku rozpiętości $2w_m$ wynika z oddziaływania ciężaru własnego w belce o zmiennej sztywności $EI(x)$.

W przypadku przyjęcia ciągłego schematu trzyprzęsłowego dalsze przemieszczenia przęsła odbywają się po zwarciu konstrukcji (Rys. 5b). W celu uzyskania ciągłości linii ugięcia niezbędne są zatem, widoczne na Rys. 5a, dodatkowe – spowodowane reologią – momenty $M_w(x)$ o charakterystyce analogicznej do momentów wzbudzonych, występujących w konstrukcjach sprężonych:

$$M_w(x) = M_\phi \cdot M_\beta(x). \quad (14)$$

gdzie M_ϕ jest momentem powstałym w styku nawisów, natomiast $M_\beta(x)$ jest funkcją śledzącą kąt obrotu w styku. Do obliczenia wartości M_ϕ wykorzystuje się założenie o zaniku kąta β_g (Rys. 4b) do wartości zerowej (Rys. 5b) spowodowane oddziaływaniem momentu wzbudzonego $M_w(x)$. Natomiast przyrost kąta β_g na skutek pełzania betonu w belce o zmiennej sztywności $EI(x)$ obliczany jest ze wzoru Mohra:

$$\begin{aligned} \Delta\beta_g &= \rho\phi \int_0^L \frac{M_g(x) \cdot M_\beta(x)}{EI(x)} dx = \\ &= \rho\phi \int_0^L \kappa_g(x) \cdot M_\beta(x) dx = \rho\phi \cdot \beta_g^\phi. \end{aligned} \quad (15)$$

in the computational scheme exclusively under the assumption that the span's axis is a straight line and mid-span deflection $2w_m$ results from the action of the dead load in a beam with variable stiffness $EI(x)$.

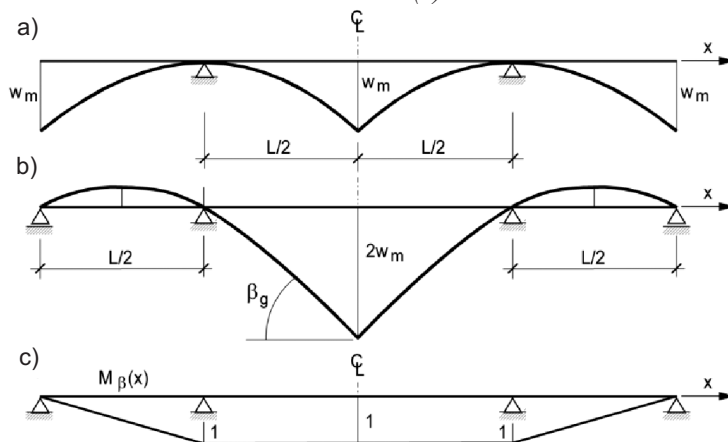


Fig. 4. Computational scheme used for calculations of secondary moments: a) deflection curve, b) deflection transmission, c) following function of an induced moment,

Rys. 4. Schemat obliczeniowy wykorzystywany do obliczeń momentów wzbudzonych: a) linia ugięcia, b) transmisja ugięcia, c) funkcja śledząca momentu wzbudzonego

In the case of a continuous three-span scheme, further displacements of the spans take place after closure of the main span (Fig. 5b). In order to obtain a continuous deflection curve, additional rheologically induced moments $M_w(x)$ (shown in Fig. 5a) with a characteristic similar to that of the secondary moments occurring in prestressed structures are needed:

$$M_w(x) = M_\phi \cdot M_\beta(x). \quad (14)$$

where M_ϕ is a moment in the span closure while $M_\beta(x)$ is a function following the angle of rotation in the closure. The assumption concerning the decrease of angle β_g (Fig. 4b) to zero (Fig. 5b) due to the action of secondary moment $M_w(x)$ is used to calculate the value of M_ϕ . The increment of angle β_g due to the creep of concrete in the beam with variable stiffness $EI(x)$ is calculated from the Mohr's equation:

$$\begin{aligned} \Delta\beta_g &= \rho\phi \int_0^L \frac{M_g(x) \cdot M_\beta(x)}{EI(x)} dx = \\ &= \rho\phi \int_0^L \kappa_g(x) \cdot M_\beta(x) dx = \rho\phi \cdot \beta_g^\phi. \end{aligned} \quad (15)$$

Moments M_w caused by the creep of concrete increase once the structure is closed and so angle β_w is regarded to be a function of coefficient ϕ :

$$\beta_w = (1 + \rho\phi) M_\phi \int_0^L \frac{M_\beta(x) \cdot M_\beta(x)}{EI(x)} dx = (1 + \rho\phi) M_\phi \cdot \beta_\phi^\phi. \quad (16)$$

Momenty M_w spowodowane pełzaniem betonu narastają od chwili zwarcia konstrukcji, a więc kąt β_w traktowany jest jako funkcja współczynnika ρ :

$$\beta_w = \quad (16)$$

$$= (1 + \rho\varphi) M_\varphi \int_0^L \frac{M_\beta(x) \cdot M_\beta(x)}{EI(x)} dx = (1 + \rho\varphi) M_\varphi \cdot \beta_\varphi^\varphi.$$

Ponieważ podczas pełzania sumaryczne wartości obydwu momentów M_g i M_w podlegają zmianom, we wzorach (15) i (16) oraz w dalszej części pracy uwzględniono to wprowadzając współczynnik relaksacji ρ , zaproponowany przez H. Trosta w [20].

Przy założeniu równości kątów wyrażonych wzorami (15) i (16), wartość momentu zginającego M_φ w styku nawisów można obliczyć z równania:

$$M_\varphi = \frac{\rho\varphi}{1 + \rho\varphi} \frac{\beta_g^\varphi}{\beta_\varphi^\varphi} = \frac{\rho\varphi}{1 + \rho\varphi} B_\varphi. \quad (17)$$

W kolejnym kroku można także wyznaczyć wartości momentów zginających wiążąc schemat montażowy (Rys. 4b) z użytkowym (Rys. 5b) przy pomocy zależności:

$$M_{g\varphi} = M_g(x) - B_\varphi \cdot M_\beta(x). \quad (18)$$

Wykorzystując wzory (14) i (18) można także powiązać momenty zginające M_g i M_w porównując zgodności przemieszczeń w styku zgodnie z zależnością:

$$M_{g\varphi}(x) = \rho\varphi \cdot M_g(x) - (1 + \rho\varphi) M_w(x), \quad (19)$$

i dalej przekształcając ją otrzymujemy:

$$M_{g\varphi}(x) = \rho\varphi \cdot M_{g_w}(x). \quad (20)$$

Funkcja $M_{g_w}(x)$ jest reologiczną charakterystyką analizowanego mostu, gdyż przy ciężarze własnym $g(x)$ oraz sztywności $EI(x)$ zostają spełnione warunki podporowe belki oraz następuje ciągłość w styku w fazie eksploatacyjnej, a zatem:

$$\rho\varphi \int_0^L \frac{M_{g_w}(x) \cdot M_\beta(x)}{EI(x)} dx = 0. \quad (21)$$

Zależność (21) służy do obliczeń przemieszczeń zaznaczonych na Rys. 5b. W przypadku obliczeń ugięcia punktu i korzystając ze wzoru Mohra otrzymujemy następującą korelację:

$$\begin{aligned} w_i &= \rho\varphi \int \frac{M_{g_w}(x) \cdot M_i(x)}{EI(x)} dx = \quad (22) \\ &= \rho\varphi \int \kappa_{g_w}(x) \cdot M_i(x) dx \end{aligned}$$

Z równania (22) wynika, że po zwarceniu nawisów w przęśle ugięcia narastają proporcjonalnie do pełzania betonu $\rho\varphi$. We wzorach Mohra (15) oraz (22) występują funkcje śledzące przemieszczenia katowe M_β oraz ugięcie M_i . W wyniku odpowiednich przekształceń obydwu zależności, funkcje

Since during creep the total values of moments M_g and M_w change, this is taken into account in formulas (15) and (16) and further in this paper by introducing relaxation coefficient ρ proposed by H. Trost [20].

