

BEATA GAJEWSKA¹⁾MARCIN GAJEWSKI²⁾CEZARY KRASZEWSKI³⁾

ANALYSIS OF A FLEXIBLE ROAD PAVEMENT ON A SUBGRADE WITH AN INCLUSION IN THE FORM OF A PIPELINE RUNNING ALONG THE ROAD AXIS

ANALIZA PODATNEJ NAWIERZCHNI DROGOWEJ NA PODŁOŻU Z INKLUZJĄ W POSTACI KANAŁU WYKONANEGO WZDŁUŻ OSI JEZDNI

STRESZCZENIE. W artykule przedstawiono analizę podatnej nawierzchni drogowej z rurociągiem betonowym wzdłuż osi drogi położonym tuż pod jej nawierzchnią. Podłoża takiej nawierzchni nie można uznać za jednorodne. W takim przypadku projekt nie może ograniczyć się jedynie do wyboru katalogowej konstrukcji czy bezpośredniego zastosowania metody mechanistyczno-empirycznej. Konieczne są dodatkowe analizy w celu oceny, czy proponowana konstrukcja drogi zapewni właściwą ochronę znajdujących się w podłożu budowli. Zagadnienie rozpatrywano jako trójwymiarowe, a analizy wykonano przy wykorzystaniu metody elementów skończonych. W ramach pracy dokonano oceny proponowanych wariantów projektowych oraz wskazano rozwiązanie rekomendowane dla analizowanego przypadku. Dodatkowo zaprezentowano wyniki analiz parametrycznych wybranego wariantu, prowadzonych w celu ustalenia wpływu parametrów zasypki na odkształcenie zbrojenia geosyntetycznego w podbudowie oraz naprężenia rozciągające w rurze betonowej.

SŁOWA KLUCZOWE: analiza parametryczna, inkluzje w podłożu, MES, projektowanie nawierzchni podatnych.

ABSTRACT. The paper presents an analysis of a flexible road pavement with a concrete pipeline running along the road axis, just under the pavement. The subgrade of such a pavement cannot be regarded as homogenous and the design cannot be limited to merely the selection of a catalogue pavement structure or to the direct application of the mechanistic-empirical method. Additional analyses are necessary in order to evaluate whether the proposed road design will provide proper protection for the underground structures located in the subgrade. The problem is considered as three-dimensional and the analyses are carried out using the finite element method. The proposed design variants are evaluated and the solution recommended for considered case is indicated. Moreover, the results of parametric analyses of the selected variant, carried out to determine the influence of the backfill parameters on the deformation of the geosynthetic reinforcement in the road foundation and on the tensile stresses in the concrete pipe, are presented.

KEYWORDS: designing flexible pavements, FEM, parametric analysis, subgrade inclusions.

DOI: 10.7409/rabdim.018.018

¹⁾ Instytut Badawczy Dróg i Mostów, ul. Instytutowa 1, 03-302 Warszawa; bgajewska@ibdim.edu.pl (✉)

²⁾ Instytut Badawczy Dróg i Mostów, ul. Instytutowa 1, 03-302 Warszawa; mgajewski@ibdim.edu.pl

³⁾ Instytut Badawczy Dróg i Mostów, ul. Instytutowa 1, 03-302 Warszawa; ckraszewski@ibdim.edu.pl

1. WPROWADZENIE

Przy projektowaniu nawierzchni drogowych najczęściej stosowana jest metoda mechanistyczno-empiryczna albo wybierane jest rozwiązywanie katalogowe w zależności od kategorii ruchu [1-3]. Ponadto analizowana jest trwałość zmęczeniowa konstrukcji nawierzchni [4], [5]. W przypadku metody mechanistyczno-empirycznej konstrukcję drogową modeluje się jako półprzestrzeń warstw sprężystych obciążoną na kołowym obszarze tak, aby spełnione było założenie o symetrii osiowej [6-8]. Każda z warstw modelu ma w płaszczyźnie poziomej nieograniczony wymiar oraz stałą grubość. Miąższość najniższej warstwy jest nieograniczona. Przyjmuje się, że materiał każdej warstwy jest jednorodny, izotropowy i liniowo sprężysty. W związku z tym każdą warstwę charakteryzuje odpowiednio moduł sprężystości E i współczynnik Poisson'a ν . Ze względu na krótkotrwały charakter obciążen nawierzchni drogowej racjonalne wydaje się przyjmowanie modułów sprężystości określanych krótkotrwałym pulsem siły, np. badania terenowe FWD lub laboratoryjne [9-11], przy czym pomijane są siły masowe. Wszystkie powyższe założenia są słuszne, gdy nawierzchnia wykonywana jest na jednorodnym podłożu. W dostępnej literaturze nie napotkano analiz konstrukcji drogi nad betonowym kanałem o nienormatywnym przykryciu. Chen i inni [12] analizowali numerycznie wpływ stałego, przemieszczającego się obciążenia na rurociąg pod czterowarstwową nawierzchnią półsztywną. Trójwymiarowa analiza FEM stalowego rurociągu obciążonego ruchem w zależności od rodzaju pojazdów, parametrów rurociągu i parametrów gruntu była przedmiotem badań Neya i innych [13]. Analizy wykazały, że maksymalne naprężenia główne są znaczące w przypadku przykrycia rurociągu mniejszego niż 1 m i maleją wraz ze wzrostem grubości przykrycia, prędkością pojazdu i wzrostem modułu sprężystości gruntu. W przypadku niewielkiego przykrycia decydujące są naprężenia wywołane przez pojazdy poruszające się w kierunku normalnym do osi rurociągu. Wpływ kierunku poruszania się pojazdów zmniejsza się wraz ze wzrostem przykrycia rurociągu i wzrostem modułu sprężystości gruntu.

W przypadku występowania w podłożu nawierzchni, w bezpośredniej strefie oddziaływania pojazdów konstrukcji podziemnej należy każdorazowo rozpatrzyć problem indywidualnie. Celem podjętych analiz było rozwiązywanie problemu inżynierskiego konstrukcji podatnej nawierzchni drogowej na niejednorodnym podłożu. W podłożu projektowanej nawierzchni znajduje się kanał żelbetowy DN 1600 mm o długości około 500 m, wykonany z rur betonowych. Wierzch kanału znajduje się około 50 cm od poziomu niwelety nawierzchni projektowanej drogi o natężeniu ruchu

1. INTRODUCTION

The mechanistic-empirical method is most often used to design road pavements or a catalogue road pavement/structure appropriate for the traffic class is selected [1-3]. Also the fatigue life of the pavement structure is considered [4], [5]. In the case of the mechanistic-empirical method, the pavement structure is modelled as a half-space of elastic layers, loaded within a circular area to satisfy the axial symmetry assumption [6-8]. In the horizontal plane each of the model layers has an unlimited dimension and a constant thickness. The thickness of the lowest layer is unlimited. It is assumed that the material of each of the layers is homogenous, isotropic and linear elastic. Thus each of the layers is characterized by appropriate elastic modulus E and Poisson's ratio ν . Considering the transient character of pavement loads, it seems rational to adopt elasticity moduli determined by applying a short-duration force pulse, e.g. FWD field tests or laboratory tests [9-11], but body mass forces are omitted. All the above assumptions are valid when the pavement is to be built on a homogenous sub-grade. In the available literature one cannot find any analyses of road construction over a concrete pipeline buried at a non-standard depth. Chen et al. [12] analysed numerically the effect of a moving constant load on a pipeline located under a semirigid four-course pavement. A 3D FEM analysis of a steel pipeline loaded with traffic was carried out, depending on the type of vehicles, the pipeline parameters and the soil parameters, by Neya et al. [13]. The analysis showed that the maximum principal stress is significant for a pipeline burial depth of less than 1 m and decreases with increasing burial depth, vehicle speed and the E modulus of the soil. In the case of a shallow depth, the loads induced by vehicles moving in the direction normal to the pipe axis are decisive. The effect of the direction in which the vehicles move decreases with increasing burial depth and the E modulus of the soil.

