

MAREK SZAFRAŃSKI<sup>1)</sup>

## DYNAMIC ANALYSIS OF THE RAILWAY BRIDGE SPAN UNDER MOVING LOADS

### ANALIZA DYNAMICZNA KOLEJOWEGO PRZĘŚŁA MOSTOWEGO POD OBCIĄŻENIEM RUCHOMYM

**STRESZCZENIE.** W pierwszej części artykułu dokonano przeglądu obecnego stanu wiedzy z zakresu dynamiki mostów kolejowych pod obciążeniem ruchomym. Szczególną uwagę poświęcono rozwojowi modeli obciążeń kolejowych oraz modelom interakcji dynamicznej przęsło-pojazd. Zwrócono uwagę na najważniejsze aspekty determinujące rozwój tej dziedziny wiedzy. Przeprowadzono dyskusję współczesnych sposobów definiowania modeli MES przęseł mostowych wykorzystywanych w analizach dynamicznych. W drugiej, praktycznej części pracy, przedstawiono wyniki symulacji numerycznych przejazdu obciążenia po konstrukcji mostu. Obciążenie kolejowe odwzorowano w postaci strumienia sił skupionych oraz strumienia oscylatorów jednomasowych. Rozważono drgania środka przęsła mostowego oraz masy pojazdu w zależności od prędkości ruchu. Parametry obciążenia przyjęto na podstawie rzeczywistego pojazdu szynowego – jednostki trakcyjnej serii EN57. Parametry konstrukcji przyjęto na podstawie mostowego przęsła odciążającego o rozpiętości 30 m. W obu przypadkach wszystkie potrzebne parametry dynamiczne przęsła uzyskano na podstawie badań wykorzystując techniki identyfikacji modalnej.

**SŁOWA KLUCZOWE:** analiza numeryczna, dynamika konstrukcji, identyfikacja modalna, mosty kolejowe, obciążenia kolejowe.

**ABSTRACT.** The first part of the paper provides a review of the state of knowledge of the dynamic behaviour of railway bridges under moving loads. Particular attention is paid to developments in modelling railway bridge loading and dynamic vehicle-span (structure) interaction. The most important aspects determining the advancements in this area of knowledge are identified. The contemporary techniques for defining bridge span finite element models used in dynamic analyses are also discussed. The second, practical part of the paper presents the results of numerical simulations of the passage of load along the bridge structure. The railway loads are represented by a series of concentrated forces and a series of single-mass oscillators. Vibration of the bridge span centre and the vehicle mass depending on the speed of travel are considered. The loading parameters are adopted to represent a real railway vehicle – EN57 electrical multiple unit. The structure's parameters were adopted on the basis of a 30 m long load-relieving span. In both cases modal identification techniques were used to obtain all the required dynamic parameters of the span under analysis on the basis of experimental data.

**KEYWORDS:** modal identification, numerical analysis, railway bridges, railway loads, structural dynamics.

DOI: 10.7409/rabdim.018.019

<sup>1)</sup> Politechnika Gdańska, Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska, Katedra Transportu Szynowego i Mostów, ul. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk; mszafran@pg.edu.pl

## 1. WSTĘP

W dniu 10 października 1829 roku dokonano prezentacji parowozu „Rakieta”, zbudowanego dla linii Liverpool-Manchester przez brytyjskiego inżyniera Georga Stephensona. Rok później, 15 września 1830, otwarto pierwszą na świecie linię kolejową łączącą wspomniane miasta. Wydarzenia te dały początek erze kolejnictwa na świecie. Z początkiem XX wieku nastąpił dynamiczny rozwój transportu szynowego. Od tego czasu obserwuje się ciągłą tendencję do zwiększania prędkości ruchu. Pierwszy pociąg dużych prędkości wprowadzono do ruchu w Japonii w 1964 roku. Osiągał on prędkość 210 km/h i kursował na magistrali Shinkansen, pomiędzy miastami Tokio i Osaka. Obecnie konwencjonalne pojazdy szynowe osiągają prędkości nawet do 350 km/h. Stanowią one podstawę kolejowego transportu pasażerskiego w wielu krajach, m.in. w Japonii, Chinach, Francji, Niemczech, Włoszech czy Hiszpanii. Wprowadzenie dużych prędkości w ruchu pasażerskim powoduje, że koleje stają się konkurencyjne w stosunku do transportu samochodowego już przy odległościach przekraczających 100 km, a w przypadku komunikacji lotniczej przy odległościach do 1000 km [1].

W Polsce największą inwestycją okresu powojennego była Centralna Magistrala Kolejowa (CMK) łącząca Grodzisk Mazowiecki z Zawierciem. Budowę rozpoczęto w 1971 roku, a ukończono w roku 1978. Przystosowano ją do ruchu pociągów z prędkościami do 160 km/h. Aktualne parametry techniczne tej linii umożliwiają kursowanie pociągów z prędkościami do 200 km/h. Obecnie na terytorium kraju prowadzi się modernizację wielu linii kolejowych, które mają na celu poprawę parametrów użytkowych, w tym prędkości ruchu. Linie te stanowią element europejskiej sieci transportowej i mają istotne znaczenie w międzynarodowych tranzytach kolejowych.

Wzrost prędkości ruchu powoduje eskalację oddziaływań przekazywanych przez tabor na konstrukcję i wymaga rozwiązania wielu złożonych zagadnień technicznych. Z punktu widzenia bezpieczeństwa ruchu i komfortu (szczególnie przy dużych prędkościach), ważne jest określenie amplitud drgań pojazdu i przęśła oraz sił ich wzajemnego oddziaływania. Konieczne jest w tym przypadku przeprowadzenie analiz dynamicznych, w których kluczowym elementem jest poprawne zdefiniowanie zintegrowanego modelu pojazd-przęśło. Poruszający się pojazd szynowy wywołuje drgania konstrukcji mostowej. Odpowiedź mostu wpływa jednocześnie na drgania pojazdu. Mamy zatem złożony, wzajemnie sprzężony układ dynamiczny, którego dokładna analiza jest zadaniem bardzo skomplikowanym. Historia

## 1. INTRODUCTION

On 10 October 1829 Robert Stephenson's Rocket locomotive was presented, as a vehicle to be used on the yet to be built Liverpool-Manchester railway line. The very line, being the first railway line in the world, was opened almost one year later, precisely on 15 September 1830. These two events marked the birth of the age of railways on a global scale. The beginning of the twentieth century witnessed rapid growth in the rail transport. A continuing trend towards increasing the speed of travel has been observed since that time. The first high-speed train was introduced into service in Japan in 1964. It travelled on the Shinkansen trunk line between Tokyo and Osaka reaching the maximum operating speed of 210 kmph. Nowadays the conventional railway vehicles can reach speeds up to 350 kmph. Such trains are presently the most important component of passenger transport in numerous countries across the world, including Japan, China, France, Germany, Italy and Spain. Due to launching of high-speed passenger services railway transport is becoming competitive with road transport already at distances in excess of 100 km and with air transport services at distances up to 1000 km [1].

The greatest railway project completed in Poland after WWII is the Central Railway Trunk Line (CMK) connecting the towns of Grodzisk Mazowiecki and Zawiercie. The construction works were commenced in 1971 and completed in 1978. The line was designed for the maximum travel speed of 160 kmph. Its current parameters allow for the trains to be operated at speeds of up to 200 kmph. At present a number of upgrading projects are being carried out on the Polish railway network to improve the operational parameters, including the maximum operating speeds. These lines are part of the European transport network and play a major role in the railway transit.

An increase in the operating speed results in intensification of the action of railway vehicles on the structure and entails the need to solve numerous complex engineering problems. From traffic safety and comfort of travel perspective (particularly relevant where high operating speeds are concerned) it is important to determine the vehicle's and bridge span's vibration amplitudes and interacting forces. To this end, it is necessary to perform dynamic analyses with correctly defined integrated vehicle-span model as their key element. A travelling railway vehicle induces vibration of the bridge structure. The bridge's response, in turn, affects the vehicle's vibration.

problematyki ruchu obciążenia po prześle mostowym sięga pierwszej połowy XIX wieku. Rozwój wspomnianej dyscypliny przedstawiono w pierwszej części pracy na podstawie studium literatury przedmiotu. W drugiej części pracy przedstawiono wyniki symulacji numerycznych przejazdu obciążenia po prześle mostowym. Zastosowano dwa uproszczone modele pojazdu: strumień sił skupionych oraz strumień oscylatorów jednomasowych. Dokonano ilościowego porównania obu przypadków. Potrzebne parametry zadania zdefiniowano na podstawie badań konstrukcji rzeczywistych.

## 2. ROZWÓJ MODELI DYNAMICZNYCH POJAZD-PRZESŁO

Pierwsze próby opisu dynamiki przęsła pod obciążeniem ruchomym dotyczyły przypadku siły skupionej poruszającej się ze stałą prędkością po belce Bernoulliego-Eulera. Zagadnienie to po raz pierwszy przedstawili Kryłow [2] oraz Timoshenko [3]. Równania sformułowano dla punktu środkowego belki, sprowadzając układ ciągły do układu o jednym stopniu swobody. Założenia oraz zapis równań ruchu znaleźć można także w monografii [4]. W przypadku znaczącej masy pojazdu w stosunku do masy jednostkowej przęsła istotną rolę odgrywa inercja obciążenia. Rozważając ten przypadek, badacze zastąpili siłę skupioną obciążeniem w postaci masy skupionej. Pierwsze rozwiązania problemu przedstawili Saller [5] oraz Jeffcott [6]. Wiele późniejszych prac opisuje, rozwija oraz porównuje oba przytoczone modele podstawowe. Analizowany jest wpływ różnych parametrów układu (prędkość, masa, sztywność, tłumienie) na odpowiedź dynamiczną przęsła, np. [7-9].

Modele sił skupionych oraz mas skupionych (modele nierezorowane) pozwalają na badanie odpowiedzi dynamicznej konstrukcji. Nie dają jednak możliwości analizy drgań samego pojazdu oraz wzajemnej interakcji obu podukładów. Najprostsze resorowane pojazdy modelowano w postaci oscylatorów sprężystych lub lepko-sprężystych [10-13]. Drgania pojazdu odnoszono do drgań masy, a za miarę sprzężenia dynamicznego pomiędzy pojazdem i przęsłem przyjmowano zmienność siły w sprężynie resoru.

Jednostkowe modele obciążeń (siły skupione, masy skupione, oscylatory) nie odzwierciedlają rzeczywistego obciążenia kolejowego. Modele takie można stosować w przypadku krótkich przęseł, niosących pojedyncze wózki, a nawet pojedyncze zestawy kołowe. Dlatego na przestrzeni lat zagadnienie drgań mostu wywołane ruchomym pojazdem było stale rozwijane. Dążono do coraz wierniejszego odwzorowania

As a result we have to do with a complex, interrelated dynamic system. A thorough analysis of this system poses a very difficult task. Origins of the research studies on the traffic loading of bridges date back to the first half of the 19<sup>th</sup> century. The development of this area of research is presented in the first part of this paper, based on literature review. This is followed by the second part presenting the results of numerical simulations of bridge span loading. The series of concentrated forces and the series of single-mass oscillators are the two simplified models of vehicle considered in the analysis. A quantitative comparison of these two cases is performed. The input parameters are defined based on the data obtained from the actual structures.