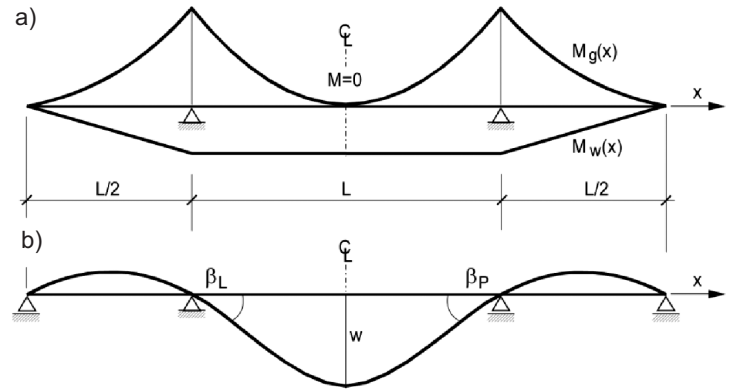


Fig. 5. Bending moments (a), and beam deflection (b) after span closure

Rys. 5. Momenty zginające (a) i ugięcie belki (b) po zwarciu przęsła

Assuming the angles expressed by formulas (15) and (16) to be equal, the value of bending moment M_φ in the span closure can be calculated from the equation:

$$M_\varphi = \frac{\rho\varphi}{1 + \rho\varphi} \frac{\beta_g^\varphi}{\beta_\varphi^\varphi} = \frac{\rho\varphi}{1 + \rho\varphi} B_\varphi. \quad (17)$$

Then one can also determine the values of the bending moments by interrelating the assembly stage scheme (Fig. 4b) with the exploitation stage scheme (Fig. 5b) through the relation:

$$M_{g\varphi} = M_g(x) - B_\varphi \cdot M_\beta(x). \quad (18)$$

Using formulas (14) and (18) one can also interrelate bending moments M_g and M_w by comparing the agreement between the displacements in the span closure in accordance with the relation:

$$M_{g\varphi}(x) = \rho\varphi \cdot M_g(x) - (1 + \rho\varphi) M_w(x). \quad (19)$$

By transforming the above relation one gets:

$$M_{g\varphi}(x) = \rho\varphi \cdot M_{g_w}(x). \quad (20)$$

Function $M_{g_w}(x)$ is a rheological characteristic of the analysed bridge since at dead load $g(x)$ and stiffness $EI(x)$ the beam support conditions are satisfied and continuity in the span closure occurs in the exploitation phase. Hence:

$$\rho\varphi \int_0^L \frac{M_{g_w}(x) \cdot M_\beta(x)}{EI(x)} dx = 0. \quad (21)$$

Relation (21) is used to calculate the displacements marked in Fig. 5b. When calculating the deflection of a point, using the Mohr formula, one gets:

momentów oraz sztywności powiązано z funkcją zmiany krzywizny belki na skutek realizacji kolejnych etapów montażowych:

- podczas budowy wspornika

$$\kappa_g(x) = \frac{M_g(x)}{EI(x)}, \quad (23)$$

- po zwarcie konstrukcji

$$\kappa_{gw}(x) = \frac{M_{gw}(x)}{EI(x)}. \quad (24)$$

Obydwe funkcje (zależności) są wykorzystywane do obliczania przemieszczeń przęsła. Na Rys. 6 porównano je ze sobą.

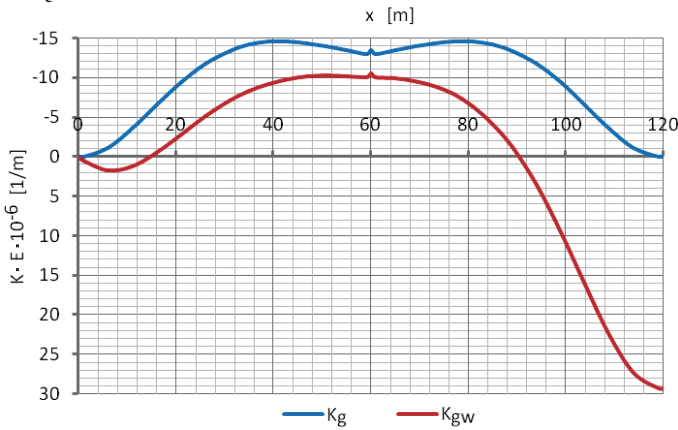


Fig. 6. Curvature changes along the cantilever span
Rys. 6. Zmiany krzywizny na długości przęsła nawisowego

W celu obliczeń z wykorzystaniem opisanego algorytmu przyjęto rozpiętość przęsła głównego $L = 120$ m oraz parametry geometryczne przekrojów zestawione w Tabl. 1, identyczne jak w przypadku mostu Łany k. Wrocławia [6]. W rezultacie uzyskano:

- momenty zginające $M_g = \frac{gL^2}{6,398}$, $M_\varphi = \frac{gL^2}{29,15} \frac{\rho\varphi}{1+\rho\varphi}$,
- kąty w styku nawisów $\beta_g^\varphi = \frac{gL^3}{99,958 \cdot EI}$, $\beta_\varphi^\varphi = \frac{L}{3,428 \cdot EI}$,
- przemieszczenia $\beta_L = \beta_p = \frac{gL^3 \cdot \rho\varphi}{404,8 \cdot EI}$, $w = \frac{gL^4 \cdot \rho\varphi}{560,3 \cdot EI}$.

W przedstawionych przykładach obliczeń oraz w dalszej części artykułu siła rozłożona równomiernie od ciężaru własnego $g = \gamma_0 A$ ($A = 9,689 \text{ m}^2$) oraz moment bezwładności $I = 9,962 \text{ m}^4$ dotyczą przekroju o najmniejszej wysokości (nr 1 w Tabl. 1). W obliczeniach wykorzystano oczywiście funkcje zmienne $g(x)$ oraz $I(x)$.

$$w_i = \rho\varphi \int \frac{M_{gw}(x) \cdot M_i(x)}{EI(x)} dx = \rho\varphi \int \kappa_{gw}(x) \cdot M_i(x) dx. \quad (22)$$

It follows from equation (22) that after the cantilevers are closed the deflections in the span increase proportionally to concrete creep $\rho\varphi$.