When there is a buried structure in the direct vehicle influence zone in the pavement subgrade, each time the problem should be considered individually. The aim of this research was to solve the engineering problem of a flexible road pavement structure on a heterogenous subgrade. A reinforced concrete pipeline with a nominal diameter of 1600 mm and a length of about 500 m, made of concrete pipes, is buried in the subgrade of the pavement to be designed. The top of the pipeline is situated about 50 cm below the pavement grade line level of the road to be designed for traffic volume KR2. This pipeline burial depth is non-standard [14]. Thus there was a concern that

KR2. Jest to nienormatywne przykrycie kanału [14]. Istniała zatem obawa, czy nie nastąpi jego zniszczenie. W pracy rozważono różne warianty konstrukcji: możliwość zastosowania geosyntetyków, wykonania płyty żelbetowej [15] oraz odpowiedniego wzmacniania podbudowy nawierzchni drogowej.

2. PROPONOWANE WARIANTY KONSTRUKCJI DROGI

Problem inżynierski polega na zaprojektowaniu konstrukcji podatnej nawierzchni drogowej na podłożu z kanałem o znacznej średnicy, którego osi pokrywa się z osią projektowanej drogi. Dodatkowym ograniczeniem jest wartość rzędnej niwelety dla nawierzchni, która jest ograniczona ze względu na otaczającą infrastrukturę i zabudowanię. Wykonane badania geotechniczne wykazały, że najmniejsza odległość od niwelety nawierzchni do wierzchu betonowego kanału wynosi jedynie 45 cm. Rozważano kilka wariantów rozwiązań:

- konstrukcja typu C KR2 wg katalogu [1] ze zwiększoną grubością warstw, 12 cm warstw asfaltowych z podbudową z kruszywa stabilizowanego cementem 25 cm (zwiększoną grubość podbudowy w stosunku do rozwiązania katalogowego),
- konstrukcja typu A1 KR2 ze zwiększoną grubością podbudowy, 12 cm warstw asfaltowych, 25 cm podbudowy z kruszywa łamanej wzmocnionej geosiatką o sztywnych węzłach,
- przykrycie kanału płytą żelbetową grubości 20 cm – warstwa jezdna asfaltowa,
- przykrycie całej szerokości drogi płytą żelbetową grubości 20 cm – warstwa jezdna asfaltowa.

Szczegółowo przeanalizowano dwa pierwsze rozwiązania. Z rozwiązań z płytą żelbetową zrezygnowano już na wstępny etapie. W przypadku płyty nad kanałem wystąpiłyby bardzo duże różnice osiadań na styku konstrukcji z płytą i pozostałą częścią nawierzchni. Z kolei płyta przykrywająca całą szerokość jezdni jest rozwiązaniem kosztownym, a przy tak małej grubości konstrukcji istniało ryzyko braku trwałego zespojenia warstw konstrukcyjnych drogi. Płyta żelbetowa stanowiłaby utrudnienie w ewentualnym dostępie do kanału podczas eksploatacji nawierzchni.

3. MODEL OBLICZENIOWY METODY ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH

W związku z faktem, że kanał wykonano tuż pod konstrukcją drogi, typowe założenie projektowe o symetrii osiowej

this would lead to pipeline failure. In this paper different road structure variants, using geosynthetics, introducing reinforced concrete slabs [15] and strengthening the pavement foundation are considered.

2. PROPOSED VARIANTS OF THE ROAD STRUCTURE

The engineering problem consists in designing a flexible pavement structure on a sub-grade in which a pipeline with a considerable diameter, whose axis coincides with the road axis, is buried. An additional constraint is the pavement vertical alignment elevation which is limited because of the surrounding infrastructure and buildings. A geotechnical investigation showed that the smallest distance of the pavement vertical alignment elevation to the top of the concrete conduit amounts to merely 45 cm. Several alternative solutions were considered:

- a structure of type C KR2 acc. to Catalogue [1], with increased thickness: 12 cm of bituminous layers on a 25 cm thick base made of cement treated aggregate (the base thicker than in the catalogue),
- b) a structure of type A1 KR2 with increased base thickness: 12 cm of bituminous layers on a 25 cm thick base made of crushed stone aggregate reinforced with a geogrid with rigid nodes,
- c) covering the pipeline with 20 cm thick reinforced concrete slabs – a bituminous wearing course,
- d) covering the whole road width with 20 cm thick reinforced concrete slabs – a bituminous wearing coarse.

The two first solutions were examined in detail. The reinforced concrete slab solutions were abandoned already at the preliminary stage since in case "c)" great differences in settlement would occur between the structure/slab interface and the rest of the pavement, while case "d)", in which slabs cover the whole width of the carriageway, is an expensive solution and at such a small thickness of the structure there was a risk that there would be no durable bonds between the pavement courses. The reinforced concrete slabs would make access to the pipeline difficult during the service life of the road.

3. COMPUTATIONAL MODEL OF THE FINITE-ELEMENT METHOD

Considering that the pipeline runs just under the road structure, the typical design axial symmetry assumption is not satisfied. However, the pavement can be modelled

nie jest spełnione. Można jednak zamodelować nawierzchnię jako zadanie płaskiego stanu odkształcenia, niemniej jednak wtedy konieczne byłoby wyznaczanie tzw. ekwiwalentnego obciążenia pojazdami (ruchem). W celu racjonalnego określenia funkcji transferu obciążenia między zadaniem płaskiego stanu odkształcenia a zadaniem trójwymiarowym, konieczne byłoby rozwiążanie obydwu zadań. W związku z tym analizowany problem inżynierski rozwiązyano jako zadanie trójwymiarowe. Przeprowadzono analizę finalnej konstrukcji w dwóch wariantach materiałowych:

- wariant A (w tym wariantie rozwiązań materiałowych przyjęto, że podbudowę stanowi warstwa związana spośród hydraulicznym),
- wariant B (w tym przypadku zadanie rozwiązyano przyjmując wartość sztywności geosiatki i uwzględniając wpływ jej postępującego pełzania w czasie).

Założono, że wszystkie pozostałe warstwy konstrukcyjne są w obydwu wariantach jednakowe. Schemat konstrukcji przyjęty do analizy MES pokazano na Rys. 1. W zależności od rodzaju warstwy przyjęto relacje konstytutywne liniowej sprężystości albo relacje konstytutywne sprężysto-plastyczności z prawem płynięcia stwarzyszonym z warunkiem Coulomba-Mohra.

Wszystkie zadania rozwiązyano przy zastosowaniu systemu ABAQUS/Standard w ramach teorii małych przemieszczeń [16], [17]. W procesie projektowania poza konstrukcją docelową należy rozważyć wszystkie istotne fazy wznoszenia konstrukcji. W rozpatrywanym przypadku analizy wymaga np. wpływ ruchu budowlanego na rurociąg w czasie budowy drogi. Prezentowane wyniki obliczeń wykonano na wartościach charakterystycznych parametrów i obciążień. W przypadku projektu należy uwzględnić współczynniki częściowe zgodnie z EC7 [18] i wpływ oddziaływań dynamicznych od pojazdów (poprzez odpowiednie zwiększenie wartości obciążenia statycznego), a także przeanalizować wszystkie krytyczne fazy wykonywania konstrukcji.

