

ALEKSANDR GANYUKOV¹⁾ADIL KADYROV²⁾KYRMYZY BALABEKOVA³⁾BAKYT KURMASHEVA⁴⁾

TESTS AND CALCULATIONS OF STRUCTURAL ELEMENTS OF TEMPORARY BRIDGES

BADANIA I OBLICZENIA ELEMENTÓW KONSTRUKCYJNYCH MOSTÓW TYMCZASOWYCH

STRESZCZENIE. Celem badań było przedstawienie nowej koncepcji mobilnego wiaduktu tymczasowego, umożliwiającego skuteczne zmniejszenie zatorów drogowych. W artykule omówiono konstrukcję mostu, określono optymalną długość modułu wiaduktu mobilnego, przeprowadzono obliczenia wytrzymałościowe płyty ortotropowej jezdni wiaduktu i jego konstrukcji wsporczej. W obliczeniach zastosowano elementy metody analizy matematycznej, metodę elementów skończonych, metodę różnic skończonych i metodę przemieszczeń. Zgodność uzyskanych różnymi metodami wyników obliczenia ugięć potwierdziła ich wiarygodność. Wyznaczona w artykule macierz metody różnic skończonych umożliwia obliczanie dowolnych płyt w szerokim zakresie ich wymiarów geometrycznych i przy różnych wartościach sztywności elementów giętych i wzmacniających płyty. Wykorzystując metodę przemieszczeń przeprowadzono obliczenia ramy przestrzennej wiaduktu, uwzględniając zginanie i skręcanie jej elementów konstrukcyjnych.

SŁOWA KLUCZOWE: metoda elementów skończonych MES, metoda przemieszczeń, płyta ortotropowa, wiadukt mobilny, zator drogowy.

ABSTRACT. The new concept of mobile temporary bridge overcrossing intended for a reduction of traffic jams is presented in the paper. After discussing the bridge structure details, the optimum length of the module of the bridge overcrossing is determined and then calculation of the orthotropic plate of the bridge carriageway and its supporting structure are presented. In the calculations elements of the mathematical analysis, method of finite elements FEM and method of finite differences FDM as well as analytical displacement method were applied. Reliability of results is confirmed by coincidence of deflections obtained by both, FEM and FDM, methods. The solution matrix of the FDM obtained in this work allows to calculate any plate with wide variety of its geometrical dimensions, and also for different parameters of the plate and reinforcing elements flexural stiffnesses. The analysis of the bridge overcrossing spatial frame is performed by precise method of displacement taking into account the bending and torsion of its elements.

KEYWORDS: displacement method, method of finite elements FEM, mobile overcrossing, orthotropic plate, traffic jam.

DOI: 10.7409/rabdim.018.014

¹⁾ Karaganda State Technical University, Mira Boulevard, 56, Karaganda, 100000, Kazakhstan; a.ganuykov@kstu.kz

²⁾ Karaganda State Technical University, Mira Boulevard, 56, Karaganda, 100000, Kazakhstan; a.kadyrov@kstu.kz

³⁾ Karaganda State Technical University, Mira Boulevard, 56, Karaganda, 100000, Kazakhstan; k.balabekova@kstu.kz (✉)

⁴⁾ Karaganda State Technical University, Mira Boulevard, 56, Karaganda, 100000, Kazakhstan; kurmasheva@kstu.kz

1. WPROWADZENIE

W warunkach dużego natężenia ruchu powstają zatory na drogach, w tym na dwu- i trypoziomowych skrzyżowaniach. Aby je wyeliminować stosuje się różne sposoby regulowania ruchu, a także rozwiązania konstrukcyjne w pionie i poziomie traktów drogowych. Obecnie istnieje wiele możliwości zapobiegania powstawaniu zatorów w największych miastach świata, m.in. budowane są olbrzymie platformy, mosty i wiadukty. Budowa wiaduktów wymaga jednakże dużo wolnej przestrzeni, której w obecnych czasach brakuje. Dlatego na świecie stosuje się konstrukcje składane, na przykład most Jacques Chaban-Delmas we Francji, most Hörn w Niemczech czy składane mosty w Petersburgu [1] itd. Podobne funkcje spełnia promowa przeprawa mostowa, która faktycznie jest składanym mostem mobilnym.