## 2. DEVELOPMENT OF VEHICLE-BRIDGE DYNAMIC MODELS

The first attempts to describe the dynamic behaviour of a bridge span under a moving load involved the case of a concentrated force moving at a constant velocity on the Bernoulli-Euler's beam. This problem was first presented by Krilov [2] and Timoshenko [3]. The equations were formulated for the centre point of the beam, thus reducing the continuum system to a single-DOF system. The assumptions and the expression of the equations of motion can be found in the monograph [4]. When the vehicle's weight is large in relation to the weight of the span per unit length, the inertia of load becomes important. When analysing this case the researchers replaced the concentrated force with a concentrated mass load. First solutions of this problem were proposed by Saller [5] and Jeffcott [6]. These two basic models were later described, developed and compared in a number of papers. The effect of different parameters of the system (such as velocity, weight, rigidity, damping) on the dynamic response of the bridge span was the subject of analyses, for example in [7-9].

The concentrated force and concentrated mass models (without spring suspension element) enable study the dynamic response of the structure. However, they do not allow for an analysis of vibration of the vehicle itself and of the interaction of the two sub-systems. The simplest vehicles with spring suspension were modelled as elastic or visco-elastic oscillators [10-13]. The vehicle vibrations were represented by the vibration of mass and the variation of force generated in the spring leaf was taken as the measure of dynamic coupling between the vehicle and the bridge span.

rzeczywistego charakteru obciążenia. Duży postęp w omawianej dziedzinie nastąpił wraz z rozwojem komputerów i metod numerycznych.

Pierwsze symulacje obciążenia rzeczywistymi pojazdami polegały na rozwinięciu modeli jednostkowych w układy o strukturze cyklicznej – strumienie obciążeń [14-16]. Rozstawy poszczególnych składowych przyjmowano w sekwencji regularnej (stały rozstaw) bądź odpowiadającej rzeczywistym rozstawom osi wózków lub zestawów kołowych. Określona prędkość i rozstaw osi powodują, że przejeżdżający pociąg stanowi źródło cyklicznego wymuszenia o ustalonej częstotliwości. Cykliczny charakter obciążenia może wywoływać niebezpieczne zjawiska rezonansowe. Wiele prac poświęcono badaniom tego problemu, m.in. [17-19].

Obecność nawierzchni kolejowej wpływa na parametry dynamiczne mostu oraz efekty wzajemnego oddziaływania taboru i przęsła. Dla obiektów dużych prędkości dominują nawierzchnie podsypkowe z uwagi na ich dobre właściwości tłumiące. W modelowaniu dynamicznym w większości przypadków stosuje się modele nawierzchni jedno- lub wielowarstwowe. W modelach jednowarstwowych szyny kolejowe modelowane są za pomocą belki Bernoulli'ego-Eulera lub belki Timoshenki, zaś podsypka i przytwierdzenia odwzorowywane są przy pomocy dyskretnych elementów lepko-sprężystych (belka na podłożu sprężysto-tłumiącym). Modele wielowarstwowe uwzględniają wewnętrzną strukturę nawierzchni poprzez uwzględnienie niezależnych mas podkładów, tłucznia i podbudowy [20-22].

Wymagania stawiane projektowanym liniom dużych prędkości dotyczą przede wszystkim bezpieczeństwa i stabilności jazdy oraz komfortu pasażerów. Z punktu widzenia bezpieczeństwa ruchu ważnym czynnikiem jest wzajemna relacja sił pionowych i poziomych, powstających w obszarze kontaktu koła i szyny. Określenie kryteriów komfortu możliwe jest przy uwzględnieniu interakcji pojazdu i przęsła. Uwarunkowania te były przyczyną tworzenia złożonych, płaskich lub przestrzennych modeli mechanicznych pojazdów o wielu stopniach swobody. Adaptowano również teorie opisujące zjawiska lokalne zachodzące w strefie kontaktu koła i szyny oraz wpływające na bezpośrednią współpracę obu tych elementów (kontakt tocny, wężykowanie, uderzenia boczne, nierówności geometryczne toru, itp.) [23-26]. Wspomniane, zaawansowane modele teoretyczne są powszechnie stosowane w złożonych analizach z zakresu mechaniki toru kolejowego, pojazdów szynowych oraz interakcji taboru i przęsła mostowego [27-30].

Złożoność układów mechanicznych wagonów, lokomotyw oraz nawierzchni kolejowej sprawia duże trudności w ich

The singular load models (concentrated forces, concentrated masses, oscillators) do not represent the real loading of a bridge by a railway vehicle. Their application is limited to short spans carrying single bogies or even single wheel-sets. For this reason, the issue of analysing bridge vibrations induced by a moving vehicle was constantly developed over the years. The purpose of these efforts was to achieve increasing accuracy of representation of the real loading situation. A considerable progress in this area was made along with advancement in computers and development of numerical methods.

The first simulations of loading with real vehicles consisted in developing the singular models into cyclic systems – series of loads [14-16]. The intervals between the respective components were either regular or corresponded to the actual spacing of bogie axles or wheel-sets. With the pre-determined vehicle speed and spacing of axles the moving train becomes a source of a cyclic excitation with a specific frequency imposed on the bridge. The cyclic nature of loading may induce dangerous resonance phenomena. This problem was the subject of a number of research studies, including those reported in [17-19].

The presence of the railway track affects the dynamic parameters of the bridge and the vehicle-structure interaction. Ballasted track systems are preferred on the high-speed railway bridges due to their good vibration damping properties. In dynamic modelling, the track systems are, in most cases, represented by single or multi-layer systems. In the single-layer models the track rails are modelled by means of the Bernoulli-Euler's or Timoshenko's beam and the ballast and fastenings are represented by discrete visco-elastic elements (beam resting on an elastic damping layer). In multi-layer models the internal structure of the track system is represented by incorporating independent masses representing the sleepers, ballast and sub-ballast [20-22].

The designed high-speed lines are required in the first place to meet travel safety and stability and passenger comfort requirements. The interrelation of vertical and horizontal forces generated at the wheel/rail contact area is an important factor from traffic safety perspective. The travel comfort criteria are definable when taking into account the vehicle-bridge interaction. These considerations were the reason for the development of complex multi-DOF two or three-dimensional mechanical models of vehicles. The theories describing the local phenomena occurring at the wheel/ rail contact area and influencing

matematycznym odwzorowaniu. Z jednej strony, im dokładniejszy jest model, tym wierniej oddaje rzeczywistość. Z drugiej strony rośnie liczba nieznanymi parametrów, które należy określić. Stwarza to podstawową trudność i dlatego, mimo ogromnych możliwości komputerów i procedur MES, w praktyce stosowane są często konserwatywne modele uproszczone [31-34].

### 3. MODELE MES PRZĘSŁ W ANALIZACH DYNAMICZNYCH

Obecnie analizy konstrukcji prowadzi się głównie przy wykorzystaniu programów MES. Dzięki temu można bardzo dokładnie odwzorować strukturę za pomocą modeli prętowych, powierzchniowych i bryłowych. Wybór sposobu modelowania zależy od celu analizy. Jeżeli celem jest określenie rozkładu sił i wytrzymałości elementów konstrukcji (stan graniczny nośności), to model musi być wykonany z uwzględnieniem szczegółów strukturalnych. W analizach statycznych tak złożone modele nie stwarzają problemów obliczeniowych, jednak w analizach dynamicznych są one często nieprzydatne. Wynika to z czasochłonności procedur *time-step* i dlatego, gdy interesują nas wzbudzone drgania i ugięcia (stan graniczny użytkowania), tworzy się często odrębne modele uproszczone. Parametry tych modeli (masa, sztywność, tłumienie) określić można na dwa sposoby [35]:

- a) poprzez porównanie z modelem szczegółowym (rozwiązanie problemu własnego) – sprawdza się w ten sposób poprawność rozkładu masy i sztywności, a szacunkowe tłumienie można przyjąć na podstawie dostępnych diagramów, np. [36],
- b) na podstawie badań *in-situ* rzeczywistej konstrukcji, stosując metody identyfikacji modalnej, np. [37].

Drugie podejście zarówno od strony jakościowej, jak i ilościowej jest z oczywistych względów lepsze. Pozwala bowiem na walidację modeli numerycznych na podstawie rzeczywistych charakterystyk modalnych (częstotliwości drgań, postaci drgań, liczb tłumienia). W niniejszej pracy walidację modelu przęsła mostowego wykonano na podstawie wyników badań przeprowadzonych podczas próbnego obciążenia.

### 4. ANALIZOWANY UKŁAD DYNAMICZNY POJAZD-PRZĘSŁO

Model przęsła wykonano na podstawie konstrukcji odciążającej typu mostowego KO30 (Rys. 1). Konstrukcje tego typu wykorzystywane są do budowy przejść przez istniejące nasypy kolejowe. Ich rolą jest odciążenie nasypu

the interaction of these two elements were also accommodated (rolling contact, hunting, lateral instability, geometrical imperfections of the track, etc.) [23-26]. The above-mentioned advanced theoretical models are commonly implemented in complex mechanical analyses of railway tracks, rail vehicles and vehicle-bridge interactions [27-30].

Due to complexity of mechanical systems composed of cars, locomotives and track systems their mathematical representation poses a considerable difficulty. On the one hand, the more detailed is the model, the more accurately it represents the reality. On the other hand, there are more unknown parameters which need to be specified. It is a major problem which in practice often makes the conservative simplified models a preferred choice, despite huge capacity offered by contemporary computers and finite-element procedures [31-34].

### 3. FEM MODELS OF BRIDGE SPANS IN DYNAMIC ANALYSES

Currently structural analyses are performed mainly using the finite-element computer programmes. They provide a very accurate representation of a structure with beam, shell and solid elements. The modelling method is chosen depending on the objective of the analysis. If the objective is to determine the distribution of forces and strength of the structural elements (ultimate limit states) the model needs to incorporate the structural details. While in static load analyses models with this level of complexity do not pose a problem at the calculation stage, it often makes them impractical for dynamic analyses. This is due to the time-consuming of time-step procedures and, as such, simplified bespoke models are often created to analyse induced vibrations and deflections (serviceability limit state). There are two ways to define the parameters of such models (weight, stiffness, damping) [35]:

- a) by comparison with a detailed model (solution of the eigenvalue problem) – thus verifying the weight and stiffness distribution and the estimated damping can be adopted on the basis of the available diagrams, such as [36],
- b) on the basis of *in-situ* test data, using the modal identification methods, such as [37].

For obvious reasons, the latter approach is better, from both qualitative and quantitative point of view. This is because it enables verification of numerical model assumptions on the basis of actual modal parameters (natural frequencies, mode shapes and damping ratios)

w rejonie prac rozbiórkowych poprzez przeniesienie reakcji od obciążenia ruchomego poza strefę prowadzonych prac. Przęsło zostało wbudowane w torze PKP PLK (tor nr 2) w celu utrzymania ciągłości ruchu kolejowego podczas budowy „Drogi Zielonej” w Gdańsku przez istniejący nasyp kolejowy magistrali E65.