W analizach nie uwzględniono ciężaru własnego gruntu zakładając, że naprężenia generowane przez ciężar gruntu są pomijalnie małe w porównaniu z naprężeniami powstałymi w wyniku oddziaływania pojazdu ciężkiego. Oddziaływanie pojazdu ciężkiego zamodelowano przez naprężeniowe warunki brzegowe. Obciążenie obliczeniowe pojazdem przyjęto jako rozłożone na 4 powierzchniach $0,3 \text{ m} \times 0,3 \text{ m}$ w rozstawie $a=2 \text{ m}$, $b=4,2 \text{ m}$. Siatkę zbrojenia zamodelowano jako warstwę materiału sprężystego o ekwiwalentnych właściwościach [19], [20]. Przyjęto geosiatkę wzmacniającą o początkowej sztywności promieniowej 485 kN/m przy odkształceniu $0,5\%$. Uwzględniono fakt, że geosiatka ulega w czasie procesów pełzania, przyjmując współczynnik

as a plain strain problem. But then it would be necessary to determine the equivalent vehicle (traffic) loading. In order to rationally determine the function of load transfer between the plane strain problem and the three-dimensional problem it would be necessary to solve both the problems. Therefore the considered engineering problem was solved as a three-dimensional problem. An analysis of the final structure was carried out for two material variants:

- variant A (a hydraulic binder-bound layer assumed as the base),
- variant B (the problem was solved assuming the rigidity value of the geogrid, taking into account the effect of its creep over time).

All the other structural layers were assumed to be identical in the two variants. The structural scheme adopted for a FEM analysis is shown in Fig. 1. Depending on the type of layer, constitutive linear elasticity relations or constitutive elastic-plasticity relations with the flow rule associated with the Coulomb-Mohr condition were adopted.

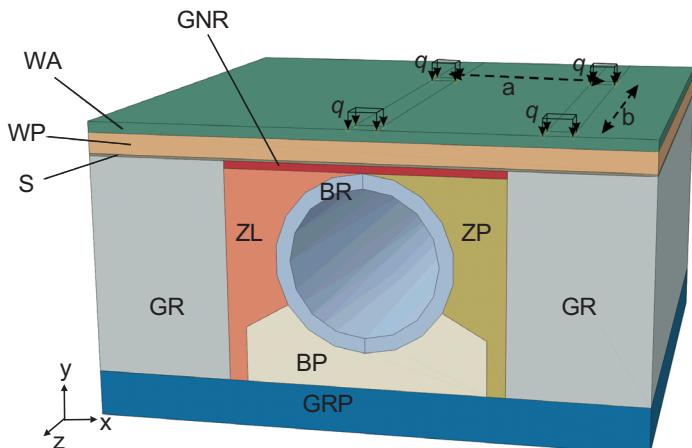


Fig. 1. Schemes of a structural subzone selected for the FEM analysis (complete structure - variants A and B. Explanations of abbreviations according to Tables 1 and 2)

Rys. 1. Schemat podobszaru konstrukcji wybrany do analizy MES (pełna konstrukcja - warianty A i B. Objasnienia skrótów zgodnie z Tabl. 1 i 2)

All the problems were solved within the infinitesimal displacement theory, using the ABAQUS/Standard software [16], [17]. When designing, besides the target structure one should consider all the essential stages in its construction. For example, in the analysed case the effect of the site traffic on the pipeline during road construction should be taken into account. The values of the characteristic parameters were used in the calculations the results of which are presented in this paper. In the design partial material safety factors in accordance with EC7 [18] and the effect

zmnieszający jej sztywność. Siatkę podziału na elementy skończone C3D8 o liniowych funkcjach kształtu pokazano na Rys. 2.

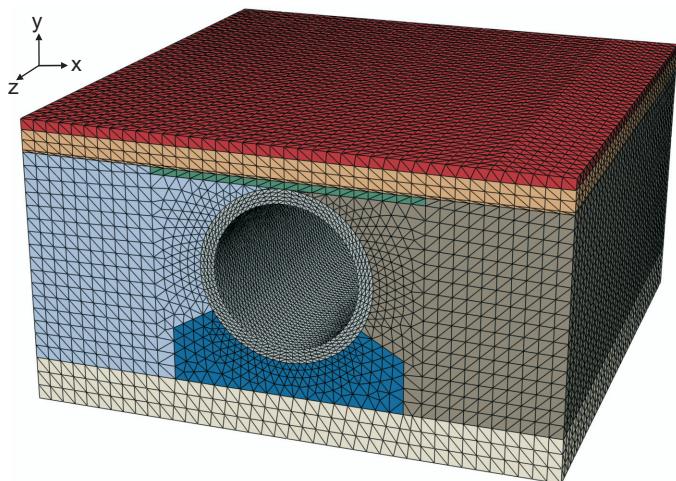


Fig. 2. FEM mesh consisting of 293,930 elements (with square shape functions) adopted for calculating the complete structure)
Rys. 2. Siatka MES składająca się z 293930 elementów
(z kwadratowymi funkcjami kształtu) przyjęta do obliczeń pełnej konstrukcji)

4. PARAMETRY MATERIAŁOWE POSZCZEGÓLNYCH WARSTW KONSTRUKCJI DROGI PRZYJĘTE DO OBLCIĘŃ

W przypadku analizowanego problemu inżynierskiego przyjęto parametry materiałowe poszczególnych warstw tak jak przedstawiono je w Tabl. 1 i 2. Parametry poszczególnych warstw przyjęto na podstawie przeprowadzonych badań geotechnicznych. W tablicach podano wartości modułu Younga i współczynnika Poissona w przypadku modelu konstytutywnego liniowej sprężystości materiałów izotropowych. Dodatkowo w kolumnie „Inne parametry” zamieszczono wartości kąta tarcia wewnętrznego ϕ i spójności c , jako parametry potrzebne do modelu konstytutywnego plastyczności bez wzmacnienia zgodnie z warunkiem Coulomba-Mohra. W tej samej kolumnie zamieszczono także charakterystyczne parametry betonu takie jak: wytrzymałość na rozciąganie i ściskanie, które formalnie nie mają wpływu na uzyskiwane rozwiązania MES, ale są istotne w przypadku interpretacji rozwiązania. Okazuje się, że jedną z krytycznych zmiennych w rozwiązyaniu są lokalne koncentracje naprężień rozciągających w obudowie kanału. Wartości wytrzymałości na ściskanie i na rozciąganie betonu przyjęto zgodnie z [21] i [22]. W przypadku wariantu A warstwę podbudowy stanowi warstwa stabilizowana spoiwem hydraulicznym C3/4, zaś

of the dynamic impacts generated by vehicles (by appropriately increasing the static load value) should be taken into account, and the critical stages in the construction of the structure should be analysed.

The soil weight was not taken into account in the analyses, assuming that the stresses generated by the soil weight were negligibly small in comparison with the stresses arising under the action of a heavy vehicle. The heavy vehicle action was modelled by stress boundary conditions. The design vehicle load was assumed to be distributed on four $0.3 \text{ m} \times 0.3 \text{ m}$ surfaces spaced at every $a=2 \text{ m}$ and $b=4.2 \text{ m}$. The reinforcement geogrid was modelled as a layer of an elastic material with equivalent properties [19], [20]. A strengthening geogrid with an initial radial stiffness of 485 kN/m at a deformation of 0.5% was assumed. The fact that the geogrid undergoes creep over time was taken into account by assuming a coefficient reducing its stiffness. The adopted finite element grid with C3D8 elements with linear shape functions is shown in Fig. 2.