In the Mohr's formulas (15) and (22) there are the following functions of angle displacement M_β and deflection M_i . Through appropriate transformations of the two relations the functions of moments and stiffness were interrelated with the function representing the change in the beam's curvature, resulting from the completion of the successive assembly phases:

- during cantilever erection

$$\kappa_g(x) = \frac{M_g(x)}{EI(x)}, \quad (23)$$

- after span closure

$$\kappa_{gw}(x) = \frac{M_{gw}(x)}{EI(x)}. \quad (24)$$

The two functions (relations) are used to calculate the displacements of the span, but in different construction phases. The functions are compared in Fig. 6.

Similarly as in the case of the Łany Bridge near Wrocław [6], the main span length $L = 120$ m and the geometric parameters of the cross-sections collected in Table 1 were assumed for the calculations performed using the above given algorithm. As a result, the following results were obtained:

- bending moments $M_g = \frac{gL^2}{6,398}$, $M_\varphi = \frac{gL^2}{29,15} \frac{\rho\varphi}{1+\rho\varphi}$,
- angles in the span closure $\beta_g^\varphi = \frac{gL^3}{99,958 \cdot EI}$,
 $\beta_\varphi^\varphi = \frac{L}{3,428 \cdot EI}$,
- displacements $\beta_L = \beta_p = \frac{gL^3 \cdot \rho\varphi}{404,8 \cdot EI}$, $w = \frac{gL^4 \cdot \rho\varphi}{560,3 \cdot EI}$.

In the calculation examples and further in this paper the uniformly distributed force generated by dead load $g = \gamma_0 A$ ($A = 9,689 \text{ m}^2$), and moment of inertia $I = 9,962 \text{ m}^4$ apply to the cross-section with the lowest height (no. 1 in Table 1). Naturally, variable functions $g(x)$ and $I(x)$ were used in the calculations.

In engineering practice, similarly as in the examples provided in this paper, a numerical continuous beam model is used. As a result of such calculations the values of two functions: $M_g(x)$ and $M_{gw}(x)$ are obtained. Then, using formula (19), one calculates secondary moments:

$$M_w(x) = \frac{\rho\varphi \cdot M_g(x) - M_{gw}(x)}{1+\rho\varphi}. \quad (25)$$

Table 1. Geometrical parameters of cantilever cross-sections
 Tablica 1. Parametry geometryczne przekroju poprzecznego wsporników

Cross-section No. Nr przekroju	Height Wysokość x [m]	Cross-section area Pole przekroju A [m ²]	Moment of inertia Moment bezwładności I [m ⁴]	Cross-section No. Nr przekroju	Height Wysokość x [m]	Cross-section area Pole przekroju A [m ²]	Moment of inertia Moment bezwładności I [m ⁴]
1	0	9.6889	9.962	9	35	12.6549	29.331
2	1	9.6889	9.962	10	39	13,3938	35,897
3	6	9.7531	10.268	11	43	14.2148	44.052
4	11	9.9455	11.215	12	47	16.0261	66.382
5	16	10.2662	12.891	13	51	16.1032	81.294
6	21	10.7152	15.442	14	55	17.1705	99.282
7	26	11.2925	19.082	15	59	18.3199	99.282
8	31	11.9981	24.094	16	60	18.3199	99.282

W praktyce inżynierskiej, podobnie jak w przykładach podanych w pracy, korzysta się z modelu numerycznego belki ciągłej. W rezultacie jako wyniki obliczeń uzyskuje się dwie funkcje $M_g(x)$ i $M_{gw}(x)$. Stąd z kolei, wykorzystując wzór (19), obliczane są momenty wzbudzone:

$$M_w(x) = \frac{\rho\varphi \cdot M_g(x) - M_{gw}(x)}{1 + \rho\varphi}. \quad (25)$$

Do celów projektowych istotna jest redukcja momentów powstałych po betonowaniu nawisowym $M_g(x)$, spowodowanych występowaniem momentów wzbudzonych $M_w(x, t)$ jako funkcji zmiennej w czasie:

$$M(x, t) = M_g(x) - M_w(x, t). \quad (26)$$

Pełzanie betonu, które następuje wskutek działania stałych i długotrwałych obciążeń jest wielkością także zmienną w czasie $\varphi(t)$.

4. NIESYMETRYCZNE PEŁZANIE W SYMETRYCZNYM UKŁADZIE TRZYPRZESŁOWYM

Jeśli symetryczne wsporniki obydwu przęsł (Rys. 5) wykonano w różnych warunkach klimatycznych (innym czasie budowy) proces pełzania w obydwu częściach będzie przebiegał odmiennie. Wobec tego schemat przemieszczeń styku połączenia będzie wykazywał zarówno różnicę ugięć jak również kątów, co ilustruje Rys. 7a. Niesymetryczna będzie także linia ugięcia. W tym przypadku wprowadzono zmienną wartość funkcji pełzania $3\rho\varphi/2$ po stronie lewej, pozostawiając po prawej stronie wartość poprzednią czyli $\rho\varphi$. Wówczas jako wynik obliczeń uzyskano następujące parametry:

For design purposes it is essential to reduce moments $M_g(x)$ arising after cantilever concreting, caused by the occurrence of secondary moments $M_w(x, t)$ as the time-variable function:

$$M(x, t) = M_g(x) - M_w(x, t). \quad (26)$$

Also the creep of concrete, resulting from the action of constant and long-term loads, is a time-variable quantity $\varphi(t)$.

4. ASYMMETRICAL CREEP IN A SYMMETRICAL THREE-SPAN STRUCTURE

If the symmetrical cantilevers of the two spans (Fig. 5) are erected in different climatic conditions (in different construction periods), the process of creep will proceed differently. Consequently, the scheme of the displacements in the span closure zone will show a difference in both deflections and angles, as illustrated in Fig. 7a. Also the deflection curve will be asymmetrical. In this case, a variable creep function value $3\rho\varphi/2$ was introduced on the left side, while the previous value, i.e. $\rho\varphi$, remained on the right side. The calculation results gave the following values:

- bending moments $M_{\varphi p} = \frac{gL^2}{4026} \rho\varphi$, $M_{\varphi L} = \frac{gL^2}{2364} \rho\varphi$,
- angles in the overhang contact $\beta_p = \frac{gL^3 \cdot \rho\varphi}{3488 \cdot EI}$,
 $\beta_L = \frac{gL^3 \rho\varphi}{3123 \cdot EI}$,
- span closure deflection $w = \frac{gL^4 \cdot \rho\varphi}{4552 \cdot EI}$.

- momenty zginające $M_{\varphi_P} = \frac{gL^2}{40,26} \rho\varphi$, $M_{\varphi_L} = \frac{gL^2}{23,64} \rho\varphi$,
- kąty nad podporami $\beta_P = \frac{gL^3 \cdot \rho\varphi}{348,8 \cdot EI}$, $\beta_L = \frac{gL^3 \rho\varphi}{312,3 \cdot EI}$,
- ugięcie styku przęseł $w = \frac{gL^4 \cdot \rho\varphi}{455,2 \cdot EI}$.