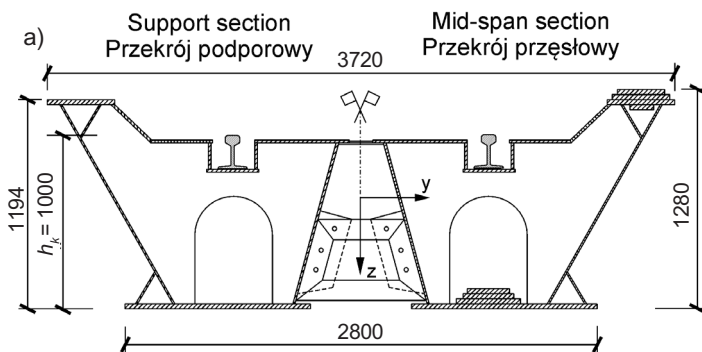


Fig. 1. KO30 bridge span: a) the cross-section scheme, b) the view of the span in service - track No. 2 PKP PLK

Rys. 1. Przęsło odciążające KO30: a) schemat przekroju poprzecznego, b) widok przęsła po wbudowaniu - tor nr 2 PKP PLK

Jest to konstrukcja skrzynkowa, blachownicowa o pochylonych środnikach i wgłębieniach korytkowych do bezpośredniego mocowania szyn. Rozpiętość przęsła wynosi 30 m, a całkowita szerokość 3.72 m. Przęsło dostosowano do przejazdów z prędkościami 60 km/h, osadzając je na żelbetowych, prefabrykowanych przyczółkach za pomocą klinowych łożysk stalowych. Szczegółowy opis konstrukcji przedstawiono w pracy [38]. Model obliczeniowy MES przęsła wykonano przy użyciu programu SOFiSTiK (Rys. 2). W opisie konstrukcji zastosowano elementy belkowe o 12 stopniach swobody. Elementy opisano wzdłuż osi węzłów leżącej na płaszczyźnie symetrii poprzecznej przęsła.

Geometrię i parametry materiałowe przyjęto na podstawie danych konstrukcyjnych. Kluczowe z punktu widzenia analiz dynamicznych jest poprawne zdefiniowanie parametrów dynamicznych. Rzeczywiste tłumienie można określić jedynie

In this paper the bridge span model validation is carried out using the load test data.

#### 4. THE ANALYSED VEHICLE-BRIDGE DYNAMIC SYSTEM

The span model used in this study is based on the KO30 load-relieving span (Fig. 1). Structures of this type are used to construct crossings through existing railway embankments. Their purpose is to unload the embankment in the area of dismantling works by transferring the reaction from moving load beyond the work zone. The span was incorporated in the track on the line operated by PKP PLK (track No. 2) to avoid closing the section on the existing E65 railway line during construction of the “Green Route” in Gdańsk.

The span is built of steel plate box section girders with inclined webs and built-in troughs to accommodate directly fixed rails. The span’s length is 30 m and its overall width is 3.72 m. It is supported on precast concrete abutments through steel wedge bearings to accommodate up to 60 km/h train speeds. A detailed description of the structure can be found in [38]. The finite-element model of the span was built in SOFiSTiK (Fig. 2). In this mode, the structure is represented with 12-DOF beam elements. The elements are defined along the axis connecting the nodes on the transverse plane of symmetry of the span.

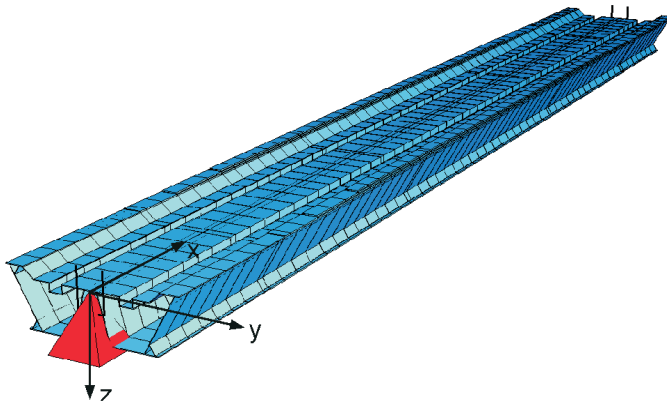


Fig. 2. Visualization of the FEM beam model of the bridge span KO30 (SOFiSTiK)

Rys. 2. Wizualizacja belkowego modelu MES przęsła KO30 (SOFiSTiK)

The span geometry and material parameters were adopted on the basis of the available structural data. Accurately defined dynamic parameters are of key importance for correct dynamic analyses. The actual vibration damping is the factor that can be determined only through experiments. In turn, given the natural frequency of vibration it

na podstawie badań. Z kolei częstotliwości drgań swobodnych dają pogląd na poprawność przyjętej masy i sztywności przęsła. Walidację modelu przeprowadzono na podstawie wyników badań in situ. Mierzono pionowe (czujniki A1v/L, A1v/P, A2v/L, A2v/P) oraz poziome (czujniki A1h/L, A1h/P, A2h/L, A2h/P) przyspieszenia konstrukcji w  $\frac{1}{2}$  i  $\frac{1}{4}$  rozpiętości przęsła (Rys. 3).

it is possible to assess the adopted span weight and rigidity. The model was validated with the in-situ data. The acceleration signals of the span were measured at mid-span and quarter-span points (Fig. 3) – vertical (sensors No. A1v/L, A1v/P, A2v/L, A2v/P) and horizontal (sensors No. A1h/L, A1h/P, A2h/L, A2h/P).

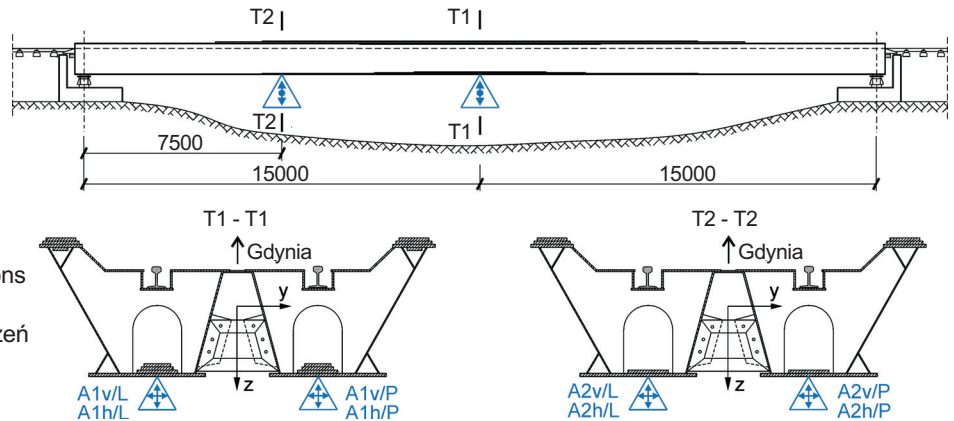


Fig. 3. Arrangement of sensors and directions of acceleration measurements

Rys. 3. Rozmieszczenie czujników i oznaczeń kierunków pomiarowych przyspieszeń

Identyfikację parametrów modalnych przeprowadzono na podstawie odpowiedzi swobodnych przęsła, wykorzystując algorytm metody realizacji własnej ERA (ang. *Eigensystem Realization Algorithm*) [39] oraz PP (ang. *Peak Picking*) [40]. Wzbudzenia drgań dokonywano poprzez przejazd lokomotywy ST44. Zakres drgań swobodnych obejmował czas liczony od chwili zjazdu obciążenia z konstrukcji do chwili wytłumienia się drgań (Rys. 4 i 5). Jako częstotliwość próbkowania przyjęto 250 Hz. Podobną metodykę zastosowano w pracy [41].

The modal parameters were identified on the basis of the free-decay response of the span using Eigensystem Realization Algorithm [39] and Peak Picking (PP) method [40]. Vibrations were excited by the passage of ST44 locomotive. The time interval of free vibration starts at the point when the train has just left the bridge and ends when the vibration has completely faded out (Figs. 4 and 5). The sampling frequency of 250 Hz was used. A similar procedure was applied in [41].

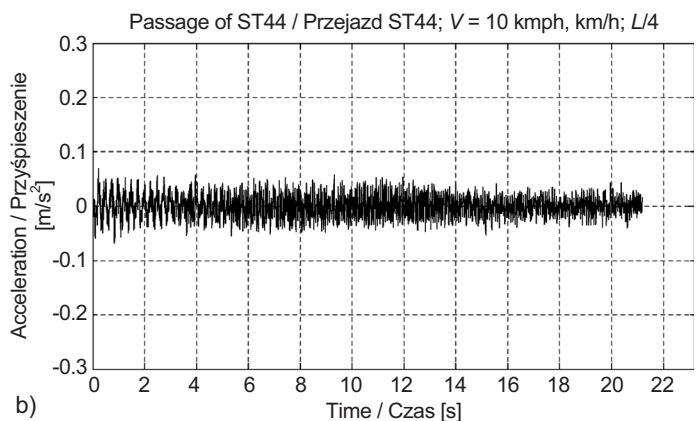
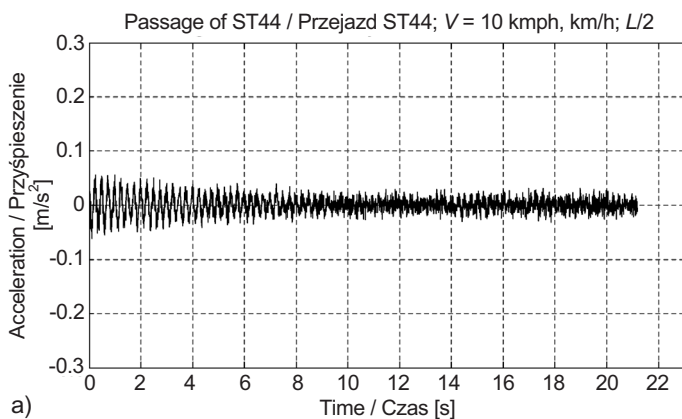


Fig. 4. Free-decay response of the bridge after the passage of ST44 locomotive with the speed of 10 kmph: a) vertical acceleration at the mid-span point (A1v/P), b) vertical acceleration at the quarter-span point (A2v/P)

Rys. 4. Odpowiedź swobodna przęsła po przejeździe lokomotywy ST44 z prędkością 10 km/h: a) przyspieszenia pionowe w  $\frac{1}{2}$  rozpiętości przęsła (A1v/P), b) przyspieszenia pionowe w  $\frac{1}{4}$  rozpiętości przęsła (A2v/P)

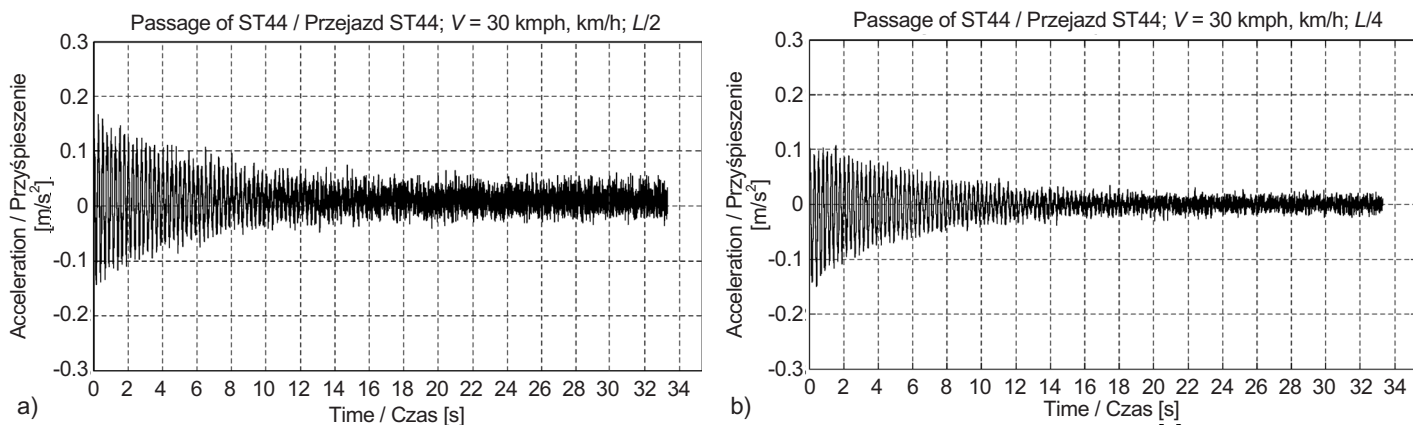


Fig. 5. Free-decay response of the bridge after the passage of ST44 locomotive with the speed of 30 kmph: a) vertical acceleration at the mid-span point (A1v/P), b) vertical acceleration at the quarter-span point (A2v/P)