4. MATERIAL PARAMETERS OF THE INDIVIDUAL LAYERS OF THE ROAD STRUCTURE ADOPTED FOR CALCULATIONS

For the considered engineering problem the material parameters of the particular layers were assumed as shown in Tables 1 and 2. The material parameters were based on geotechnical surveys. In the case of the constitutive model of isotropic linear elasticity, the tables contain values of Young's modulus and Poisson's ratio. Moreover, values of internal friction angle ϕ and cohesion c , which parameters are needed for plasticity without hardening (consistently with the Coulomb-Mohr condition), are given in the “other parameters” column. The same column also contains the characteristic parameters of the concrete, such as its tensile strength and compressive strength, which formally have no effect on the obtained FEM solutions, but are essential for solution interpretation. It was found that one of the critical variables in the solution are local concentrations of tensile stress in the pipeline encasement. The values of the compressive strength and tensile strength of the concrete were assumed according to [21] and [22]. In variant A the base layer is a layer treated with hydraulic binder C3/4 while in variant B the base layer is made of crushed-stone aggregate on the geogrid. When modelling the geogrid the initial mechanical properties were assumed taking into

w przypadku wariantu B warstwę podbudowy wykonano z kruszywa łamanego na geosiatce. Modelując geosiatkę przyjęto początkowe właściwości mechaniczne z uwzględnieniem zjawisk reologicznych a siatkę modelowano jako ekwiwalentną warstwę sprężystą z materiału izotropowego o grubości 2.5 cm.

account rheological phenomena and the grid was modelled as a 2.5 cm thick equivalent elastic layer made of an isotropic material.

Table 1. Arrangement and properties of layers in case of applying variant A
Tablica 1. Układ i właściwości warstw w przypadku zastosowania wariantu A

Arrangement of layers / Układ warstw	E [MPa]	v	Other parameters / Inne parametry	
WA – bituminous layers / warstwy asfaltowe (12 cm)	10 000	0.3	–	–
WP – stabilized layer / warstwa stabilizacji $C_{3/4}$ (25 cm)	2 000	0.3	–	–
GNR – soil over the pipe / grunt nad rurą (8 cm)	100	0.3	$\phi = 33$	$c = 0$
BR – concrete (the canal lining) / beton (obudowa kanału) C20/25	29 000	0.2	$\sigma_t^c = 1.5 \text{ MPa}$ $\sigma_t^{\text{avg}} = 2.2 \text{ MPa}$	$\sigma_c = 20 \text{ MPa}$
BP – concrete (subbase) / beton (podbudowa) C12/15	26 000	0.2	$\sigma_t^c = 1.1 \text{ MPa}$ $\sigma_t^{\text{avg}} = 1.6 \text{ MPa}$	$\sigma_c = 12 \text{ MPa}$
ZL – backfill on the left side / zasypka po stronie lewej	42	0.3	$\phi = 28$	$c = 0$
GRP – subsoil under the structure / grunt rodzimy poniżej konstrukcji	55	0.3	$\phi = 30$	$c = 0$
ZP – backfill on the right side / zasypka po stronie prawej	65	0.3	$\phi = 30.5$	$c = 0$

Notes / Objasnenia

σ_t^c – characteristic tensile strength / charakterystyczna wytrzymałość na rozciąganie
 σ_t^{avg} – mean tensile strength / średnia wytrzymałość na rozciąganie
 σ_c – compressive strength / wytrzymałość na ściskanie
 ϕ – internal friction angle / kąt tarcia wewnętrznego
 c – cohesion / spójność

Table 2. Arrangement and properties of layers in case of applying variant B
Tablica 2. Układ i właściwości warstw w przypadku zastosowania wariantu B

Arrangement of layers / Układ warstw	E [MPa]	v	Other parameters / Inne parametry	
WA – bituminous layers / warstwy asfaltowe (12 cm)	10 000	0.3	–	–
WP – crushed stone / kruszywo łamane (25 cm)	400	0.3	–	–
GNR – soil over the pipeline / grunt nad obudową kanału (8 cm)	100	0.3	$\phi = 33$	$c = 0$
BR – concrete (subbase) / beton (podbudowa) C20/25	29 000	0.2	$\sigma_t^c = 1.5 \text{ MPa}$ $\sigma_t^{\text{avg}} = 2.2 \text{ MPa}$	$\sigma_c = 20 \text{ MPa}$
BP – concrete (subbase) / beton (podbudowa) C12/15	26 000	0.2	$\sigma_t^c = 1.1 \text{ MPa}$ $\sigma_t^{\text{avg}} = 1.6 \text{ MPa}$	$\sigma_c = 12 \text{ MPa}$
Z – backfill / zasypka	42	0.3	$\phi = 28$	$c = 0$
GRP – subsoil under the structure / grunt rodzimy poniżej konstrukcji	55	0.3	$\phi = 30$	$c = 0$

Notes / Objasnenia

σ_t^c – characteristic tensile strength / charakterystyczna wytrzymałość na rozciąganie
 σ_t^{avg} – mean tensile strength / średnia wytrzymałość na rozciąganie
 σ_c – compressive strength / wytrzymałość na ściskanie
 ϕ – internal friction angle / kąt tarcia wewnętrznego
 c – cohesion / spójność

5. WYNIKI OBLICZEŃ ROZPATRYWANEGO ZAGADNIENIA INŻYNIERSKIEGO

W Tabl. 3 i 4 zaprezentowano wyniki obliczeń maksymalnych naprężeń rozciągających w rurze betonowej. W przypadku wariantu A (podbudowa z gruntu stabilizowanego cementem) uwzględnienie właściwości plastycznych nie miało wpływu na wyniki, gdyż przy przyjętych obciążeniach nie został przekroczyony warunek plastyczności w żadnym punkcie analizowanego obszaru. Należy podkreślić, że warstwa stabilizacji w czasie użytkowania ulega spękaniu, a jej moduł ulega znacznemu zmniejszeniu.

Table 3. Maximum values of tensile stresses in the pipe σ_{\max} [MPa] when applying variant A

Tablica 3. Zestawienie wartości maksymalnych naprężeń rozciągających w rurze σ_{\max} [MPa] w przypadku zastosowania wariantu A

Vehicle mass (real) [t] Masa pojazdu (rzeczywista)	40	35	30	25	20	15	10
σ_{\max} [MPa]	0.1195	0.1045	0.0896	0.0747	0.0597	0.0448	0.0298

Table 4. Maximum values of tensile stresses in the pipe σ_{\max} [MPa] when applying variant B

Tablica 4. Zestawienie wartości maksymalnych naprężeń rozciągających w rurze σ_{\max} [MPa] w przypadku zastosowania wariantu B

Vehicle mass (real) [t] Masa pojazdu (rzeczywista)	40	35	30	25	20	15	10
σ_{\max} [MPa]	0.1154	0.1009	0.0865	0.0721	0.0577	0.0432	0.0288
σ_{\max} [MPa] considering plasticity z uwzględnieniem plastyczności	0.0597	0.1010	0.0865	0.0721	0.0577	0.0433	0.0288

W analizie w zakresie sprężystym dla obu wariantów obciążenia od pojazdów powodowały generowanie w rurze naprężeń rozciągających na podobnym poziomie. W przypadku wariantu B (ze zbrojeniem geosiatką) wpływ uwzględnienia plastyczności jest widoczny dopiero dla najcięższego analizowanego pojazdu. Przy uwzględnieniu plastycznych właściwości materiału, wartość naprężeń rozciągających w rurze od pojazdu o masie 40 t zmniejszyła się o 48%. Fakt uplastycznienia gruntu może w tym przypadku być korzystny. Na Rys. 3. pokazano maksymalne przemieszczenia w konstrukcji w wyniku oddziaływania pojazdu o masie 35 t.