W praktyce wsporniki nawisów wykonuje się sukcesywnie segment po segmencie. Zatem segmenty przypodporowe wykonane najwcześniej wykazują mniejsze pełzanie (po zwarciu konstrukcji) niż segmenty położone bliżej strefy łączenia. Mając to na względzie w dalszej części artykułu rozpatrzono modyfikację przyjętego modelu poprzez uwzględnienie zróżnicowania czasu budowy poszczególnych segmentów. Pełzanie w segmentach rozkłada się według zasady opisanej wzorem:

$$\varphi_k = \frac{4\varphi}{3 + \sqrt{\frac{k}{15}}}, \quad (27)$$

gdzie k jest numerem kolejnego przekroju w segmencie (Tabl. 1), natomiast $\varphi = \varphi_{15}$ oznacza pełzanie w ostatnim przekroju segmentu ($k = 15$) przed miejscem połączenia w nawisie po prawej stronie (w nawisie po stronie lewej $\varphi_{15} = 3\varphi/2$). W tym przypadku schemat przemieszczeń styku połączenia przęseł wykazuje zarówno różnicę ugięć jak i kątów (Rys. 7a). W rezultacie przeprowadzonych obliczeń uzyskano następujące wyniki:

- momenty zginające $M_{\varphi_P} = \frac{gL^2}{43,27} \rho\varphi$, $M_{\varphi_L} = \frac{gL^2}{24,61} \rho\varphi$,
- kąty nad podporami $\beta_P = \frac{gL^3 \cdot \rho\varphi}{382,8 \cdot EI}$, $\beta_L = \frac{gL^3 \cdot \rho\varphi}{343,0 \cdot EI}$,
- ugięcie styku przęseł $w = \frac{gL^4 \cdot \rho\varphi}{498,3 \cdot EI}$.

Podobnie jak w poprzednim przykładzie, linia ugięcia jest niesymetryczna. Przedstawione wyniki dokładnie modelują warunki realnie spotykane na budowie obiektu mostowego.

Na Rys. 8 porównano linie ugięcia powstałe w przęsłach o identycznej geometrii i rozkładzie ciężaru własnego. Krzywe ugięcia, które są funkcją współczynnika pełzania betonu $\varphi(x)$, przedstawiono w odniesieniu do trzech wariantów:

- 1) jednakowych wartości współczynnika w segmentach i całym obiekcie,
- 2) zróżnicowanych wartości współczynnika w nawisach,
- 3) zróżnicowanych wartości współczynnika w segmentach nawisów.

W każdym z tych przypadków wartości momentów zginających przed zwarciem przęseł $M_g(x)$ były takie same.

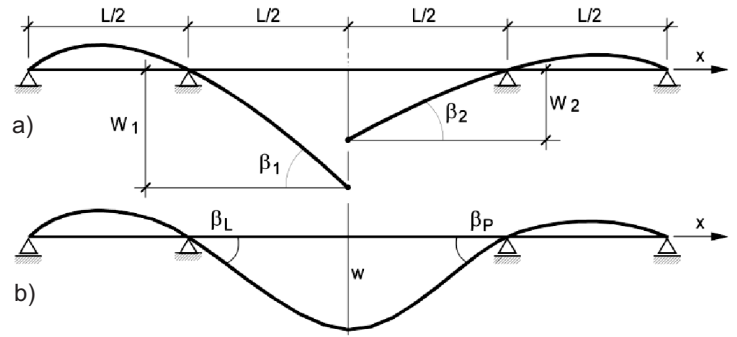


Fig. 7. Computational scheme for deflection of spans after their closure: a) asymmetrical deflection, b) symmetrical deflection
Rys. 7. Schemat obliczeniowy linii ugięcia przęseł po ich zwarciu: a) ugięcie niesymetryczne, b) ugięcie symetryczne

In practice, cantilevers are built successively: segment after segment. Hence the near-support segments (built first) show the smallest creep (after the structure is closed) in comparison with the creep in the segments situated closer to the span closure. Therefore a modification of the adopted model, taking into account the different periods of construction of the particular segments, is considered further in this paper. Creep in the segments is distributed accordingly to the formula:

$$\varphi_k = \frac{4\varphi}{3 + \sqrt{\frac{k}{15}}}, \quad (27)$$

where k is the number of the next cross-section in a segment (Table 1), while $\varphi = \varphi_{15}$ stands for creep in the segment's last cross-section ($k = 15$) before the closure zone in the right side cantilever (in the left side cantilever $\varphi_{15} = 3\varphi/2$). In this case, the scheme of mid-span displacement (in closure zone) shows a difference in both deflections and angles (Fig. 7a). The calculation results gave the following parameters values:

- bending moments $M_{\varphi_P} = \frac{gL^2}{43,27} \rho\varphi$, $M_{\varphi_L} = \frac{gL^2}{24,61} \rho\varphi$,
- angles in the overhang contact $\beta_P = \frac{gL^3 \cdot \rho\varphi}{382,8 \cdot EI}$,
 $\beta_L = \frac{gL^3 \cdot \rho\varphi}{343,0 \cdot EI}$,
- span closure deflection $w = \frac{gL^4 \cdot \rho\varphi}{498,3 \cdot EI}$.

Similarly as in the previous example, the deflection curve is asymmetrical. The results accurately model the actual conditions existing on bridge construction sites.

Deflection curves for spans identical in terms of their geometry and dead load distribution are compared in Fig. 8. The deflection curves, being a function of concrete creep coefficient $\varphi(x)$, describe the following three cases:

Z uwagi na występowanie momentów wzbudzonych $M_w(x)$, nastąpiło w wyniku pełzania betonu zróżnicowanie linii ugięcia. Z tego powodu na wykresach $w(x)$ zamieszczonych na Rys. 8 nie występuje symetria deformacji przęsła, widoczna wcześniej na Rys. 5b. W celu oznaczenia na wykresach wartości rzędnych $w(x)$ przyjęto, że $\rho\phi \cdot gL^4/EI = 123$ m, wprowadzając do ilorazu odpowiednie parametry fizyczne materiału: modułu sprężystości $E = 39$ GPa oraz ciężaru jednostkowego $\gamma_o = 26$ kN/m³.

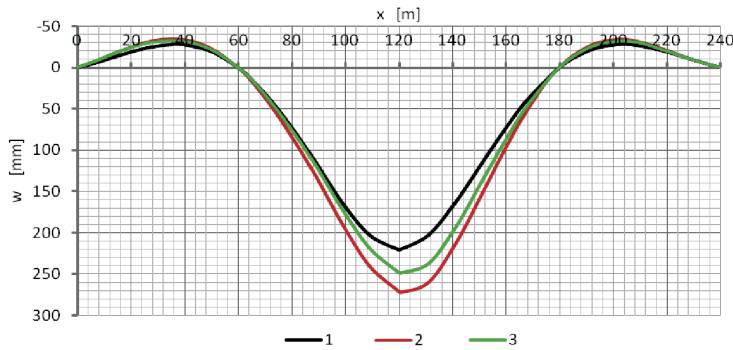


Fig. 8. Deflection lines of spans depending on the function of concrete creeping

Rys. 8. Linie ugięcia przęseł w zależności od funkcji pełzania betonu

5. NIESYMETRYCZNE NAWISY W UKŁADZIE TRZYPRZĘSŁOWYM

Poniżej rozpatrzono sytuację, gdy wsporniki obydwu przęseł mają różną długość (Rys. 9). Cechą wspólną z poprzednio rozpatrywanymi przykładami jest ta sama rozpiętość przęsła głównego i identyczne charakterystyki geometryczne przekrojów poprzecznych, podane w Tabl. 1. W przedstawionym przykładzie obliczeń przyjęto niewielką różnicę wysięgów wsporników: $L_1 = 60 + 5 = 65$ m oraz $L_2 = 60 - 5 = 55$ m. Założono, że wydłużenie wspornika L_1 następuje od przekroju 1, a skrócenie odbywa się od przekroju 2. Podane wcześniej wyniki obliczeń i uzyskane aktualnie można zatem ze sobą porównywać, gdyż rozpiętość przęsła środkowego wynosi również L .