Rys. 5. Odpowiedź swobodna przęsła po przejeździe lokomotywy ST44 z prędkością 30 km/h: a) przyspieszenia pionowe w  $\frac{1}{2}$  rozpiętości przęsła (A1v/P), b) przyspieszenia pionowe w  $\frac{1}{4}$  rozpiętości przęsła (A2v/P)

Algorytm ERA zwraca parametry modalne (częstotliwość  $f_i$ , liczbę tłumienia  $\xi_i$ , wektor postaci  $\phi_i$ ) odpowiadające kolejnym, identyfikowanym postaciom drgań. Ponieważ pomiary drgań dokonywane były w dwóch przekrojach na długości przęsła (Rys. 3), postaci drgań określono przy założeniu symetrii konstrukcji (dla belki swobodnie podpartej wektory postaci drgań odpowiadających sobie punków mają podobne wartości oraz kierunki zgodne lub przeciwne). Pomocne w ocenie było również rozwiązanie problemu własnego uzyskane z MES.

Na Rys. 6 pokazano diagram stabilizacyjny metody ERA w przypadku przejazdu lokomotywy z prędkością 10 km/h (przy tej prędkości zidentyfikowano największą liczbę postaci drgań). Na diagram naniesiono również odpowiednio przeskalowany wykres widma w postaci uśrednionej, znormalizowanej funkcji gęstości widmowej mocy (ANPSD) – linia niebieska. Analiza diagramu wskazuje na obecność w sygnałach czterech stabilnych częstotliwości (3,98 Hz, 13,31 Hz, 26,47 Hz, 40,49 Hz). Czerwone krzyżyki oznaczają, iż dla postaci, której odpowiada dana częstotliwość spełnione jest kryterium *MAC* na przyjętym poziomie zgodności co najmniej 98%. *MAC* (ang. *Modal Amplitude Coherence*) sprawdza zgodność przebiegu w czasie *i*-tej składowej odpowiedzi modalnej układu rzeczywistego (pomiar) – wektory  $\mathbf{q}_i$  oraz zidentyfikowanego modelu (ERA) – wektory  $\mathbf{p}_i$ . Współczynnik *MAC* dany jest jako unormowany iloczyn skalarny [42]:

$$MAC_i = \frac{|\mathbf{q}_i \mathbf{p}_i^*|}{\|\mathbf{q}_i\| \|\mathbf{p}_i\|}, \quad (1)$$

gdzie „\*” oznacza sprzężenie hermitowskie. Wartości *MAC* bliskie jedności oznaczają, że porównywane przebiegi są

The ERA algorithm returns the modal parameters (frequency  $f_i$ , damping ratio  $\xi_i$ , modal vector  $\phi_i$ ) corresponding to the subsequent identified vibration modes. Since the vibrations were measured at two cross-sections along the span (Fig. 3) the vibration modes were determined assuming symmetry of the structure (for a simple beam the mode shape vectors of the corresponding points have similar values and the same or opposite phases). The eigenproblem solution obtained from the finite-element analysis can also be useful in this evaluation.

Fig. 6 presents the ERA frequency stabilisation diagram for the locomotive passing with a 10 kmph speed (which is the speed with the greatest number of identified vibration modes). The diagram shows also an appropriately scaled diagram of the averaged normalized power spectral density (ANPSD) represented by the blue line. Analysing the diagram we note the presence of four stable frequencies in the recorded signals, namely 3.98 Hz, 13.31 Hz, 26.47 Hz, 40.49 Hz. The red crosses indicate that for the mode shape corresponding to a given frequency the *MAC* value of at least 98% is obtained. *MAC* (*Modal Amplitude Coherence*) is the parameter to verify the coherence between response history associated with the *i*<sup>th</sup> mode of the real system (measurement) – vectors  $\mathbf{q}_i$  and the identified model (ERA) – vectors  $\mathbf{p}_i$ . The *MAC* value is given as a normalised scalar product [42]:

where “\*” means the Hermitian transpose. *MAC* values close to unity indicate consistency of the compared



zgodne, a więc odpowiadające im parametry modalne z dużym przybliżeniem charakteryzują identyfikowany układ dynamiczny. Pozostałe rozwiązania (czarne punkty) można traktować jako obliczeniowe (niefizyczne).

vectors and, as such, the corresponding modal parameters describe the identified dynamic system with great approximation. The remaining solutions (black dots) can be treated as computational (non-physical) ones.

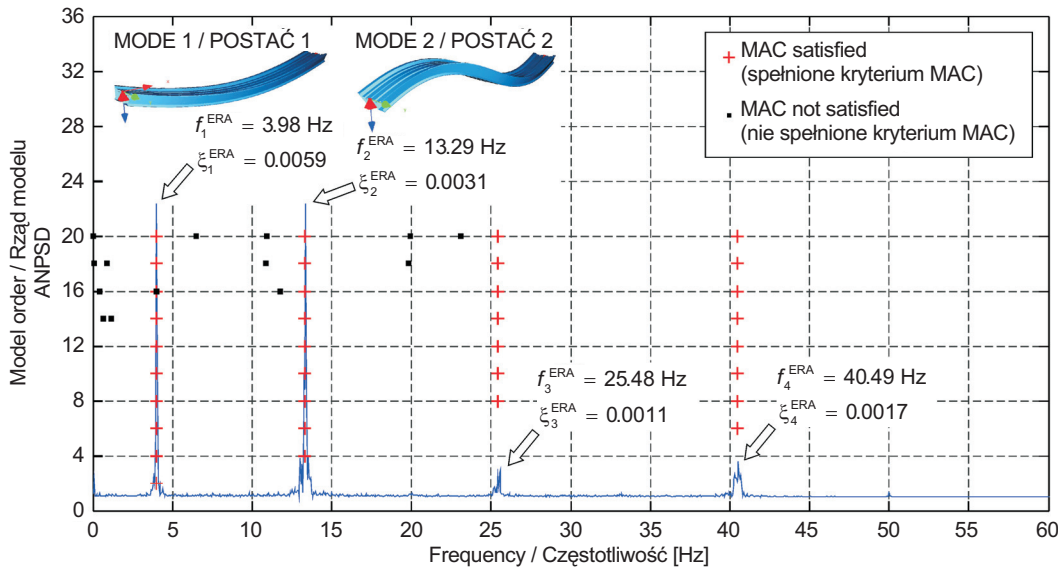


Fig. 6. The frequency stabilization diagram (ERA) with a marked function spectrum (ANPSD) of the bridge span for the locomotive speed of 10 km/h  
Rys. 6. Diagram stabilizacyjny częstotliwości (ERA) wraz z naniesionym wykresem widma (ANPSD) przęsła podczas przejazdu lokomotywy z prędkością 10 km/h

Na podstawie wyników identyfikacji modalnej dokonano walidacji parametrów dynamicznych modelu numerycznego. Częstotliwości drgań własnych zależą od wartości i rozkładu masy oraz sztywności konstrukcji. W komercyjnych systemach MES macierze sztywności oraz macierze mas generowane są na podstawie zdefiniowanych przekrojów, danych materiałowych oraz zastosowanej dyskretyzacji. Teoretyczne częstotliwości można dopasować do pomierzonych aktualizując masę konstrukcji poprzez np. zmianę ciężaru objętościowego materiału. Jest to prosta i powszechnie stosowana technika. Przedmiotowe przęsło wykonane jest ze stali St3M. Sztywność przekroju podporowego wynosi  $EI(0) = 66,5635 \cdot 10^5 \text{ kNm}^2$ , natomiast sztywność przekroju w środku rozpiętości ma wartość  $EI(L/2) = 16,69615 \cdot 10^6 \text{ kNm}^2$ . Całkowita masa przęsła wynosi 69,8 t. W modelu belkowym przęsła nie uwzględniono mas elementów, których wpływ na sztywność zginania jest znikomy (np. żeber pionowych, wsporników poprzecznic, łączników, itp.), a także masy wyposażenia (szyn kolejowych 60E1 wraz z przytwierdzeniami). W efekcie, porównując teoretyczne wyniki zagadnienia własnego z rezultatami identyfikacji modalnej, zwiększono ciężar objętościowy stali w modelu numerycznym o 16%.

W programie SOFiSTiK zastosowano model tłumienia Rayleigha (model masowo-sztywnościowy). W modelu tym macierz tłumienia  $\mathbf{C}$  stanowi kombinację liniową macierzy mas  $\mathbf{M}$  i sztywności  $\mathbf{K}$ :

The results of modal identification were used to validate the dynamic parameters of the numerical model. The natural frequencies depend on the mass value and distribution and structural rigidity of the system. In the commercially available FEM software the rigidity and mass matrices are generated on the basis of the defined cross-sections, material parameters and the applied discretisation scheme. The theoretical frequencies can be correlated with the measured ones by analysing the weight of the structure, for example by changing the weight density of the material. This is a simple and commonly used technique. The span under analysis is made of St3M steel. The stiffness values at the support and mid-span sections are  $EI(0) = 66.5635 \cdot 10^5 \text{ kNm}^2$  and  $EI(L/2) = 16.69615 \cdot 10^6 \text{ kNm}^2$  respectively. The span has the total mass of 69.8 t. The beam element model leaves out the masses of structural elements with ignorable influence on the bending stiffness (such as vertical ribs, cross-girder brackets, fasteners, etc.) and also the mass of secondary components (60E1 rails with fastening devices). As a result, on comparison of the theoretical results of eigenvalue problem with the modal identification results the weight density of steel used in the numerical model was increased by 16%.

The Rayleigh (mass- and stiffness-proportional) damping model is implemented in SOFiSTiK. In this model the damping matrix  $\mathbf{C}$  is obtained as a linear combination of

the mass matrix  $\mathbf{M}$  and the stiffness matrix  $\mathbf{K}$  according to the following formula:

$$\mathbf{C} = a\mathbf{M} + b\mathbf{K} . \quad (2)$$

Współczynniki proporcjonalności  $a$  i  $b$  wyznaczono na podstawie dwóch pierwszych, zidentyfikowanych (ERA) częstotliwości drgań giętych przęsła (Rys. 6):

$$a = \frac{4\pi f_i f_j (\xi_i f_j - \xi_j f_i)}{f_j^2 - f_i^2}, \quad b = \frac{\xi_2 f_2 - \xi_1 f_1}{\pi (f_2^2 - f_1^2)}, \quad (3)$$

gdzie  $f_1, f_2$  to częstotliwości drgań odpowiednio pierwszej oraz drugiej postaci własnej, natomiast  $\xi_1, \xi_2$  to odpowiadające im liczby tłumienia.