Na podstawie przeprowadzonej analizy obliczeniowej można stwierdzić, że rekomendowanym rozwiązaniem konstrukcyjnym jest wariant B, ze zbrojeniem warstwy kruszywa geosiatką. Rozwiązanie to zostało ostatecznie przyjęte do realizacji, jako zapewniające właściwą ochronę rurociągu. Brak danych dotyczących parametrów warstwy stabilizacji w długim okresie nie pozwala jednoznacznie rozstrzygnąć,

5. CALCULATION RESULTS FOR THE ANALYSED ENGINEERING PROBLEM

Tables 3 and 4 present the calculated maximum tensile stresses in the concrete pipe. In the case of variant A (base in the form of cement-treated soil) the fact that the plastic properties were taken into account had no effect on the results since under the assumed load the plasticity condition was not exceeded in any point of the analysed area. It should be noted that in the course of use the stabilization layer undergoes cracking and its modulus undergoes a substantial reduction.

Table 3. Maximum values of tensile stresses in the pipe σ_{\max} [MPa] when applying variant A

Tablica 3. Zestawienie wartości maksymalnych naprężeń rozciągających w rurze σ_{\max} [MPa] w przypadku zastosowania wariantu A

Vehicle mass (real) [t] Masa pojazdu (rzeczywista)	40	35	30	25	20	15	10
σ_{\max} [MPa]	0.1195	0.1045	0.0896	0.0747	0.0597	0.0448	0.0298

In the elastic-range analysis the loads induced by vehicles generated tensile stresses in the pipe in both the variants. Their level was similar in the two variants. In the case of variant B (reinforcement with a geogrid), the effect of taking into account plasticity is visible only for the heaviest analysed vehicle. When plastic properties of the material were taken into account, the values of the tensile stresses induced in the pipe by a vehicle weighing 40 tons decreased by 48%. The strain softening of the soil can be advantageous in this case. Fig. 3 shows the maximum displacements in the structure, induced by a vehicle weighing 35 tons.

The computational analysis shows that variant B, in which the aggregate layer is reinforced with a geo-grid, is the recommended structural solution. This solution, as assuring the proper protection of the pipeline, was ultimately adopted for implementation. Through lack of data concerning parameters of a stabilized course in a long time the crucial decision on the excess of level of tensile

czy w trakcie użytkowania drogi naprężenia rozciągające w rurze nie byłyby nadmierne. Dodatkowo sztywniejsze elementy nad płytka położonym rurociągiem generowały większe naprężenia rozciągające w stosunku do rozwiązania z podbudową podatną.

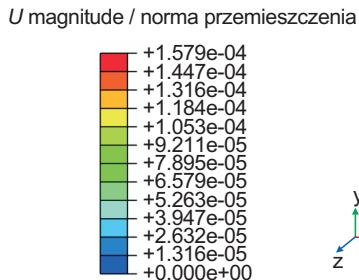


Fig. 3. Contour plot of maximum displacements from vehicles with a weight of 35 tons

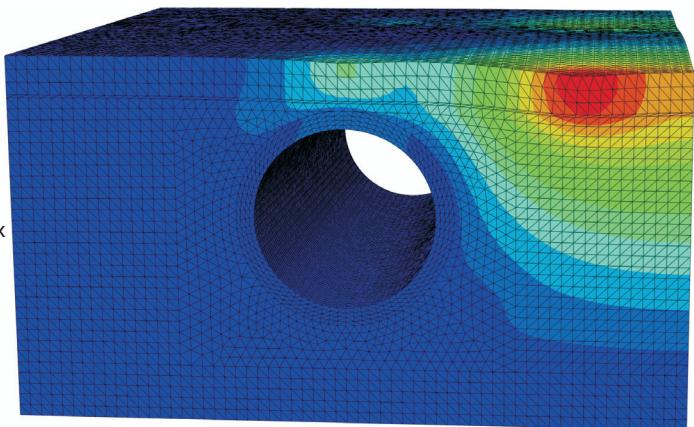
Rys. 3. Wykres warstwicowy maksymalnych przemieszczeń od pojazdu o masie 35 ton

6. WPŁYW PARAMETRÓW MATERIAŁOWYCH ZASYPKI NA STAN ODKSZTAŁCENIA I NAPRĘŻENIA ELEMENTÓW NAWIERZCHNI DROGOWEJ

Ponieważ projekt nawierzchni nad płytka posadowionym kanałem okazał się przypadkiem interesującym i nie opisany w dostępnej literaturze, w późniejszym etapie wykonano analizę parametryczną zadania na podstawie projektu. Analizy prowadzono w celu ustalenia wpływu parametrów zasypki i sztywności warstw asfaltowych na odkształcenie zbrojenia (geosiatki) i naprężenia rozciągające w rurze. Aby wpływ ten był bardziej widoczny, parametry zasypki przyjęto jak dla gruntów słabych (o niskim module sprężystości). Odpowiada to sytuacji skrajnej, gdy rozszczelnienie kanału spowodowałoby znaczące rozluźnienie gruntu zasypki. Zadanie rozwiązano jako trójwymiarowe. Do analizy przyjęto model przestrzenny według wariantu B z parametrami materiałów zestawionymi w Tabl. 5.

Przyjęto obciążenie ruchem $p = 20 \text{ kPa}$, zgodnie z projektem nowej generacji Eurokodów. W celu ustalenia jak istotny jest fakt uwzględnienia właściwości warstw asfaltowych, zadanie rozwiązano w dwóch wariantach. W pierwszym przypadku parametry warstw nad zbrojeniem przyjęto jak dla warstw z kruszywa. W drugim przypadku uwzględniono, że warstwa jezdna jest wykonana z asfaltu. Uzyskane wyniki maksymalnych odkształceń zbrojenia dla pierwszego przypadku podano w Tabl. 6, a dla przypadku z uwzględnieniem warstwy asfaltu podano w Tabl. 7. Na Rys. 4 pokazano różnice między

stress in the pipe was very difficult. Additionally, the stiffer elements over a shallowly laid pipeline would generate higher tensile stresses in comparison with a solution with flexible subbase.



6. INFLUENCE OF BACKFILL MATERIAL PARAMETERS ON THE STATE OF STRESS AND STRAIN OF ELEMENTS OF ROAD PAVEMENTS

Since the design of a pavement over a shallow founded pipeline was found to be an interesting problem (not been described in the available literature), a parametric analysis of the problem was carried out on the basis of the design. The aim of the analysis was to determine the effect of the backfill parameters and the stiffness of the bituminous layers on the deformation of the reinforcement (the geogrid) and the tensile stresses in the pipe. In order to make this effect more visible the backfill parameters were assumed as for soft soils (characterized by a low E modulus). This corresponds to an extreme situation when the loss of integrity by the conduit would result in significant backfill soil loosening. The problem was solved as three-dimensional. A spatial model acc. to variant B with the material parameters shown in Table 5 was adopted for the analysis.