Bazując na idei mostów składanych zaproponowano wiadukt mobilny, który można byłoby szybko zmontować nad drogą w godzinach szczytu, np. podczas zorganizowanych imprez masowych lub w sytuacjach wyjątkowych. Taki wiadukt mobilny składa się z poziomych modułów wyposażonych w ciąg kół i dźwigników usztywniających. Moduły transportowane są wzdłuż drogi publicznej i łączone ze sobą za pomocą uchwytów – tworząc w ten sposób konstrukcję wiaduktu. Dźwigniki usztywniające opierają się o podłoże. W odróżnieniu od wojskowych przepraw mostowych mobilne wiadukty muszą być zbudowane zgodnie z przepisami ruchu drogowego: prześwit pod nimi powinien wynosić ponad 4,5 m, a pas ruchu w jednym kierunku powinien mieć szerokość nie mniejszą niż 3,5 m. Wiadukt mobilny składa się z dwóch głównych segmentów: modułu pochyłego (Rys. 1a) i modułu poziomego (Rys. 1b). Na proponowany wiadukt mobilny uzyskano patent Nr 25321 RK w Kazachstanie.

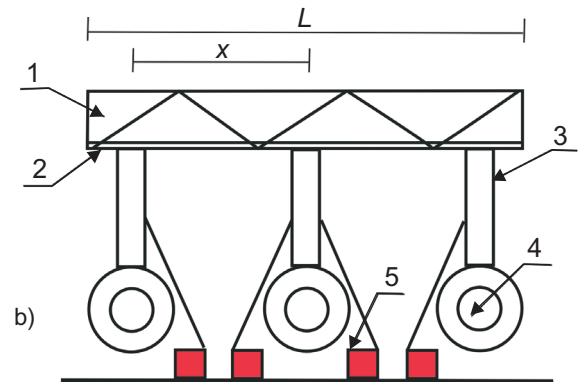
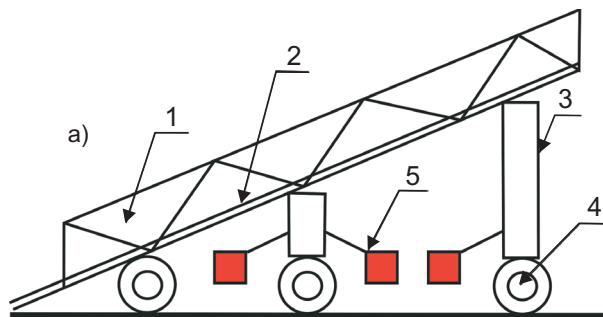


Fig. 1. Modules of the overcrossing: a) sloping module, b) horizontal module (the basic structural elements of the overcrossing are: 1 - barrier, 2 - plate, 3 - support, 4 - wheel engine, 5 - support and the mechanism of its lifting up/down)

Rys. 1. Moduły wiaduktu: a) pochyły, b) poziomy (głównymi elementami konstrukcyjnymi wiaduktu są: 1 - bariera, 2 - płyta, 3 - podpora, 4 - silnik koła, 5 - podpora i mechanizm jej podnoszenia i opuszczania)

1. INTRODUCTION

In the conditions of intensive traffic the traffic appears jams on roads, including two- and three-levels crossroads. In these cases, various methods of traffic regulation, construction of multilevel structures as well as changing configuration in the plan are often applied for jam elimination. Nowadays, there are a number of various ways of preventing traffic jams in the largest cities of the world. For this purpose bridges and overpasses are built. Construction of overpasses require much free territory. Today such sites are usually not accessible. That is why various folded constructions are invented all over the world. For example, the Jacques Chaban Delmes Bridge in France, the Hörn Bridge in Germany, drawbridges of St. Petersburg [1], etc. The analogue of such constructions is ferry, which in fact is the folded mobile bridge.