Poprawność definicji tłumienia w modelu numerycznym zweryfikowano poprzez porównanie logarytmicznych dekrementów tłumienia odpowiedzi pomierzonej ( $LDT^{pomiar}$ ) i teoretycznej ( $LDT^{model}$ ) dla pierwszej postaci drgań własnych. Do wyznaczenia wartości  $LDT^{pomiar}$  wykorzystano 12 kolejnych ekstremów  $z_i$  ofiltrowanego sygnału odpowiedzi swobodnej przęsła:

$$LDT^{pomiar} = \frac{1}{12} \ln \left( \frac{z_1}{z_{13}} \right) = 0.0383, \quad (4)$$

co daje wartość liczby tłumienia  $\xi_1^{pomiar} = LDT^{pomiar} / 2\pi = 0,0061$ . W porównaniu z liczbą tłumienia uzyskaną metodą ERA,  $\xi_1^{ERA} = 0,0059$  (Rys. 6), rozbieżność wynosi 3%. Analogicznie wyznaczono wartość logarytmicznego dekrementu tłumienia dla modelu MES przęsła. Teoretyczne przebiegi odpowiedzi swobodnej przęsła uzyskano na skutek przejazdu strumienia sił skupionych. W efekcie wyznaczono  $LDT^{model} = 0,0392$ , co daje wartość  $\xi_1^{MES} = 0,0062$ . Podsumowaniem walidacji parametrów dynamicznych jest Tabl. 1. Poziomy zgodności pomiędzy wartościami pomierzonymi oraz teoretycznymi wynoszą: 99,5% (pierwsza częstotliwość drgań własnych), 89% (druga częstotliwość drgań własnych), 98% (dekrement tłumienia).

The coefficients of proportionality  $a$  and  $b$  were determined on the basis of the first two identified (ERA) bending natural frequencies of the span (Fig. 6):

where  $f_1, f_2$  are the natural frequencies of the first and second modes and  $\xi_1, \xi_2$  are the corresponding damping ratios.

The correctness of damping definition in the numerical model was verified by comparing the logarithmic decrements of measured ( $LDT^{pomiar}$ ) and theoretical responses ( $LDT^{model}$ ) for the first mode. The value of  $LDT^{pomiar}$  was calculated using 12 subsequent peaks  $z_i$  of the filtered free-decay response of the span:

giving the damping ratio value of  $\xi_1^{pomiar} = LDT^{pomiar} / 2\pi = 0.0061$ . This yields 3% discrepancy with the damping ratio obtained with the ERA method, i.e.  $\xi_1^{ERA} = 0.0059$  (Fig. 6). The value of logarithmic decrement for the finite-element model of the span was determined likewise. The theoretical free-decay response of the span was obtained as a result of passage of a series of concentrated forces. The value of  $LDT^{model} = 0.0392$  was obtained to finally calculate the value of  $\xi_1^{MES} = 0.0062$ . The results of the dynamic parameters validation are summarised in Table 1. The following degrees of consistency between the measured and calculated values were obtained: 99.5% (the first natural frequency), 89% (the second natural frequency), 98% (the logarithmic decrement).

Table 1. Dynamic parameters of the KO30 bridge span (track 2 PKP PLK)

Tablica 1. Parametry dynamiczne przęsła KO30 (tor nr 2 PKP PLK)

Modal parameters (ERA) Parametry modalne (ERA)				Model parameters (MES) Parametry modelu (MES)				LDT		
$f_1$ [Hz]	$\xi_1$ [-]	$f_2$ [Hz]	$\xi_2$ [-]	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	$a$	$b$	$\xi_1$ [-]	$LDT^{pomiar}$	$LDT^{model}$
3.98	0.0059	13.29	0.0031	4.00	14.97	0.27317	$3.51 \cdot 10^{-5}$	0.0062	0.0383	0.0392

Modele obciążenia (Rys. 7) przyjęto na podstawie jednostki trakcyjnej serii EN57. Podstawowy zestaw składa się z dwóch wagonów rozrządowych (R) oraz jednego silnikowego

The moving load models (Fig. 7) were adopted to on the basis of EN57 electrical multiple unit. The basic multiple unit comprises two driving cars (R) and one motor car (S)

(S), przy czym najczęściej spotykane składy występują w konfiguracjach RSR, RSSR oraz RSRRSR. W pracy [43] przedstawiono rozwiązanie drgań przęsła poddanego działaniu pojedynczej, ruchomej siły skupionej oraz oscylatora lepko-sprężystego. Oba obciążenia zdefiniowano na podstawie połowy wagonu R. W niniejszej pracy pojazd odwzorowano za pomocą strumienia sił skupionych oraz strumienia oscylatorów jednomasowych. Skupienia masy wagonów dokonano w osi wózków przyjmując wypadkowy nacisk obu zestawów kołowych. W modelu oscylatorów jednomasowych całkowitą masę wagonu przyjęto jako resorowaną. Charakterystyki dynamiczne obciążenia zestawiono w Tabl. 2 [44]. Przyjęte na Rys. 7 oraz w Tabl. 2 oznaczenia to:  $P_R, M_R$  – odpowiednio ciężar i masa połowy wagonu rozrządczego,  $P_S, M_S$  – ciężar i masa połowy wagonu silnikowego,  $k_R, c_R$  – wypadkowa sztywność i współczynnik tłumienia na kierunku pionowym w osi wózka wagonu rozrządczego,  $k_S, c_S$  – wypadkowa sztywność i współczynnik tłumienia na kierunku pionowym w osi wózka wagonu silnikowego. W masie wagonów uwzględniono dodatkowo masę pasażerów. Liczbę pasażerów przyjęto równą liczbie miejsc siedzących w każdym z wagonów. Średnią masę pasażera przyjęto jako równą 80 kg. W efekcie masa wagonu R zwiększyła się o 4,96 t, a wagonu S o 7,68 t.

most often set up in RSR, RSSR and RSRRSR configurations. The solution of the vibration problem of a span subjected to a singular, moving concentrated force and visco-elastic oscillator is presented in [43]. Both loads are defined using half of the R car. In this study the vehicle is represented by a series of concentrated forces and a series of single-mass oscillators. The half of total mass of each car was concentrated in the relevant bogie axis, taking the resultant reaction of the two wheel-sets. The single-mass oscillator model assumes that the total mass of the car is sprung. The dynamic parameters of the load are compiled in Table 2 [44]. The meaning of symbols appearing in Fig. 7 and in Table 2 is as follows:  $P_R, M_R$  – halves of the driving car weight and mass respectively,  $P_S, M_S$  – halves of the motor car weight and mass respectively,  $k_R, c_R$  – resultant stiffness and damping ratio in the vertical direction on the axis of the driving car bogie,  $k_S, c_S$  – resultant stiffness and damping ratio in the vertical direction on the axis of the motor car bogie. The mass of the cars includes the mass of passengers. The number of passengers was taken as equalling the number of seats in each car. The average mass of passenger was taken at 80 kg. As a result the mass of cars R and S increased by 4.96 tons and 7.68 tons, respectively.

Table 2. Dynamic parameters of the considered EN57 - based railway load model [44]

Tablica 2. Parametry dynamiczne modelu obciążenia kolejowego na podstawie jednostki EN57 [44]

Mass / Masa [t]		Stiffness / Sztywność [kN/m]		Damping / Tłumienie [kNs/m]	
$M_R$	$M_S$	$k_R$	$k_S$	$c_R$	$c_S$
34.0+4.96	57.0+7.68	1381.5	2316.0	10.77	18.06

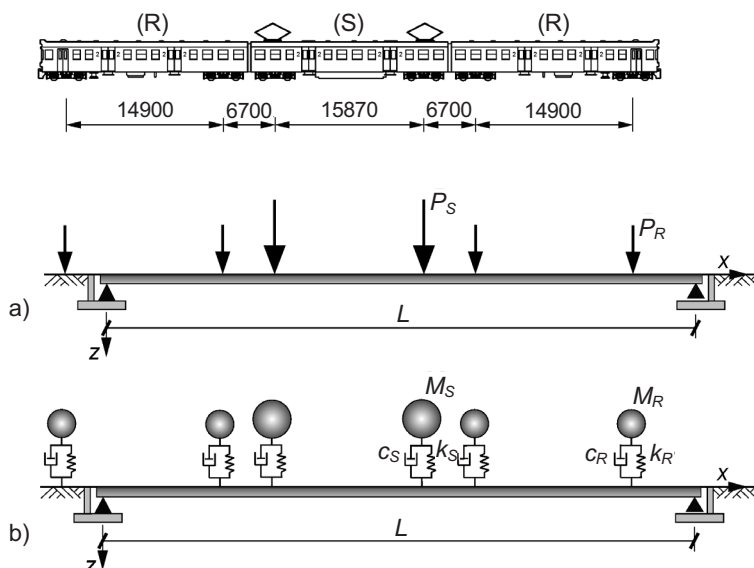


Fig. 7. The considered railway load models: a) the series of moving loads, b) the series of moving visco-elastic oscillators (total rail car mass assumed to be sprung)  
Rys. 7. Rozważane modele obciążenia kolejowego: a) strumień sił skupionych, b) strumień oscylatorów lepko-sprężystych (cała masa wagonu przyjęta jako resorowana)

## 5. SYMULACJE PRZEJAZDU OBCIĄŻENIA PO PRZĘŚLE MOSTOWYM

W symulacjach przyjęto tabor EN57 w konfiguracji RSRRSR (Rys. 8). Analizowano drgania pionowe środka przęsła oraz masy pojazdu wokół położenia równowagi statycznej. Obliczenia numeryczne wykonano w systemie SOFiSTiK, wykorzystując zaimplementowaną procedurę Newmarka. W przypadku modelu sił skupionych obliczenia realizowane są dla kolejnych ustawień obciążenia zgodnie z przyjętym krokiem całkowania przy wykorzystaniu informacji z kroku aktualnego i poprzedniego. W przypadku modelu oscylatorów jednomasowych dodatkową interakcję pomiędzy przęsłem a pojazdem zapewniają kontaktowe więzy lepkko-sprężyste pomiędzy masami pojazdu a węzłami kontaktowymi toru jezdneho.

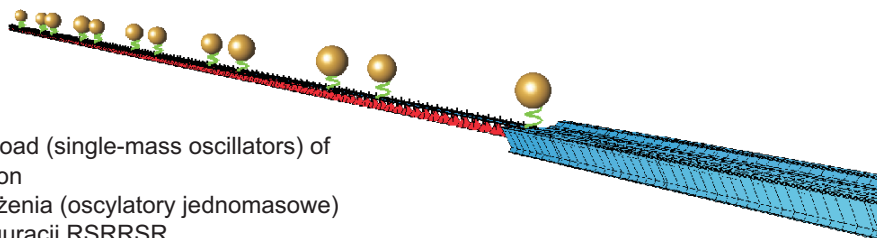


Fig. 8. Visualization of the railway load (single-mass oscillators) of EN57 train in RSRRSR configuration

Rys. 8. Wizualizacja modelu obciążenia (oscylatory jednomasowe) w przypadku taboru EN57 w konfiguracji RSRRSR

Porównania rozwiązań do obu modeli obciążenia dokonano przy prędkościach przejazdu 30 km/h, 60 km/h (maksymalna dopuszczona prędkość na przęsle) oraz 110 km/h (maksymalna możliwa prędkość taboru). Całkowanie numeryczne przeprowadzono z krokiem  $\Delta t = 0,004$  s, przyjmując parametry algorytmu Newmarka  $\gamma = 0,50$  oraz  $\beta = 0,25$  (metoda bezwarunkowo stabilna). Doboru kroku całkowania dokonano na podstawie analizy zbieżności rozwiązania. Analizowano wartości skuteczne (RMS) przyspieszeń przęsła w zakresie drgań wymuszonych. Następny co do wielkości krok 0,002 s uwidoczniał w porównaniu z krokiem 0,004 s procentową różnicę w wartości RMS na poziomie 1,2%. Krok krytyczny dla częstotliwości drgań przęsła 13,29 Hz (druga częstotliwość własna mająca znaczący udział w widmie) wynosi 0,0075 s.