Traffic load $p = 20 \text{ kPa}$, consistent with the draft of the new generation of Eurocodes was assumed. The problem was solved in two versions to determine whether taking into account the properties of the bituminous layers is of any significance. In the first case, the parameters of the layers over the reinforcement were assumed as for layers made of aggregate. In the second case, the wearing coarse was assumed to be made of bitumen. The maximum deformations of the reinforcement are presented in Tables 6 and 7 for respectively the first case and the second case. Fig. 4

Table 5. Properties of individual layers of pavement
 Tablica 5. Właściwości poszczególnych warstw nawierzchni

Layer / Warstwa	E [MPa]	v [-]	Other parameters / Inne parametry
WA – bituminous layers (12 cm) / warstwy asfaltowe (12 cm)	10 000	0.3	–
WP – crushed stone (25 cm) / kruszywo łamane (25 cm)	400	0.3	–
GNR – soil over the pipe (8 cm) / grunt nad rurą (8 cm)	100	0.3	$\phi=33, c=0$
BR – concrete (pipe) / beton (rura) B25	29 000	0.2	–
BP – concrete (base-course) B15 / beton (podbudowa) B15	26 000	0.2	–
Z – back-fill soil / grunt zasyppki	changeable (Figs 4 and 5) zmienny (Rys. 4 i 5)	0.3	$\phi=30, c=20$
GRP – subgrade soil / grunt podłoża	55	0.3	$\phi=30, c=0$

Notes / Objaśnienia
 ϕ – internal friction angle / kąt tarcia wewnętrznego [$^{\circ}$], c – cohesion / spójność [kPa]

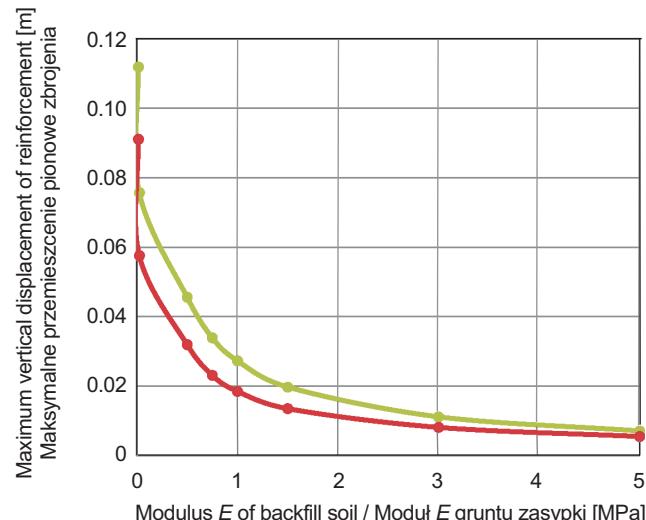
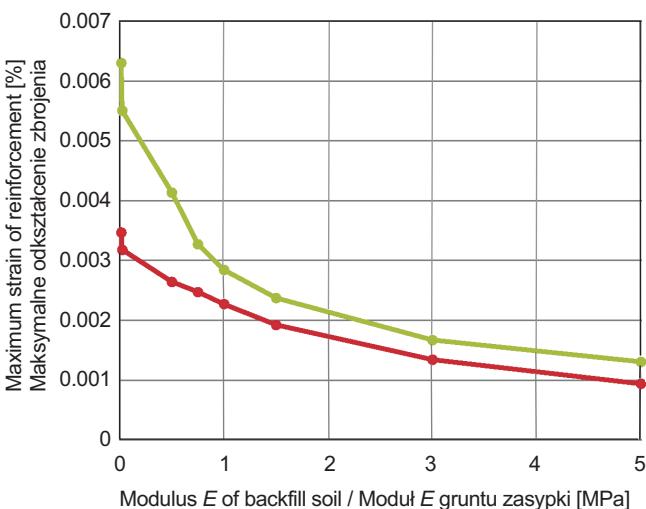
Table 6. Maximum strains and vertical displacements of reinforcement
 Tablica 6. Maksymalne odkształcenia i przemieszczenia pionowe zbrojenia

Modulus of backfill soil Moduł gruntu zasyppki E [MPa]	Maximum strains of reinforcement [%] Maksymalne odkształcenia zbrojenia	Maximum vertical reinforcement displacements [m] Maksymalne przemieszczenia pionowe zbrojenia	Maximum tensile stress in a pipe Maksymalne naprężenie rozciągające w rurze σ_{\max} [MPa]
5	0.001304	0.007047	0.5102
3	0.001667	0.01112	0.7149
1.5	0.00237	0.0197	1.122
1	0.00284	0.02728	1.419
0.75	0.00327	0.0339	1.643
0.5	0.004132	0.0456	1.962
0.025	0.005502	0.0757	2.447
0.015	0.006299	0.1119	2.721

Table 7. Maximum strains and vertical displacements of reinforcement considering properties of bitumen layer
 Tablica 7. Maksymalne odkształcenia i przemieszczenia zbrojenia z uwzględnieniem właściwości warstwy asfaltowej

Modulus of backfill soil Moduł gruntu zasyppki E [MPa]	Maximum strains of reinforcement [%] Maksymalne odkształcenia zbrojenia	Maximum vertical reinforcement displacements [m] Maksymalne przemieszczenia pionowe zbrojenia	Maximum tensile stress in a pipe Maksymalne naprężenie rozciągające w rurze σ_{\max} [MPa]
5	0.000938	0.005482	1.396
3	0.00134	0.00811	1.647
1.5	0.00192	0.0135	2.129
1	0.00227	0.0185	2.384
0.75	0.00247	0.0231	2.545
0.5	0.00264	0.03195	2.741
0.025	0.003176	0.05758	2.988
0.015	0.003466	0.0911	3.107

maksymalnym odkształceniem zbrojenia w zależności od faktu uwzględnienia właściwości warstw jezdnych. Uzyskano znacznie mniejsze wartości odkształceń w przypadku uwzględniającym parametry wytrzymałościowe warstwy asfaltowej, zwłaszcza w zakresie bardzo małych wartości modułu E gruntu zasypki. Na Rys. 5 pokazano różnice między maksymalnym przemieszczeniem pionowym warstwy zbrojenia dla dwóch wariantów w zależności od modułu E warstwy zasypki. Na Rys. 6 i 7 zaprezentowano zachowanie się konstrukcji (E zasypki 5 MPa), w której maksymalne odkształcenia główne lokalizują się w warstwie modelującej zbrojenie, w okolicach krawędzi sztywnej inkluzji.



Odkształcenia geosyntetyku są większe w przypadku, gdy nie uwzględnimy rzeczywistych właściwości warstw asfaltowych. Odkształcenia i przemieszczenia geosyntetyku są

shows differences between the maximum reinforcement deformations depending on whether the properties of the wearing course were or were not taken into account. Considerably lower deformation values were obtained when the strength parameters of the bituminous layer were taken into account, especially for very low values of the E modulus of the backfill soil. Fig. 5 shows differences between the maximum vertical displacement of the reinforcement layer for the two versions depending on the E modulus of the backfill layer. Figs 6 and 7 show the behaviour of the structure (the backfill E modulus = 5 MPa), in which the maximum principal strains are located in the layer modelling the reinforcement, in the vicinity of the edge of the rigid inclusion.