Based on the idea of moveable bridges, we offer the construction of the mobile overcrossing which can be quickly assembled across a road during rush hours, public actions or emergency events. The mobile overcrossing consists of the horizontal modules equipped with the wheel course and bracing jacks. Modules can be transported to the crossroad and connected together by holders forming one construction when necessary. At the same time bracing jacks lean on the basis. The mobile overcrossing is different from military bridge, they have to satisfy traffic rules: passing height under them is more than 4.5 m, transport strip width in one direction should be not less than 3.5 m. The mobile overcrossing consists of two main segments: the sloping module (Fig. 1a), and the horizontal module (Fig. 1b). The patent No. 25321 RK is received for the offered construction of the mobile overcrossing.

2. METODY BADAŃ

Wielkość zmontowanej konstrukcji można zmieniać poprzez liczbę użytych modułów, co pozwala na zbudowanie skrzyżowania bezkolizyjnego z drogą prostopadłą, dostosowanie długości wiaduktu do szerokości tej drogi i przeprowadzenie w ten sposób części ruchu kołowego (Rys. 2).

W pierwszym etapie projektowania wiaduktu mobilnego wykonano następujące dwa zadania:

- określono długość pojedynczego modułu, a także liczbę modułów w wiadukcie o ustalonej długości oraz obliczono optymalny ciężar konstrukcji stalowej,
- wykonano obliczenia wytrzymałościowe głównego modułu konstrukcji w warunkach obciążenia ruchem drogowym oraz określono warunki utraty stateczności.

3. WYNIKI OBLICZEŃ

W przypadku pierwszego zadania założono, że ciężar modułu jest proporcjonalny do jego długości x oraz do liczby podpór n , przy czym jedna podpora ma zamocowany silnik. Następnie obliczono ciężar całkowity G ze wzoru:

$$G = kx + \frac{L \cdot n}{x} q, \quad (1)$$

gdzie:

k – ciężar wiaduktu przypadający na metr długości [N/m],

L – długość wiaduktu [m],

n – liczba podpór,

q – ciężar jednej podpory [N],

$\frac{L}{x}$ – liczba modułów.

Pochodne ciężaru względem długości wiaduktu są następujące:

$$G' = k - \frac{Lnq}{x^2}, \quad (2)$$

$$G'' = 2 \frac{Lnq}{x^3}. \quad (3)$$

Punkt krytyczny x_p (punkt min./max.) występuje przy $G'=0$

$$k = \frac{Lnq}{x^2}, \quad (4)$$

$$x_p = \sqrt{\frac{Lnq}{k}}. \quad (5)$$

Ponieważ G'' jest zawsze większa od zera, x_p jest optymalną długością jednego modułu wyznaczoną z warunku minimalizacji całkowitego ciężaru wiaduktu.

2. TEST METHODS

The assembled construction allows turning of a part of the traffic road, along the perpendicular bridge overcrossing, which length can be adjusted to the road width, since its sizes are regulated by the number of modules (Fig. 2).



Fig. 2. Concept of mobile overcrossing
Rys. 2. Koncepcja wiaduktu mobilnego

At the first stage there were two tasks when designing the mobile overcrossing:

- determination of the length of one module and the number of modules in the overcrossing of the fixed length (keeping the sizes and geometry of the road) as well as minimization of the metal construction weight,
- determination of the needed bearing capacity of the main bridge module loaded by the real traffic as well as its conditions of the loss of stability of the structure.

3. CALCULATION RESULTS

Considering the first task it is assumed that weight of the module is proportional to its length x and to the number of supports n , including that one support contain a wheel engine. The total weight G is determined as:

$$G = kx + \frac{L - n}{x} q, \quad (1)$$

where:

k – weight of the overcrossing per one meter of length [N/m],

L – length of the overcrossing [m],

n – number of supports,

q – weight of one support [N],

$\frac{L}{x}$ – number of modules.