Na Rys. od 9 do 11 porównano przebiegi przemieszczeń oraz przyspieszeń pionowych środka rozpiętości przęsła. Zgodnie z wytycznymi PN-EN 1990:2004 sygnały odfiltrowano w paśmie 0-30 Hz. We wszystkich analizowanych przypadkach model sił skupionych generuje wyższy poziom odpowiedzi przęsła. Widoczne jest to zarówno w zakresie drgań wymuszonych, jak i drgań swobodnych. Dodatkowe siły inercyjne związane z masami oscylatorów powodują redukcję drgań przęsła oraz mniejsze wymuszenie początkowe

## 5. SIMULATIONS OF A LOAD PASSING ALONG BRIDGE SPAN

The RSRRSR configuration of EN75 electric multiple unit was used in the simulations (Fig. 8). The mid-span vertical vibration of the bridge as well as the vehicle mass vibration were analysed. Static equilibrium position was the reference. Numerical calculations were carried out in SOFiSTiK using the implemented Newmark's scheme procedure. For the concentrated forces model, the calculations are carried out for subsequent load settings according to the adopted integration step, using the information from the current and previous steps. In the case of single-mass oscillator, visco-elastic constraints between the vehicle masses and contact nodes of the track are introduced to represent additional vehicle-structure interaction.

The solutions for two loading models were compared for train speeds of 30 kmph and 60 kmph (maximum permitted speed on the span) and 110 kmph (maximum operating speed of the train). A numerical integration was conducted with  $\Delta t = 0.004$  s time-step adopting the Newmark's algorithm parameters of  $\gamma = 0.50$  and  $\beta = 0.25$  (the unconditionally stable method). The integration step was adopted on the basis of convergence analysis. The RMS values were considered for the span accelerations in the forced vibration range. The next in size step of 0.002 s revealed a 1.2% difference in RMS value compared to 0.004 s. The critical time-step for the frequency of 13.29 Hz (the second natural frequency of the span with a significant share in the spectrum) is 0.0075 s.

Figs. from 9 to 11 compare the mid-span vertical displacements and accelerations over time. According to the guidelines of PN-EN 1990:2004 the signals were band-pass filtered from 0 Hz up to 30 Hz. In all the analysed cases the span response is greater in the concentrated forces model. This is observed both in the case of forced and free vibrations. Additional forces of inertia associated with the oscillator masses cause reduction of the span vibration and reduce initial excitation for the free vibration range (at the moment the load is leaving the

dla przedziału drgań swobodnych (w chwili zjazdu obciążenia z konstrukcji). Analiza wykresów przy prędkości 110 km/h uwidacznia znacznie większy (w porównaniu z pozostałymi) poziom drgań. Dla tej prędkości, czas pojawiania się osi wózków poszczególnych wagonów na „mierzonym” przekroju jest bliski dwóm okresom drgań swobodnych przęsła. W przypadku wagonu rozrządowego czas ten wynosi 0,49 s (rozstaw osi 14,90 m), a dla wagonu silnikowego jest równy 0,52 s (rozstaw osi 15,87 m). Okres drgań pierwszej postaci wynosi  $T_1 = 1/f_1 = 0,25$  s. Prędkość taboru EN57 wynosząca 110 km/h jest zatem dla rozważanej konstrukcji prędkością rezonansową. Należy jednocześnie zaznaczyć, że z uwagi na ograniczenia prędkości na przęsle, prędkość 110 km/h jest praktycznie nieosiągalna i dlatego analizy przeprowadzone w tym przypadku mają jedynie charakter studyjny.

structure). The analysis of the diagrams for the velocity of 110 kmph reveals a much higher level of vibration compared to other speed values. At this speed the time of arrival of the subsequent bogie axes on the measured cross-section is close to two time periods of free vibration of the span. This time is 0.49 s for the driving car (14.90 m wheelbase) and 0.52 s for the motor car (15.87 m wheelbase). The first mode time period is  $T_1 = 1/f_1 = 0.25$  s. Thus the EN57 train operating speed of 110 kmph is the resonant speed for the structure under analysis. However, it needs to be pointed out, that due to the speed limit imposed on the span this speed is practically unattainable and therefore the analyses performed for this case are theoretical by nature.

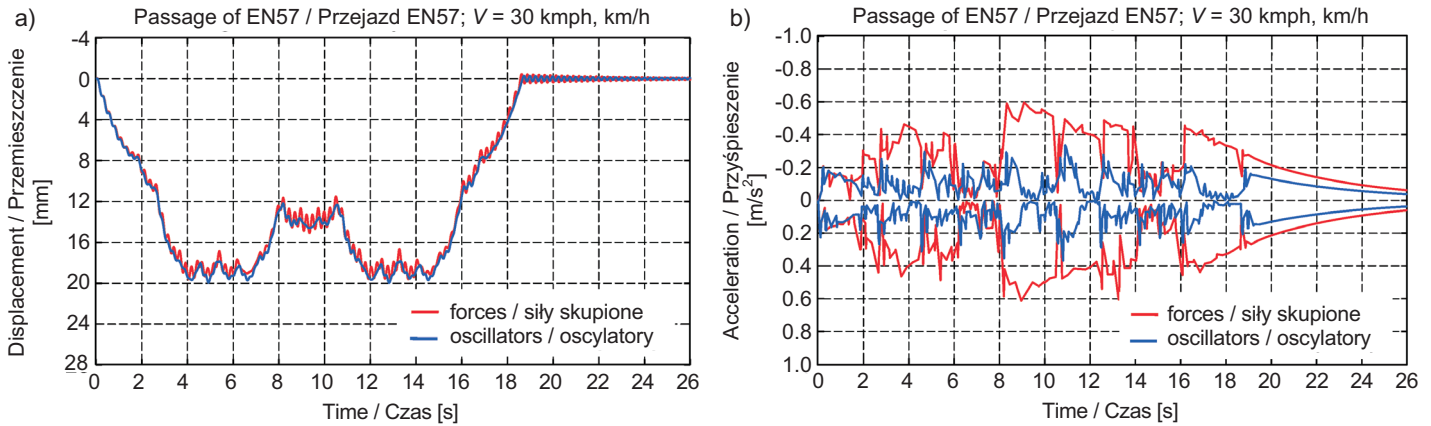


Fig. 9. Vertical displacements (a) and the envelope of vertical accelerations (b) of the KO30 bridge span for the train speed of 30 kmph  
Rys. 9. Przemieszczenia pionowe (a) oraz obwiednia przyspieszeń pionowych (b) przęsła KO30 dla prędkości pociągu 30 km/h

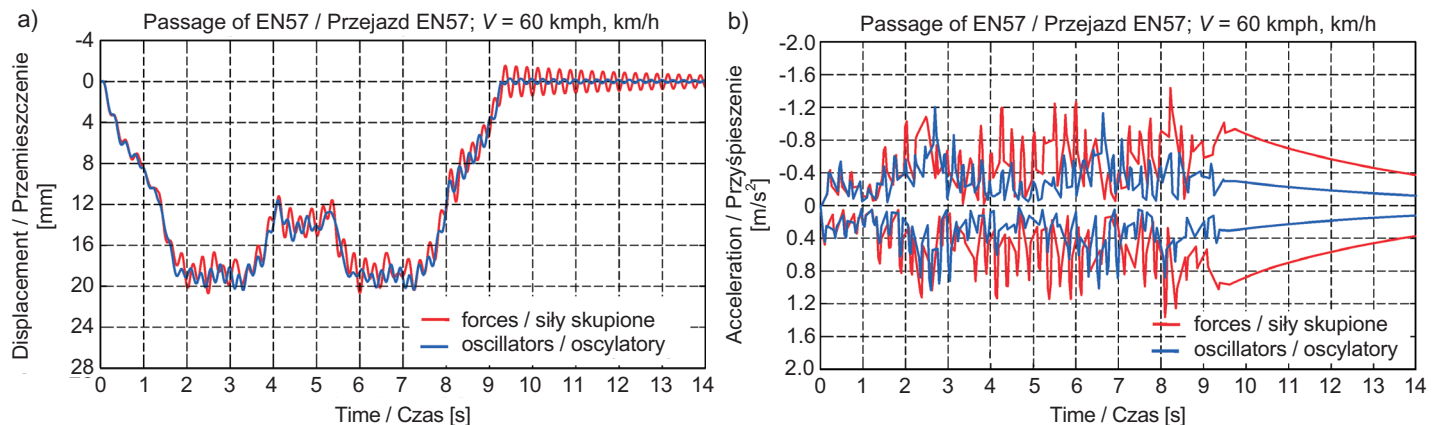


Fig. 10. Vertical displacements (a) and the envelope of vertical accelerations (b) of the KO30 bridge span for the train speed of 60 kmph  
Rys. 10. Przemieszczenia pionowe (a) oraz obwiednia przyspieszeń pionowych (b) przęsła KO30 dla prędkości pociągu 60 km/h

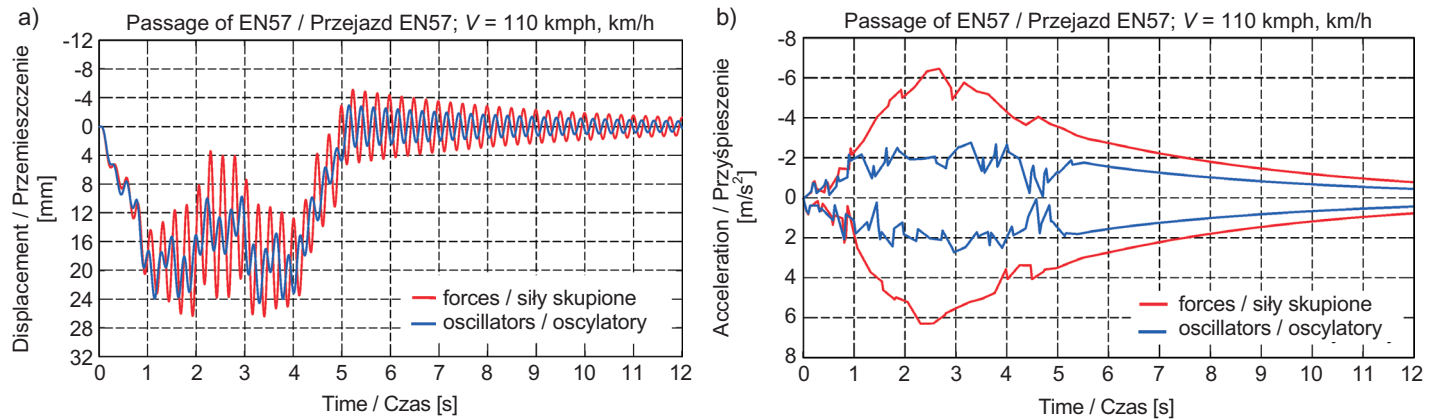


Fig. 11. Vertical displacements (a) and the envelope of vertical accelerations (b) of the KO30 bridge span for the train speed of 110 kmph  
Rys. 11. Przemieszczenia pionowe (a) oraz obwiednia przyspieszeń pionowych (b) przęsła KO30 dla prędkości pociągu 110 km/h

Na Rys. 12 przedstawiono zmienność przemieszczenia (skrócenie, wydłużenie) oraz siły w sprężynie oscylatora odwzorowującego wagon R w zależności od prędkości ruchu. Wykresy przedstawiają przyrosty analizowanych wielkości względem położenia równowagi statycznej masy. Przyjmując za miarę sprężenia dynamicznego między przęsłem a pojazdem wartość siły w resorowaniu, widoczny jest jej wzrost wraz ze wzrostem prędkości ruchu. Drgania masy oscylatora (nadwozia) również pokazują podobną tendencję (Rys. 13).