Do obliczeń przyjęto jednolite pełzanie betonu o wartości ϕ we wszystkich segmentach obiektu. Uzyskano następujące parametry:

- momenty zginające przed zwarciem $M_{gL} = \frac{gL^2}{5,557}$,
- $M_{gP} = \frac{gL^2}{7,436}$,
- momenty wzbudzone $M_{\phi L} = \frac{gL^2}{17,50} \rho\phi$, $M_{\phi P} = \frac{gL^2}{30,16} \rho\phi$,

- 1) identical values of the coefficient in the segments and in the whole bridge,
- 2) different values of the coefficient in the cantilevers,
- 3) different values of the coefficient in the segments of the cantilevers.

In each of the cases, the values of bending moments $M_g(x)$ prior to the span closure were the same. Due to the occurrence of secondary moments $M_w(x)$, diverse deflection curves formed as a result of concrete creep. For this reason the $w(x)$ diagrams in Fig. 8 do not exhibit span deformation symmetry, which was visible earlier in Fig. 5b. In order to mark the values $w(x)$ in the diagrams it was assumed that $\rho\phi \cdot gL^4/EI = 123$ m and appropriate physical parameters of the material, i.e. elasticity modulus $E = 39$ GPa and unit weight $\gamma_o = 26$ kN/m³, were introduced into the ratio.

5. ASYMMETRICAL CANTILEVERS IN A THREE-SPAN STRUCTURE

A case when the cantilevers of the two spans differ in their length is considered below. The same length of the main span and the same geometrical characteristics of the cross-sections (Table 1) as in the previous examples were used. A slight difference in the length of the cantilevers, i.e. $L_1 = 60 + 5 = 65$ m and $L_2 = 60 - 5 = 55$ m, was assumed this time. The length of cantilever L_1 was assumed to increase from cross-section 1 and decrease from cross-section 2. Therefore the previous results and the current results can be compared, considering that the length of the middle span also amounts to L .

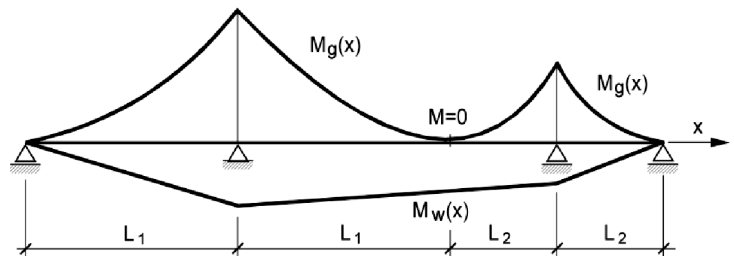


Fig. 9. Assembly scheme and bending moments after span closure

Rys. 9. Schemat montażowy i momenty zginające po zwarciu przęseł

Identical concrete creep ϕ was assumed in all segments of the bridge. The calculations result in the following parameters values:

Gdyby przyjąć, że pomiar referencyjny był przeprowadzony w czasie początkowym t_p a kolejne pomiary zostały wykonane odpowiednio w okresach analizowanych t_a to powstałaby funkcja ugięcia:

$$w(x, t) = r(x, t_k) - r(x, t_p). \quad (28)$$

Efekt zmian niwelety mostu wynikający z geodezyjnych pomiarów rzędnych $r(x, t_p)$ i $r(x, t_a)$ uzyskanych w dwóch, rozpatrywanych okresach czasu $t_p < \tau < t_a$, traktuje się w niniejszej pracy jako funkcję ugięcia. Na Rys. 10b przedstawiono zmiany ugięcia przęsła mostu budowanego w technologii betonowania nawisowego w zależności od czasu pomiaru [9]. Ugięcie to, bez uwzględnienia udziału obciążeń ruchomych wywołane jest obciążeniami stałymi mostu: ciężarem własnym konstrukcji i wyposażenia oraz stratami sprężenia i pełzaniem betonu. Na Rys. 11 zilustrowano funkcję ugięcia w środku rozpiętości przęsła mostu Støvset.

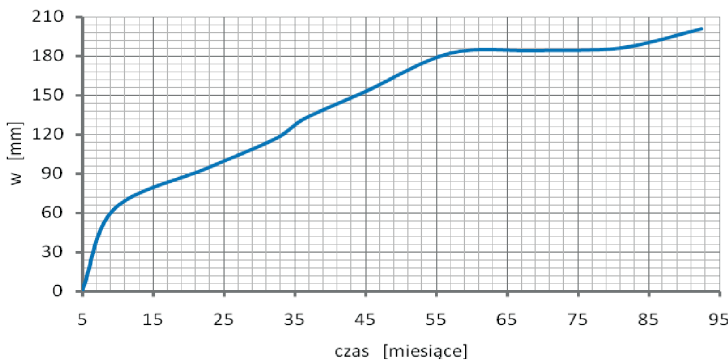


Fig. 11. Deflection changes in the middle of span length of the Støvset Bridge as a time t function [9]

Rys. 11. Zmiany ugięcia w środku rozpiętości przęsła mostu Støvset jako funkcja czasu t [9]

Poniżej przedstawiono algorytm szacowania skutków reologicznych na podstawie uzyskanych z pomiarów wartości funkcji ugięć mostu. Na tej podstawie można obliczyć zmianę krzywizny κ_j w punkcie j , gdy punkty sąsiednie i, k odległe są o wartość c , zgodnie z wzorem różnicowym:

$$\kappa_j = \frac{1}{c^2} (w_i - 2w_j + w_k). \quad (29)$$

Jeżeli porównamy zmianę krzywizny uzyskaną w (29) z efektem zginania po zwarciu konstrukcji, jak we wzorze:

$$\kappa_{gw}(x_j) = \rho\phi \frac{M_{gw}(x_j)}{EI(x_j)} \quad (30)$$

to w analizowanym przekroju j oraz przedziale czasu $t_p < \tau < t_a$, otrzymamy wskaźnik pełzania $\rho\phi(x_j, t_{pa})$ zgodnie z równaniem:

$$\rho\phi = \frac{w_i - 2w_j + w_k}{c^2 \cdot \kappa_{gw}(x_j)}. \quad (31)$$

If one assumed that the reference measurement was taken at initial time t_p and the next measurements were taken in respective analysed periods t_a , one would get the following deflection function:

$$w(x, t) = r(x, t_k) - r(x, t_p). \quad (28)$$

Effect of changes in the vertical alignment of the bridge, determined by geodetic measurements of ordinates $r(x, t_p)$ and $r(x, t_a)$ performed in the two time periods: $t_p < \tau < t_a$ is considered as a function of deflection in this paper. Fig. 10b shows changes in the deflection of the bridge built using the cantilever concreting technology, versus measurement time [9]. Without taking into account the effect of moving loads, this deflection is induced by the long-term loads of the bridge, i.e. the dead load of both the structure and the nonstructural elements, the losses of prestress and the concrete creep. Fig. 11 shows the mid-span deflection function for the Støvset Bridge.