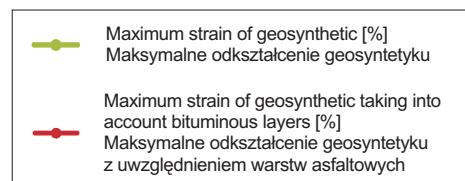


Fig. 4. Maximum strain of geosynthetic depending on the E modulus of the soft soil not taking and taking into account bituminous layer

Rys. 4. Maksymalne odkształcenie w geosyntetyku w zależności od modułu E gruntu słabego bez uwzględnienia parametrów nawierzchni i z uwzględnieniem warstwy asfaltowej

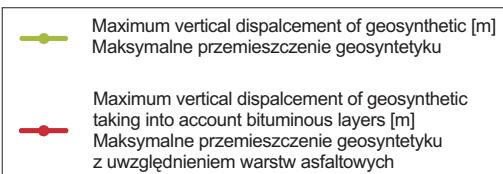
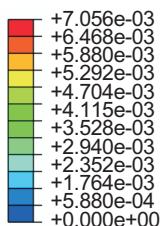


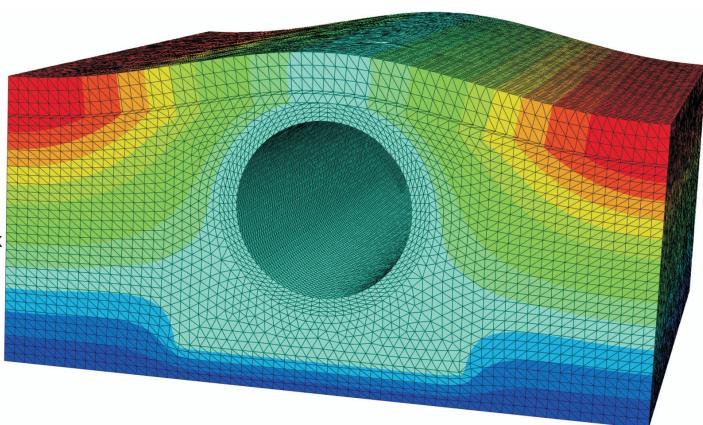
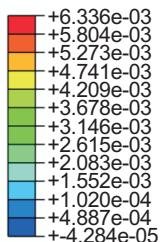
Fig. 5. Maximum vertical displacement of geosynthetic depending on the backfill module E not taking and taking into account bituminous layer

Rys. 5. Maksymalne przemieszczenie pionowe geosyntetyku w zależności od modułu E gruntu zasypki bez uwzględnienia i z uwzględnieniem warstwy asfaltowej

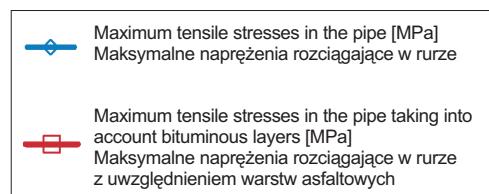
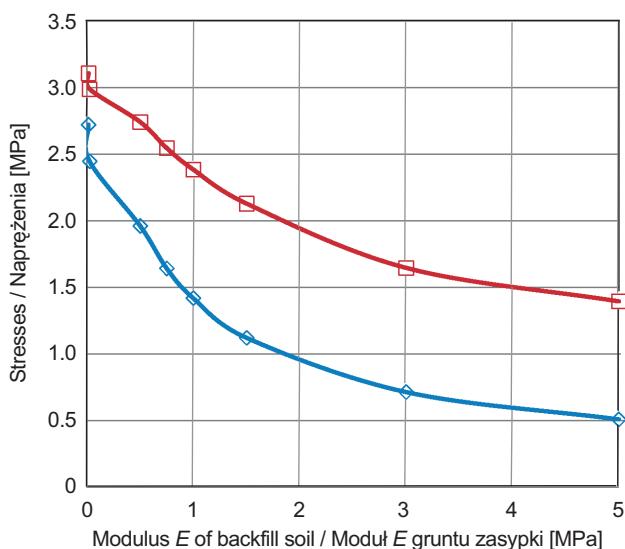
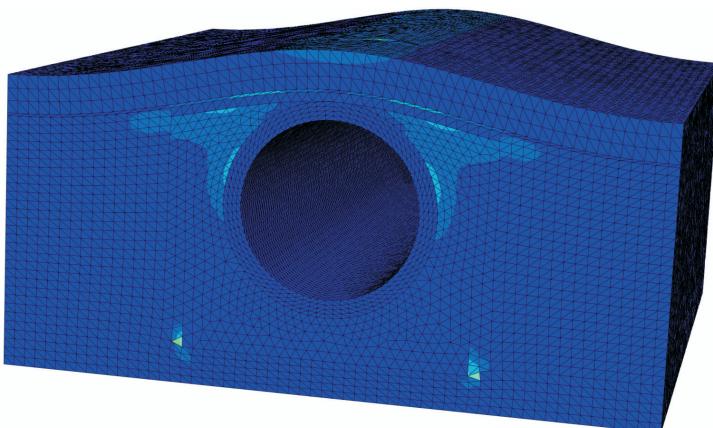
The deformations of the geosynthetic are larger when the actual properties of the bituminous layers are not taken into account. The deformations and displacements of the

U, magnitude / norma przemieszczenia

y
x
z

Fig. 6. Contour plot of displacements for the backfill E modulus equal to 5 MPaRys. 6. Wykres warstwicowy przemieszczeń przy module E zasypki równym 5 MPa*E, max. principal / maks. główne
avg / śr.: 75%*

y
x
z

Fig. 7. Contour plot of maximum main strains for the soft layer E modulus equal to 5 MPaRys. 7. Wykres warstwicowy maksymalnych odkształceń głównych przy module E warstwy słabej równym 5 MPaFig. 8. Maximum tensile stress in the pipe depending on the backfill soil E modulus not taking and taking into account bituminous layer
Rys. 8. Maksymalne naprężenie rozciągające w rurze w zależności od modułu E gruntu zasypki bez uwzględnienia i z uwzględnieniem warstwy asfaltowej

tym większe, im mniejszy jest moduł E gruntu zasypki (Rys. 4 i 5). Wpływ wartości modułu E zasypki jest większy w przypadku odkształceń zbrojenia. Jest on szczególnie istotny dla bardzo małych wartości modułu zasypki poniżej 1 MPa. Przy tak niewielkiej grubości przykrycia betonowego kanału uwzględnienie rzeczywistych parametrów warstw asfaltowych znacząco wpływa na wyniki przewidywanych naprężeń rozciągających w rurze betonowej (Rys. 8). Przyjęcie niższych parametrów, co wydawałoby się bezpieczne, może skutkować niedoszacowaniem naprężeń rozciągających w kanale, a tym samym ryzykiem jego uszkodzenia pod wpływem ruchu pojazdów.

7. WNIOSKI

1. Projekt nawierzchni podatnej na podłożu, którego nie można uznać za jednorodne, wymaga indywidualnego podejścia i niestandardowych rozwiązań konstrukcyjnych.
2. W przypadku podłoża z betonowym kanałem wzduż osi drogi tuż pod projektowaną nawierzchnią niemożliwe było przyjęcie konstrukcji według Katalogu [1]. Standardowe rozwiązanie zadania z uwzględnieniem PSO (płaski stan odkształcenia) w takim przypadku nie jest odpowiednie ze względu na problem z właściwym przyjęciem obciążen.
3. Konieczność wyznaczenia ekwiwalentnego obciążenia pojazdami do zadania w płaskim stanie odkształcenia (konieczność rozwiązania zadania 3D, a następnie zadania 2D w PSO) sprawia, że racjonalne jest zastosowanie do analiz modelu przestrzennego.
4. W wyniku przeprowadzanych analiz jako rekomendowane przyjęto rozwiązanie z podbudową z kruszywa łamanego wzmacnioną geosiatką o sztywnych węzłach.
5. W przypadku projektowania nawierzchni nad betonowym kanałem o nienormatywnym przykryciu (znacznie mniejszym) należy uwzględniać rzeczywiste parametry wszystkich elementów konstrukcji. Przyjmowanie pożornie bezpiecznych niższych parametrów poszczególnych warstw może prowadzić do niedoszacowania przewidywanych naprężeń w „chronionej” konstrukcji.
6. Występowanie sztywnej warstwy w mniejszej odległości nad betonowym kanałem powoduje powstawanie większych naprężeń rozciągających w obudowie kanału. Wyniki prowadzonych analiz parametrycznych dodatkowo potwierdziły słuszność rezygnacji w analizowanym przypadku inżynierskim z dwóch ostatnich proponowanych rozwiązań konstrukcyjnych, tj. wykonania płyty żelbetowej nad kanałem.

geosynthetic are the larger, the lower the E modulus of the backfill soil (Figs 4 and 5). The influence of the E modulus of the backfill is greater in the case of reinforcement deformations. It is particularly significant for very low values (below 1 MPa) of the E modulus of the backfill. For such a small depth of burial of the concrete pipeline the fact that the actual parameters of the bituminous layers are taken into account significantly affects the results of the prediction of tensile stresses in the concrete pipeline (Fig. 8). If lower parameters are assumed, which seems to be safe, this can result in the underestimation of the tensile stresses in the pipeline, and consequently in a risk of damage to the latter under the impact of heavy traffic.