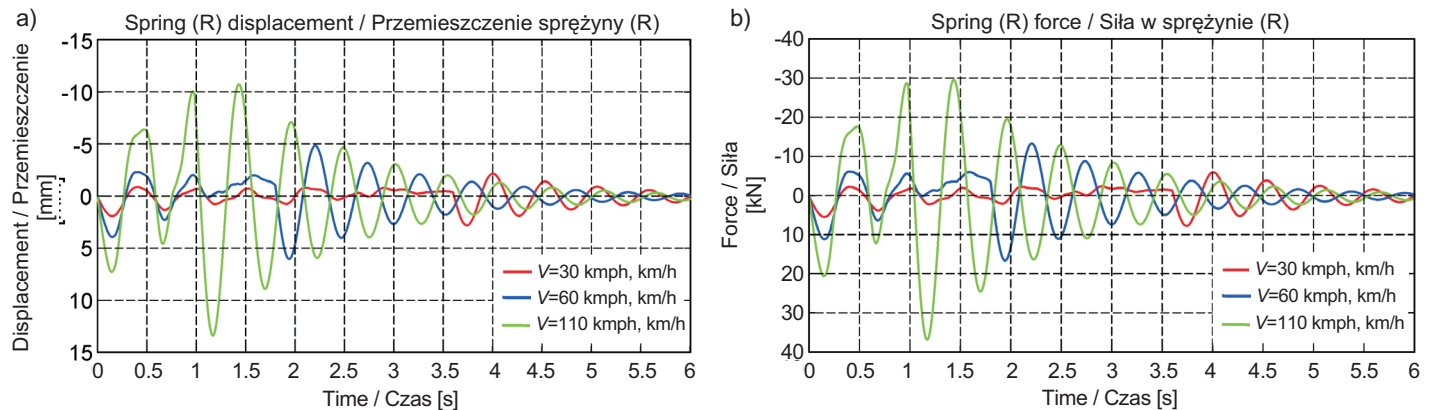


Fig. 12. Vertical spring displacements (a) and spring forces (b) of the oscillator R depending on the train speed  
Rys. 12. Przemieszczenia pionowe (a) oraz siły (b) w sprężynie oscylatora R w zależności od prędkości ruchu pociągu

Norma PN-EN 1990:2004 podaje kryteria nośności i używalności, jakie powinny być spełnione w przypadku kolejowych obiektów mostowych dużych prędkości. Analizę kryteriów przedstawiono np. w [29] dla mostu zespolonego na linii CMK. Rozważane przęsło mostowe jest konstrukcją tymczasową o znacznym ograniczeniu prędkości ruchu. Pomimo to otrzymane rezultaty odniesiono do kryteriów używalności w zakresie prędkości dopuszczalnych. Sprawdzeniu podlegają

The ultimate limit state and serviceability limit state criteria for high-speed railway bridges are given in PN-EN 1990:2004. These criteria are reviewed, for example in [29] for the steel-concrete composite bridge located on the CMK (Central Railway Trunk Line) in Poland. The analysed bridge span is a temporary structure with a low speed limit. Nevertheless, the results were related to the serviceability criteria in the permitted speed range. Proofing

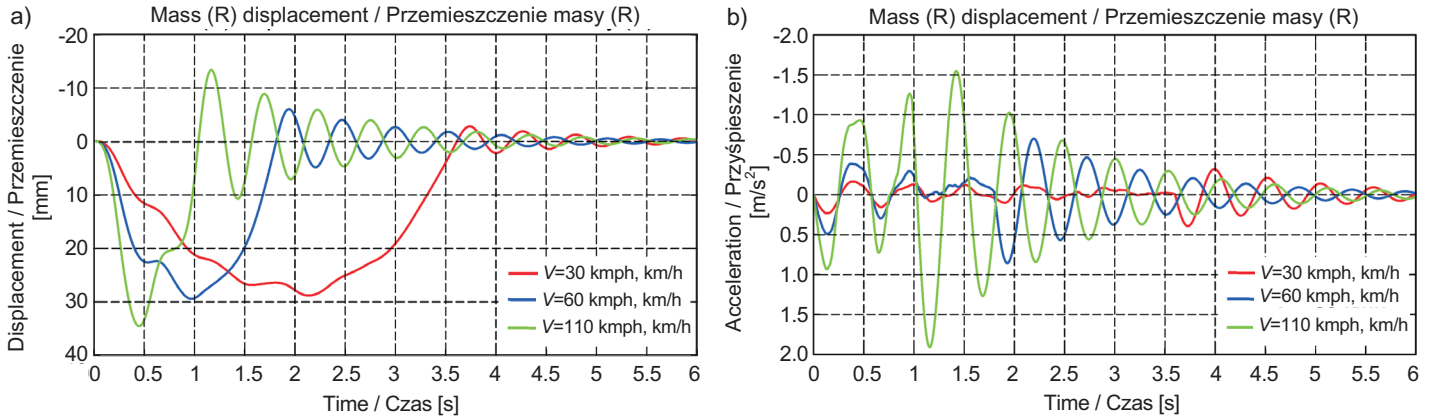


Fig. 13. Vertical displacements (a) and accelerations (b) of the mass of the oscillator R depending on the train speed

Rys. 13. Przeszczenia pionowe (a) oraz przyśpieszenia pionowe (b) masy oscylatora R w zależności od prędkości ruchu taboru

przeszczenia oraz przyśpieszenia pionowe przęła (bezpieczeństwo ruchu), a także przyśpieszenia pudła pojazdu (komfort pasażerów). Maksymalne przeszczenie pionowe przęła  $u_{\max}$  powinno spełniać warunek:

$$u_{\max} \leq u_{dop} \quad (5)$$

gdzie  $u_{dop} = L/600$  (dla rozważanego przęła  $u_{dop} = 50$  mm). Maksymalne przeszczenie pionowe dla prędkości 60 km/h wyniosło  $u_{\max} = 20,8$  mm (model sił skupionych) oraz  $u_{\max} = 20,4$  mm (model oscylatorów jednomasowych). Z kolei maksymalne przyśpieszenie pionowe przęła powinno spełniać warunek:

$$a_{\max} \leq a_{dop} \quad (6)$$

gdzie  $a_{dop} = 5$  m/s<sup>2</sup> (jazda bezpośrednia) w zakresie częstotliwości do maksymalnie 30 Hz, 1,5-krotnej częstotliwości podstawowej, trzeciej częstotliwości drgań zginania przęła. Przyjęto granicę 30 Hz jako najbardziej niekorzystną. Maksymalne przyśpieszenie przęła wyniosło  $a_{\max} = 1,54$  m/s<sup>2</sup> (model sił skupionych) oraz  $a_{\max} = 1,2$  m/s<sup>2</sup> (model oscylatorów jednomasowych).

Komfort pasażerów zależy od przyśpieszeń pudła pojazdu  $a_{p,\max}$  podczas przejazdu przez przęło mostowe oraz strefy dojazdowe. Warunek dany jest jako:

$$a_{p,\max} \leq a_{p,dop} \quad (7)$$

gdzie w zależności od wartości przyśpieszeń dopuszczalnych  $a_{p,dop}$  rozróżnia się trzy poziomy komfortu: bardzo dobry ( $a_{p,dop} = 1,0$  m/s<sup>2</sup>), dobry ( $a_{p,dop} = 1,3$  m/s<sup>2</sup>), dostateczny ( $a_{p,dop} = 2,0$  m/s<sup>2</sup>). Przyśpieszenia pudła odniesiono do przyśpieszeń masy resorowanej oscylatora. Wartość maksymalna  $a_{p,\max}$  wyniosła 0,82 m/s<sup>2</sup> i wystąpiła w chwili zjazdu oscylatora z przęła (efekt progowy).

covered vertical accelerations and displacements of the span (traffic safety), and accelerations of the car-body (comfort of travel). The maximum vertical displacement of the span  $u_{\max}$  should meet the following criterion:

where  $u_{dop} = L/600$  (for the case under analysis:  $u_{dop} = 50$  mm). The maximum vertical displacement for the speed of 60 km/h is  $u_{\max} = 20.8$  mm (the concentrated forces model) and  $u_{\max} = 20.4$  mm (the single-mass oscillators model). In turn, the maximum vertical acceleration of the span should meet the following condition:

where  $a_{dop} = 5$  m/s<sup>2</sup> (directly fastened rails) in the frequency range to: max. 30 Hz, 1.5-times the fundamental frequency, the third harmonic of bending of the bridge span. The limit of 30 Hz was chosen as the most unfavourable case. Given this limit, the maximum span accelerations of  $a_{\max} = 1.54$  m/s<sup>2</sup> (concentrated forces model) and  $a_{\max} = 1.2$  m/s<sup>2</sup> (single-mass oscillators model) were obtained.

The travel comfort of passengers depends on the vehicle body accelerations  $a_{p,\max}$  during passage over the bridge span and over the approach zones. This criterion is given as:

where three comfort levels defined by the permitted acceleration value  $a_{p,dop}$  are distinguished: very good ( $a_{p,dop} = 1.0$  m/s<sup>2</sup>), good ( $a_{p,dop} = 1.3$  m/s<sup>2</sup>), acceptable ( $a_{p,dop} = 2.0$  m/s<sup>2</sup>). The train body accelerations were related to the acceleration of the sprung mass of the oscillator. The maximum value of  $a_{p,\max}$  is equal to 0.82 m/s<sup>2</sup> and it occurs at the very moment of the oscillator leaving the span (threshold effect).