An algorithm for estimating the rheological effects on the basis of measured bridge deflection function values is presented below. On this basis one can calculate the change of curvature in point j , when the distance between the neighbouring points i and k amounts to c , from the differential formula:

$$\kappa_j = \frac{1}{c^2} (w_i - 2w_j + w_k). \quad (29)$$

If one compares the change in curvature obtained from (29) with the after closure bending effect, as in the formula:

$$\kappa_{gw}(x_j) = \rho\phi \frac{M_{gw}(x_j)}{EI(x_j)} \quad (30)$$

then in the analysed cross-section j and in the time interval $t_p < \tau < t_a$ one will get creep index $\rho\phi(x_j, t_{pa})$ from the equation:

$$\rho\phi = \frac{w_i - 2w_j + w_k}{c^2 \cdot \kappa_{gw}(x_j)}. \quad (31)$$

In order to validate the example, function $\kappa_{gw}(x)$ in formula (31) is shown in Fig. 6 for the span of the bridge in Łány. The function is time-independent and it is used to calibrate the creep function. The time dependence of $\rho\phi$ results from the changes in span deflections. Generalizing function (31) one gets function $\rho\phi(x)$ since the creep coefficients can differ between the particular bridge segments due to the nature of the span construction technology.

7. CHANGES OF MOMENTS DURING BRIDGE EXPLOITATION

In Trost's rheological concrete model [20, 23] the general relationship between unit strain $\varepsilon(t)$ and normal stress $\sigma(t)$ is expressed by the equation:

We wzorze (31) występuje funkcja $\kappa_{gw}(x)$, którą dla potwierdzenia przykładu przedstawiono na Rys. 6 w odniesieniu do przęsła mostu w Łanach. Jest ona niezależna od czasu i służy do skalowania funkcji pełzania. Zależność $\rho\varphi$ od czasu wynika ze zmian ugięcia przęsła. W wyniku uogólnienia zależności (31) uzyskuje się funkcję $\rho\varphi(x)$, gdyż współczynniki pełzania mogą być zróżnicowane w poszczególnych segmentach mostu, co wynika z natury technologii budowy przęsła.

7. ZMIANY MOMENTÓW PODCZAS EKSPLOATACJI OBIEKTU

W reologicznym modelu betonu według Trosta [20, 23] ogólną zależność pomiędzy odkształceniami jednostkowymi $\varepsilon(t)$ i naprężeniami normalnymi $\sigma(t)$ określa równanie:

$$\varepsilon_t = \frac{1}{E} [\sigma_p(1 + \varphi_t) + (\sigma_k - \sigma_p)(1 + \rho\varphi_t)] + \varepsilon_{sk}. \quad (32)$$

Aby powiązać zależność zmiany krzywizny $\kappa(t)$ od momentu zginającego $M(t)$ równanie (32) można zapisać także w innej w postaci:

$$\kappa = \frac{1}{EI} [M_p(1 + \varphi) + (M_k - M_p)(1 + \rho\varphi)]. \quad (33)$$

W równaniu (33) zmiany krzywizny $\kappa(t)$ oraz momentów $M(t)$ uwzględnione zostały zgodnie z (32) we wskaźniku relaksacji ρ [20], natomiast EI oznacza sztywność na zginanie pręta w analizowanym przekroju.

Na Rys. 12 przedstawiono ogólną zależność zmiany krzywizny i momentów zginających w czasie w odniesieniu do funkcji pełzania betonu [23]. Na osi poziomej wykresu wyróżniono trzy charakterystyczne punkty, odpowiadające następującym czynnościom: o – rozpoczęcie obciążenia, p – początek pomiarów niwelety mostu, k – zakończenie badań. Na osi pionowej wykresu przedstawionego na Rys. 12 umieszczono wartości krzywizny i momenty zginające w analizowanych chwilach czasu, natomiast oś pozioma obrazuje wartości funkcji pełzania $\varphi(t)$ w rozpatrywanym przedziale czasu. Rzędne wykresów umieszczonych na Rys. 12 określają zatem przebieg (upływ) czasu, ale ujęty jako funkcja pełzania betonu.

Zakładając, że na początku badania krzywizna belki poddanej zginaniu momentem $M_p = M(t_p)$ wynosi:

$$\kappa_p = \frac{M_p}{EI}. \quad (34)$$

W końcowej fazie pomiarów, zgodnie ze wzorem (24) krzywizna i moment zginający $M_k = M(t_k)$ ulegają zmianie i przybierają wartości:

$$\kappa_k = \frac{1}{EI} [M_p(1 + \varphi_{pk}) + (M_k - M_p)(1 + \rho\varphi_{pk})]. \quad (35)$$

$$\varepsilon_t = \frac{1}{E} [\sigma_p(1 + \varphi_t) + (\sigma_k - \sigma_p)(1 + \rho\varphi_t)] + \varepsilon_{sk}. \quad (32)$$

In order to interrelate curvature changes $\kappa(t)$ and bending moment $M(t)$, equation (32) can be written as follows:

$$\kappa = \frac{1}{EI} [M_p(1 + \varphi) + (M_k - M_p)(1 + \rho\varphi)]. \quad (33)$$

In equation (33) changes in curvature $\kappa(t)$ and in moments $M(t)$ are accounted for, according to (32), through relaxation index ρ [20], while EI stands for the bending stiffness of the beam in the analysed cross section.

Fig. 12 shows a general dependence between the change in curvature and bending moments versus time and the concrete creep function [23]. Three characteristic points, corresponding to the following actions: o – the beginning of loading, p – the beginning of bridge vertical alignment measurements, k – the end of the research, are distinguished on the diagram's horizontal axis. Curvature values and bending moments at the analysed time points are marked on the vertical axis while the horizontal axis shows the values of creep function $\varphi(t)$ in the considered time interval. Thus the ordinates of the graphs in Fig. 12 represent the course (passage) of time, but in terms of the concrete creep function.