7. CONCLUSIONS

1. The design of a flexible road pavement on a subgrade which cannot be regarded as homogenous requires an individual approach and non-standard structural solutions.
2. In the case of a subgrade with a concrete pipeline running along the road axis, just under the pavement to be designed, it was not possible to adopt a standard structure from the Catalogue [1]. A standard solution in the plane strain state is not proper in this case due to difficulties in adopting correct loads.
3. Since it would be necessary to determine the equivalent vehicular loading for the plane strain problem (first the 3D problem and then the 2D problem in plane strain problem need to be solved), it is rational to use a spatial model for such analyses.
4. On the basis of the analyses the solution with a crushed-stone aggregate foundation reinforced with a geogrid with rigid nodes is recommended in that case.
5. When designing a pavement over a concrete pipeline buried at a non-standard (considerably smaller) depth one should take into account the actual parameters of all the elements of the structure. The assumption of seemingly safe lower values of the parameters of the particular layers can result in the underestimation of the predicted stresses in the “protected” structure.
6. Due to the presence of the rigid layer at a small distance above the concrete pipeline greater tensile stresses arise in the pipeline encasement. The results of the parametric analyses provided further proof that abandoning the last two proposed solutions (reinforced concrete slabs over the conduit) was a correct decision in the case of the considered engineering problem.

BIBLIOGRAFIA / REFERENCES

- [1] Judycki J., Jaskuła P., Pszczoła M., Alenowicz J., Dołżycka B., Jaczewski M., Ryś D., Stienss M.: Katalog typowych konstrukcji nawierzchni podatnych i półsztywnych. Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk, 2012
- [2] Judycki J. (red.): Analizy i projektowanie konstrukcji nawierzchni podatnych i półsztywnych. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa, 2015
- [3] Mechanistic-Empirical Pavement Design Guide - A Manual of Practice, MEPDG-1. AASHTO, Interim Edition, Washington, DC, 2008
- [4] Spławińska M., Zieliński P., Burnos P.: Wpływ zmienności natężeń ruchu pojazdów ciężkich oraz temperatury na trwałość zmęczeniową konstrukcji nawierzchni drogowej. Roads and Bridges - Drogi i Mosty, **14**, 2, 2015, 117-132, DOI: 10.7409/rabdim.015.008
- [5] Pszczoła M., Ryś D., Jaskuła P.: Analiza stref klimatycznych w Polsce z uwzględnieniem klasyfikacji funkcjonalnej asfaltów Performance Grade. Roads and Bridges - Drogi i Mosty, **16**, 4, 2017, 245-264, DOI: 10.7409/rabdim.017.016
- [6] Gajewski M., Jemioło S.: The influence of pavement degradation caused by cyclic loading on its failure mechanisms, The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering, **11**, 3, 2016, 179-187
- [7] Górnąś P., Pożarycki A.: Selected properties of FEM numerical models for inverse analysis of road pavement structures. Road and Bridges - Drogi i Mosty, **13**, 3, 2014, 203-222, DOI: 10.7409/rabdim.014.014
- [8] Jemioło S., Szwed A.: Zagadnienia statyki sprężystych półprzestrzeni warstwowych. Monografie Zakładu Wytrzymałości Materiałów Teorii Sprężystości i Plastyczności, t. 2, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 2013
- [9] Sas W., Głuchowski A.: Rutting prediction for stabilized soils based on the cyclic CBR test. Roads and Bridges - Drogi i Mosty, **12**, 4, 2013, 411-4230, DOI: 10.7409/rabdim.013.026
- [10] Gajewska B., Gajewski M., Kraszewski C., Rafalski L.: Investigations of resilient moduli of selected hydraulically bound mixtures (HBM) under cyclic load. Roads and Bridges - Drogi i Mosty, **11**, 4, 2012, 269-280, DOI: 10.7409/rabdim.012.001
- [11] Firlej S.: Wyznaczanie parametrów modelu nawierzchni drogowej z dynamicznych badań FWD. Politechnika Lubelska, Lublin, 2015
- [12] Chen Y., Liu D., Liu X.: The response characteristics of a buried pipeline under moving constant load of vehicles. Advances in Civil Engineering and Building Materials I. Selected papers from the 4th International Conference on Civil Engineering and Building Materials (CEBM 2014), Hong Kong, Chang, et al. (ed.), CRC Press, 2015, 421-425, DOI: 10.1201/b18415-95
- [13] Neya B.N., Ardestir M.A., Delavar A.A., Bakhsh M.Z.R.: Three-dimensional analysis of buried steel pipes under moving loads. Open Journal of Geology, **7**, 1, 2017, 1-11, DOI: 10.4236/ojg.2017.71001
- [14] Ogólne wytyczne Miejskich Wodociągów i Kanalizacji w Kędzierzynie-Koźlu Sp. z o.o. mające zastosowanie przy projektowaniu i budowie systemów kanalizacyjnych na terenie miasta Kędzierzyn-Koźle. Miejskie Wodociągi i Kanalizacja, Kędzierzyn-Koźle, 2010
<http://www.mwik.com.pl/foto/static/WYTYCZNE%20DO%20PROJEKTOWANIA%20I%20BUDOWY%20MWIK%20SP.%20Z%20O.O.pdf> 20.12.2018
- [15] Girkmann K.: Dźwigary powierzchniowe. Państwowe Wydawnictwo Techniczne, Warszawa, 1961
- [16] ABAQUS Theory manual, Version 6.11, Dassault Systèmes, 2011
- [17] ABAQUS/Standard User's manual, Version 6.11, Dassault Systèmes, 2011
- [18] PN-EN 1997-1:2008/A1:2014-05 Eurokod 7: Projektowanie geotechniczne - Część 1: Zasady ogólne
- [19] Gajewski M., Jemioło S.: Orthotropic composite constitutive model of mineral-asphalt mix reinforced with grid and its approximation with an isotropic model. Road Materials and Pavement Design, **15**, 3, 2014, 521-538, DOI: 10.1080/14680629.2014.884977
- [20] Gajewski M., Jemioło S.: Ocena wpływu zbrojenia siatkami warstwowych nawierzchni drogowych. The 11th International Conference TRANSCOMP 2007 "Computer Systems Aided Science, Industry and Transport", Zakopane, 2007, 215-220
- [21] BN-83/8971-06/01 Prefabrykaty budowlane z betonu. Rury bezciśnieniowe. Kielichowe rury betonowe i żelbetowe WIPRO
- [22] Neville A.M.: Właściwości betonu. Stowarzyszenie Producentów Cementu, Kraków, 2012