## 6. WNIOSKI

Poprawne zdefiniowanie zintegrowanego modelu konstrukcji i taboru warunkuje powodzenie analiz dynamicznych mostów kolejowych pod obciążeniem ruchomym. Kluczowym elementem tych analiz jest znajomość rzeczywistych parametrów dynamicznych zarówno przęsła jak i pojazdu. Na podstawie przeprowadzonych symulacji numerycznych przejazdu obciążenia po konstrukcji mostu można wyciągnąć następujące wnioski:

1. Sposób odwzorowania pojazdu w układzie pojazd-przęsło wpływa istotnie na wyniki analizy. Stwierdzono podobieństwo w jakościowej odpowiedzi konstrukcji i znaczne różnice w odpowiedzi ilościowej (poziomie amplitud drgań) przy zastosowaniu dwóch uproszczonych modeli pojazdu: strumienia sił skupionych oraz strumienia oscylatorów jednomasowych.
2. Model sił skupionych generuje większe wartości amplitud drgań przęsła. Masy resorowane wpływają stabilizująco na drgania przęsła, co widoczne jest szczególnie w przypadku prędkości rezonansowych.
3. Wraz ze wzrostem prędkości taboru wzrastają siły interakcji z przęsłem mostowym, co powoduje wzrost poziomu odpowiedzi zarówno mostu jak i pojazdu. Wzrost ten osiąga lokalne ekstrema w otoczeniu prędkości rezonansowych.
4. W świetle przepisów normy PN-EN 1990:2004, w zakresie dopuszczalnej prędkości 60 km/h, spełnione są kryteria używalności w zakresie ugięć i przyspieszeń pionowych przęsła. Przejazd przez przęsło cechuje się również „bardzo dobrym” poziomem komfortu.
5. Moment zjazdu taboru z przęsła działa wymuszająco na jego drgania. Poziom wymuszenia zależny od prędkości ruchu oraz sztywności przęsła i stref przejściowych wyznacza efekt progowy.

## BIBLIOGRAFIA / REFERENCES

- [1] *Towpik K.*: Infrastruktura transportu kolejowego. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, wyd. II, Warszawa, 2009
- [2] *Kryłow A.N.*: Über die erzwungenen Schwingungen von gleichförmigen elastischen Stäben. *Mathematische Annalen*, **61**, 2, 1905, 211-234
- [3] *Timoshenko S.P.*: Forced vibration of prismatic bars. *Izvestiya Kievskego Politekhnicheskogo Instituta*, **59**, 1908, 163-203
- [4] *Fryba L.*: *Vibration of Solids and Structures under Moving Loads*. Thomas Telford, London, 1972

## 6. CONCLUSIONS

A correctly defined integrated structure-vehicle model is the essential prerequisite for the success in the analysis of railway bridges under moving loads. The knowledge of the actual dynamic parameters of both the span and the vehicle is the crucial part of the analyses. The following conclusions can be drawn from the performed numerical simulations of the passage of load along the bridge structure:

1. The method of representing the vehicle in the vehicle-structure system significantly influences the results of the analysis. Despite a high degree of similarity in the qualitative response of the structure significant differences are observed in the quantitative response (level of the amplitude of vibration) when comparing two simplified vehicle models: a series of concentrated forces and a series of single-mass oscillators.
2. The concentrated forces model induces higher values of the vibration amplitudes of the bridge span. Sprung masses have a stabilising effect on the span vibration, which is particularly evident at the resonant speeds.
3. The vehicle-span interaction forces increase along with the increasing train velocity, resulting in a higher level of response of both the bridge and the vehicle. This increase has its local peaks around the resonant speeds.
4. In accordance with the provisions of PN-EN 1990:2004, regarding the permitted speed of 60 kmph, the deflection and vertical acceleration serviceability criteria are satisfied. A “very good” level of comfort is also ensured during passage over the span.
5. At the moment the train is leaving the span its vibration is induced. The level of excitation, depending on the speed of movement and the rigidity of the span and its approach zones determines the threshold effect.

- [5] *Saller H.*: Einfluss bewegter Last auf Eisenbahnoberbau und Brücken. Wiesbaden Kreidel, Berlin, 1921
- [6] *Jeffcott H.H.*: On the vibration of beams under the action of moving loads. *Philosophical Magazine, Series 7*, **8**, 48, 1929, 66-97
- [7] *Naleszkiewicz J.*: Z dynamiki belki mostowej. *Archivum Mechaniki Stosowanej*, Vol. 2, 1953, 517-544



- [8] *Akin J.E., Mofid M.*: Numerical solution for response of beam with moving mass. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, **115**, 1, 1989, 120-131
- [9] *Michaltsos G.T., Sophianopoulos D., Kounadis A.N.*: The effect of a moving mass and other parameters on the dynamic response of a simply supported beam. *Journal of Sounds and Vibrations*, **191**, 3, 1996, 357-362
- [10] *Kączkowski Z.*: O drganiach belki mostowej pod wpływem przesuwających się obciążeń. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Budownictwo*, Z. **20**, 201, 1967, 9-20
- [11] *Langer J.*: Studium dynamiki przęsła mostowego obciążonego ruchomym pojazdem. *Archiwum Inżynierii Lądowej*, **19**, 2, 1973, 255-262
- [12] *Yang Y.B., Lin C.W.*: Vehicle-bridge interaction and potential application. *Journal of Sounds and Vibration*, **284**, 1-2, 2005, 205-226
- [13] *Szcześniak W., Ataman M., Zbiciak A.*: Drgania belki sprężystej wywołane ruchomym, liniowym oscylatorem jednomasowym. *Roads and Bridges - Drogi i Mosty*, **1**, 2, 2002, 53-83
- [14] *Klasztorny M.*: Analiza drgań belki mostowej przenoszącej jednorodny strumień obciążeń ruchomych. *Archiwum Inżynierii Lądowej*, **36**, 3, 1990, 207-227
- [15] *Klasztorny M., Langer J.*: Warianty sformułowania i analiza równań równowagi dynamicznej konstrukcji mostowych poddanych działaniu strumieni obciążeń inercyjnych. *Archiwum Inżynierii Lądowej*, **36**, 1-2, 1990, 3-18
- [16] *Fryba L.*: A Rough assessment of railway bridges for high-speed trains. *Engineering Structures*, **23**, 5, 2001, 548-556
- [17] *Li J., Su M.*: The resonant vibration for a simply supported girder bridge under high-speed trains. *Journal of Sounds and Vibration*, **224**, 5, 1999, 897-915
- [18] *Xia H., Zhang N., Guo W.W.*: Analysis of resonance mechanism and conditions of train-bridge system. *Journal of Sounds and Vibration*, **297**, 3-5, 2006, 810-822
- [19] *Yang Y.B., Yau J.D., Hsu L.C.*: Vibration of simple beam due to trains moving at high speed. *Engineering Structures*, **19**, 11, 1997, 936-944
- [20] *Gao M.M., Pan J.Y.*: Coupling vibration analysis for train-track-bridge system. *Proceedings of the 6<sup>th</sup> European Conference on Structural Dynamics "EURODYN 2005"*, Millpress, 2005, Rotterdam, 1069-1075
- [21] *Klasztorny M.*: Analiza dynamiczna belkowych mostów zespolonych na CMK w warunkach zwiększonych prędkości pociągów (160 - 250) km/h. *Roads and Bridges - Drogi i Mosty*, **2**, 3, 2003, 73-93
- [22] *Wu Y.S., Yang Y.B.*: Steady-state response and riding comfort of trains moving over a series of simply supported bridges. *Engineering Structures*, **25**, 2, 2003, 251-265
- [24] *Klasztorny M.*: Dynamika mostów belkowych obciążonych pociągami szybkobieżnymi. WNT, Warszawa, 2005
- [25] *Xia H., Xu Y.L., Chan T.H.T.*: Dynamic interaction of long suspension bridges with running trains. *Journal of Sounds and Vibration*, **268**, 2, 2000, 263-280
- [26] *Zhang Q.L., Vrouwenvelder A., Wardenier J.*: Numerical simulation of train-bridge interactive dynamics. *Computer and Structures*, **79**, 10, 2001, 1059-1075
- [27] *Paião A., Fortunato E., Calçada R.*: The effect of differential settlements on the dynamic response of the train-track system: A numerical study. *Engineering Structures*, **88**, 2015, 216-224
- [28] *Bryja D., Hołubowski R., Gisterek I.*: Railroad vehicle modelling in probabilistic vibration analysis of a railway bridge with randomly fluctuating track ballast stiffness. *Proceedings of The 9<sup>th</sup> International Conference on Structural Dynamics "EURODYN 2014"*, Porto, Portugal, 2014, 2737-2744
- [29] *Podworna M.*: Dynamic response of steel-concrete composite bridges loaded by high-speed train. *Structural Engineering and Mechanics*, **62**, 2, 2017, 179-196
- [30] *Gou H., Zhou W., Yang Ch., Yi B., Pu Q.*: Dynamic response of a long-span concrete-filled steel tube tie arch bridge and the riding comfort of monorial trains. *Applied Sciences*, **8**, 4, 2018, 1-22
- [31] *Apanas L., Sturzbecher K.*: Analiza dynamiczna kratowego wiaduktu kolejowego w związku z dostosowaniem do przejazdu pociągów z dużymi prędkościami. *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej*, 5, 2009, 9-33
- [32] *Ribeiro D., Calçada R., Delgado R.*: Dynamic analysis of Alcácer do Sal railway bridge. *Proceedings of the 6<sup>th</sup> European Conference on Structural Dynamics "EURODYN 2005"*, Millpress, 2005, Rotterdam, 1661-1667
- [33] *Oleszek R., Radomski W.*: Dynamic analysis of an existing arch railway bridge according to Eurocodes. *Archives of Civil Engineering*, **LXII**, 4/I, 2016, 99-117
- [34] *Zobel H., Zbiciak A., Oleszek R., Michalczyk R., Mossakowski P.*: Numerical identification of the dynamic characteristics of a steel-concrete railway bridge. *Roads and Bridges - Drogi i Mosty*, **13**, 3, 2014, 189-215, DOI: 10.7409/rabdim.014.018

- [35] *Szafrński M., Żóltowski K.*: Modelowanie konstrukcji mostów pod kątem dynamicznym. Seminarium „Mosty Kolejowe”, Warszawa - Jachranka, 2013, 101-115
- [36] *Żóltowski K., Kozakiewicz A., Romaszkiwicz T., Szafrński M., Madaj A., Falkiewicz R., Raduszkiewicz K., Redzimski K.*: Przebudowa mostu kolejowego przez rzekę Pilicę z przystosowaniem do dużych prędkości. Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 8, 2010, 289-299
- [37] *Calcada R., Cunha A., Delgado R.*: Dynamic analysis of metallic arch railway bridge. *Journal of Bridge Engineering*, 7, 4, 2002, 214-222
- [38] *Żóltowski K., Szafrński M., Kozakiewicz A.*: Zastosowanie istniejących przęseł odciażających typu mostowego dla prędkości eksploatacyjnych do 60 km/h. *Mosty*, 2, 2013, 24-27
- [39] *Juang J.N., Pappa R.S.*: An eigensystem realization algorithm for modal parameter identification and model reduction. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 8, 5, 1985, 620-627
- [40] *Bendat J., Piersol A.*: Engineering applications of correlation and spectral analysis. John Wiley & Sons, Inc., 1980
- [41] *Szafrński M.*: Dynamika mostu kolejowego małej rozpiętości pod obciążeniem ruchomym. Materiały konferencyjne 64. Konferencji Naukowej Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN oraz Komitetu Nauki PZITB „KRYNICA 2018”, Krynica Zdrój, 2018, 281-282
- [42] *Juang J.N.*: Applied system identification. Englewood Cliffs, Prentice-Hall PTR, New Jersey, Inc., 1994
- [43] *Szafrński M.*: Vibration of the bridge under moving singular loads - theoretical formulation and numerical solution. *Journal of Applied Mathematics and Computational Mechanics*, 15, 1, 2016, 169-180
- [44] *Szafrński M.*: Oddziaływania taboru na mosty kolejowe przy zmiennych parametrach ruchu. Rozprawa doktorska, Politechnika Gdańska, Gdańsk, 2014