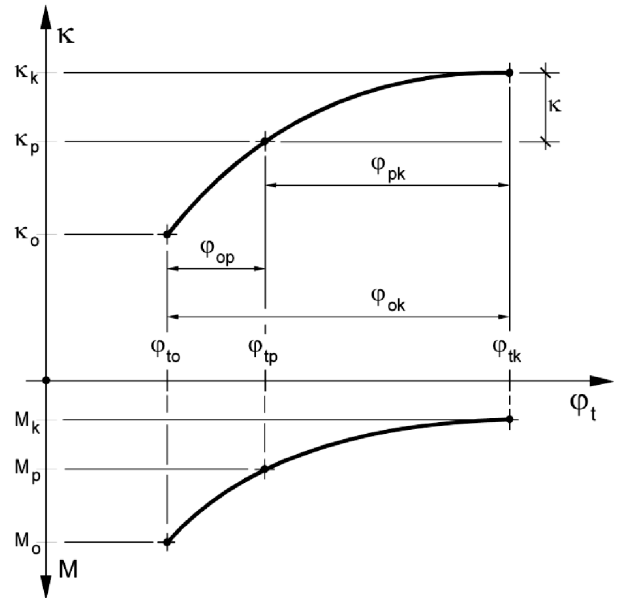


Fig. 12. Changes of curvature and bending moments in a function of creeping

Rys. 12. Zmiany krzywizny i momentów zginających w funkcji pełzania

It is assumed that at the beginning of research the curvature of the beam subjected to bending with moment $M_p = M(t_p)$ amounts to:

W pracy [19] przeanalizowano zmianę krzywizny $\kappa = \kappa_k - \kappa_p$ powstałą w przedziale czasu $t_k < \tau < t_p$, którą można opisać wzorem:

$$\kappa = \frac{1}{EI} [(M_p - M_k)(1 + \rho\varphi) - M_p\rho\varphi]. \quad (36)$$

Jeżeli wykorzystana się krzywiznę obliczoną na podstawie linii ugięcia (29) to z przekształcenia równania (36) uzyskuje się wzór na moment zginający w analizowanej chwili:

$$M_k(x) = \frac{EI(x) \cdot \kappa(x) + M_p(x) \cdot [1 - (1 - \rho)\varphi_{pk}]}{1 - \rho\varphi_{pk}}. \quad (37)$$

Zależności (32), (37) dotyczą pojedynczego przekroju poprzecznego przęsła. W każdym z analizowanych przekrojów poprzecznych występują zatem różne wartości funkcji zmiany krzywizny $\kappa(x)$ (Rys. 6) oraz różne momenty $M_p(x)$ i $M_k(x)$ w danym przedziale czasowym.

8. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Cechą charakterystyczną mostów wykonanych w technologii betonowania nawisowego, jako obiektów dużych rozpiętości jest powstawanie nadmiernych ugięć ($w > L/800$) wynikających z procesów reologicznych zachodzących w betonie i stali sprężającej [11]. Sumarycznym efektem użytkowania są zmiany niwelety mostu obserwowane podczas monitoringu obiektu jako wynik prowadzonych pomiarów geodezyjnych. W artykule różnicę niwelet pomiędzy dwoma, wybranymi okresami obserwacji (pomiarami) traktuje się jako linię ugięcia przęsła.

W przypadku mostów betonowanych nawisowo trudności dostarcza uwzględnienie wpływu zmiany schematu statycznego na przemieszczenia i momenty zginające w początkowej fazie budowy obiektu. Jej cechą charakterystyczną jest duże rozproszenie wyników pomiarów ugięcia spowodowane wieloma czynnikami technologicznymi o cechach losowych takimi jak: czas budowy segmentu, warunki klimatyczne, wytrzymałość betonu, wykorzystane kruszywo, stopień zbrojenia oraz stopień sprężenia [9, 10, 14, 19, 22, 23]. W tym okresie procesy reologiczne są nasilone a ich przebieg zróżnicowany. Z tego też powodu obliczenia niwelety w początkowej fazie budowy mostu z natury rzeczy muszą być realizowane jako indywidualne. W pracy podjęto się omówienia wyników pełzania betonu po zwarciu konstrukcji przęsła, gdy procesy reologiczne są już w miarę ustabilizowane, tak jak cechy fizyczne betonu.

Celem pracy było określenie dodatkowych momentów wzbudzonych, powstałych na początkowym etapie budowy a wynikających z pełzania betonu i zastosowanych technologii montażowych. Głównym problemem było określenie sił wewnętrznych i deformacji przęsła wynikających ze zmiany

$$\kappa_p = \frac{M_p}{EI}. \quad (34)$$

In the final phase of the measurements, according to formula (24) the curvature and bending moment $M_k = M(t_k)$ change and assume the following values:

$$\kappa_k = \frac{1}{EI} [M_p(1 + \varphi_{pk}) + (M_k - M_p)(1 + \rho\varphi_{pk})]. \quad (35)$$

Curvature change $\kappa = \kappa_k - \kappa_p$, which arose over time $t_k < \tau < t_p$, expressed by the formula:

$$\kappa = \frac{1}{EI} [(M_p - M_k)(1 + \rho\varphi) - M_p\rho\varphi]. \quad (36)$$

is analysed in [19]. If the curvature calculated on the basis of the deflection line (29) is used, then by transforming equation (36) one gets the following formula for the bending moment at the analysed time point:

$$M_k(x) = \frac{EI(x) \cdot \kappa(x) + M_p(x) \cdot [1 - (1 - \rho)\varphi_{pk}]}{1 - \rho\varphi_{pk}}. \quad (37)$$

Relations (32) and (37) apply to a single cross section of the span. Hence different values of curvature change function $\kappa(x)$ (Fig. 6) occur in each of the analysed cross sections and different moments $M_p(x)$ and $M_k(x)$ occur in the given time interval.

8. SUMMARY AND CONCLUSIONS

A characteristic feature of long-span concrete cantilever bridges is their excessive deflections ($w > L/800$), resulting from the rheological processes in the concrete and in the prestressing steel [11]. The total effect of the operational use of such bridges are changes in their vertical alignment detected by geodetic surveys in the course of bridge monitoring. A difference in span vertical alignment between two selected observations measurements is considered as a span deflection line in this paper.

In the case of cantilever concrete bridges, it is difficult to take into account the effect of a static scheme change on their displacements and bending moments in the initial phase of their construction. This is due to the wide scatter of deflection measurement results, caused by many random technological factors, such as: the segment construction time, the weather conditions, the strength of the concrete, the aggregate type used, the reinforcement ratio and the degree of prestress [9, 10, 14, 19, 22, 23]. In this period, rheological processes intensify and their courses vary. Therefore, it is natural that the bridge's vertical alignment in the initial construction phase has to be calculated individually. In this paper the effects of the creep of concrete after the span closure, when the rheological

schematu mostu: montażowego (wspornik) na układ użytkowy (belka ciągła). W artykule ograniczono się do uwzględnienia obciążenia przęsła jedynie ciężarem własnym i rozpatrzenia wpływu pełzania betonu. Zaproponowano charakterystyczną funkcję zmiany krzywizny (24), która może być zastosowana do szacowania deformacji przęsła po zwarciu konstrukcji. Na podstawie zapisów jej wartości w wyniku prowadzonego monitoringu obiektu funkcję zmiany krzywizny można również wykorzystać do oceny efektów reologicznych, trudnych do określenia z uwagi na wymienione wcześniej czynniki. Dodatkowo daje ona możliwość szacowania skuteczności procesów reologicznych i przewidywania zmian sił wewnętrznych, zgodnie ze wzorem (29).

Zaproponowany w pracy algorytm postępowania w przypadku analizy zmian ugięcia przęsła zilustrowano prostymi przykładami dotyczącymi początkowej fazy budowy mostu. Pozwoliły one na uzyskanie ogólnych rozwiązań w ujęciu parametrycznym. W przypadku projektowanych i budowanych przęsła z zasady występują indywidualne schematy statyczne, rozpiętości a szczególnie charakterystyki geometryczne wsporników, a nawet różnych cech fizycznych materiałów. Stąd system sprężenia montażowego i wtórnego powinien być opracowany indywidualnie, a wyniki obliczeń szczególnie dostosowane do analizowanego mostu. Przedstawiony w pracy algorytm obliczeń może być wykorzystany do analizy złożonych układów konstrukcyjnych (belek wielopręsłowych) o zmiennej sztywności. Może być on także użyteczny do szacowania efektów reologicznych we wzmacnianych mostach z użyciem sprężonych taśm [24] czy też sprężenia zewnętrznego [25].

BIBLIOGRAFIA / REFERENCES

- [1] *Piekarski J., Radomski W.*: Rozwój metody nawisowego betonowania w światowym mostownictwie. Seminarium „Budowa mostów betonowych metodą nawisową”. Warszawa 23 stycznia 2003, 7-21
- [2] *Piekarski J., Cebo S., Kujawski W.*: Nowy most przez Odrę w Opolu. *Inżynieria i Budownictwo*, **55**, 9, 1999, 473-478
- [3] *Jędrzejek S.*: Most przez Wisłę w ciągu autostrady A-1 pod Toruniem – projekt mostu, urządzeń technologicznych i wdrożenie. Seminarium Związku Mostowców Rzeczypospolitej Polskiej, Warszawa 23 stycznia 2003, 75-85
- [4] *Wolff M.*: Pierwsze w Polsce betonowe mosty zrealizowane metodą nawisową. Seminarium „Budowa mostów betonowych metodą nawisową”. Warszawa 23 stycznia 2003, 25-31

processes and the physical properties of the concrete are quite stable, were examined.

The aim of this study was to determine the additional secondary moments developed during the initial bridge erection phase and resulting from the creep of the concrete and the construction technologies used. The main problem was to determine the internal forces and deformations in the spans, resulting from the change of the bridge static scheme: from the cantilever scheme (during the construction stages) to the continuous beam (during the exploitation stage). The considerations concerning the span load were limited to the dead load and the effect of concrete creep. A characteristic curvature change function (24) was proposed. The function can be used to estimate the deformation of the span after the span closure. On the basis of its values recorded during the monitoring of the bridge one can also assess the rheological effects (difficult to determine due to the factors mentioned above). Moreover, the function enables one to estimate the effectiveness of rheological processes and predict changes in internal forces in accordance with formula (29).

The algorithm proposed for analysing changes in span deflection was illustrated with simple examples concerning the initial phase of bridge erection. Owing to this, parametrically formulated general solutions were obtained. As a rule, in the existing cases, spans are characterized by individual static schemes, span lengths and especially, cantilever geometrical characteristics and even different material properties. Therefore in each case the system of prestressing should be developed individually and the results of calculations should be adjusted to the given bridge. The computational algorithm presented in this paper can be used to analyse complex structural systems (continuous multi-span beams) with variable stiffness. It can be also useful for estimating rheological effects in reinforced bridges with prestressed CFRP strips [24] or external pre-stressing [25].

- [5] *Flaga K., Wanecki P.*: Budowa mostu Zwierzynieckiego w Krakowie. *Inżynieria i Budownictwo*, **57**, 12, 2001, 694-697
- [6] *Biliszczuk J., Hildebrand M., Machelski C., Sadowski K., Teichgraeber M.*: Belkowe mosty betonowe budowane metodami wspornikowymi. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2018
- [7] *Ornat M., Piekarski J.*: 20 lat technologii betonowania nawisowego w Polsce. Konferencja „Aktualne realizacje mostowe”, Wrocław 24-25 listopada 2011

- [8] *Ornat M., Wanecki P.*: Nowe mosty w Opolu, Krzyżanowicach, Krakowie i Wrocławiu. Seminarium Związku Mostowców Rzeczypospolitej Polskiej, Warszawa 23 stycznia 2003, 115-123
- [9] *Takacs P.F.*: Deflections in Concrete Cantilever Bridges: Observation and Theoretical Modelling. Doctoral Thesis, Trondheim 2002
- [10] *Bazant Z., Hubler M.H., Qiang Y.*: Excessive Creep Deflections: An Awakening. *Concrete International*, **8**, 33, 2011, 44-46
- [11] *Radomski W.*: Kilka uwag o efektach pełzania w konstrukcjach mostowych z betonu sprężonego. *Obiekty inżynierskie*, **2**, 2012, 15-25
- [12] *Biliszczyk J., Machelski C., Onysyk J., Węgrzyniak M.*: Stan dużych mostów z betonu sprężonego wybudowanych w latach 1954-1975. *Inżynieria i Budownictwo*, **52**, 9, 1996, 516-519
- [13] *Machelski C., Pisarek B.*: Change of the grade line of bridges constructed with cantilever concreting technology. *Architecture Civil Engineering Environment*, **11**, 2, 2018, 65-72
- [14] *Mutsuyoshi H., Duc Hai N., Kasuga A.*: Recent technology of pre-stressed concrete bridges in Japan. IABSE-JSCE Joint Conference on Advances in Bridge Engineering-II, August 8-10, 2010, Dhaka, Bangladesh
- [15] *Burdet O., Badoux M.*: Deflection monitoring of pre-stressed concrete bridges retrofitted by external post-tensioning. IABSSE Symposium, Rio de Janeiro 1999
- [16] *Kalny M., Soucek P., Kvasnicka V.*: Long-term behavior of balanced cantilever bridges. ACEB Workshop, Corfu 2010
- [17] *Navratil J., Zich M.*: Long-term deflections of cantilever segmental bridges. *The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering*, **8**, 3 2013, 190-195
- [18] *Kristek V., Bazant Z., Zich M., Kohoutkova A.*: Box Girder Bridge Deflections. *ACI Concrete International Journal*, **28**, 1, 2006, 55-63
- [19] *Bazant Z., Li G.H., Yu Q., Klein G., Kristek V.*: Explanation of Excessive Long-Time Deflections of Collapsed Record-Span Box Girder Bridge in Palau, Preliminary report. The 8th International Conference on Creep and Shrinkage of Concrete, 30 September 2008, Ise-Shima, Japan
- [20] *Rüsch H., Jungwirth D.*: Skurcz i pełzanie betonu w konstrukcjach betonowych. Arkady, Warszawa 1979
- [21] *Brunarski L.*: Podstawy reologii konstrukcji z betonu. Fundamentals of rheology of concrete structures. *Prace Naukowe, Instytut Techniki Budowlanej*, Warszawa 2019
- [22] *Kuczma M.*: Podstawy mechaniki konstrukcji z pamięcią kształtu. Modelowanie i numeryka. Oficyna Wydawnicza Uniwersytetu Zielonogórskiego, 2010
- [23] *Machelski C.*: The effects of dead loads in cantilever concreting bridges. *Architecture Civil Engineering Environment*, **1**, 2019, 109-120
- [24] *Piątek B., Siwowski T.*: Investigation of strengthening effectiveness of reinforced concrete bridge with prestressed CFRP strips. *Roads and Bridges - Drogi i Mosty*, **15**, 4, 2016, 301-314, DOI: 10.7409/rabdim.016.019
- [25] *Cieśla J., Biskup M., Topczewski Ł., Skawiński M.*: Cases of failure of bridge structures during the process of pre-stressing. *Roads and Bridges - Drogi i Mosty*, **16**, 1, 2017, 15-35, DOI: 10.7409/rabdim.017.002