W przypadku, wiaduktu o długości 30 m z zamontowanymi 4 podporami w module, z których każda waży $1,5 \cdot 10^4$ [N], a ciężar jednego metra bieżącego konstrukcji wynosi $3 \cdot 10^4$ [N], optymalną długość modułu można określić ze wzoru:

$$x_p = \sqrt{\frac{30 \cdot 4 \cdot 1,5 \cdot 10^4}{3 \cdot 10^4}} = \sqrt{60} = 7,74 \text{ m.} \quad (6)$$

Do obliczeń wytrzymałościowych modułu konstrukcji (zadanie drugie), wybrano zorientowany ortogonalnie moduł składający się z ramy przestrzennej z czterema pionowymi słupami przy krawędziach, z dwóch belek podłużnych i siedmiu belek poprzecznych. Moduł wykonano całkowicie z metalu. Na ramie przestrzennej umieszczono stalową konstrukcję podłogową z przeznaczeniem pod jezdnię wraz z podłużnymi i poprzecznymi krawędziami podporowymi. W rzeczywistych warunkach elementy nośne ramy pracują w stanie złożonego naprężenia mimośrodowego ściskania, zginania i skręcania. Elementami nośnymi są przekroje słupów, belek podłużnych i poprzecznych w postaci rur cienkościennych i profili rurowych wzmocnionych czterema narożnymi kątownikami (Rys. 3). Długości elementów ramy wyznaczono biorąc pod uwagę zgodność z przepisami organizacji ruchu drogowego i normami przemysłu samochodowego.

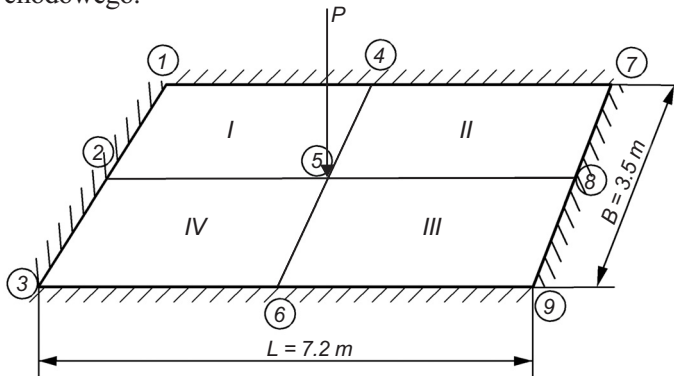


Fig. 3. Model of the plate for FEM analysis

Rys. 3. Schemat obliczeniowy płyty wykorzystany w metodzie MES

W celu zapewnienia sztywności przestrzennej i stabilności elementy nośne ramy przestrzennej są scalone za pomocą podłużnych i poprzecznych elementów wiążących. Efekt dynamiczny spowodowany przejazdem samochodów został uwzględniony poprzez współczynnik dynamiczny wyznaczony doświadczalną metodą ekspercką ($Kd = 1,3$) [2]. W celu spełnienia warunków wytrzymałości, sztywności i stateczności, wykonano obliczenia płyty jezdni i elementów ramy przestrzennej poddanej pionowemu obciążeniu użytkowemu, zgodnie z wymogami norm europejskich [2]. Poniżej przedstawiono kolejne etapy w obliczaniu modułu.

The weight derivatives with respect to the bridge length are presented as follows:

$$G' = k - \frac{Lnq}{x^2}, \quad (2)$$

$$G'' = 2 \frac{Lnq}{x^3}. \quad (3)$$

The critical point x_p (min./max. point) at $G' = 0$

$$k = \frac{Lnq}{x^2}, \quad (4)$$

$$x_p = \sqrt{\frac{Lnq}{k}}. \quad (5)$$

As G'' is always bigger than zero, the optimum length of one module x_p is determined from the condition of minimization of total load of the overcrossing.

For example for the overcrossing of 30 m long, with 4 supports on each module, each weighting of $1.5 \cdot 10^4$ N. The weight of one running meter of the construction is $3 \cdot 10^4$ N. The optimum length will be equal to:

$$x_p = \sqrt{\frac{30 \cdot 4 \cdot 1.5 \cdot 10^4}{3 \cdot 10^4}} = \sqrt{60} = 7.74 \text{ m.} \quad (6)$$

When calculating the bearing construction (the second task) the orthogonally oriented module plate was chosen, with the space frame having four vertical posts at the edges, two longitudinal beams and seven cross-beams. All is completely made of metal. On the surface of the space frame the steel flooring supporting the carriageway with the stiffening longitudinal and cross ribs (beams) is placed. When loading by the real roads traffic the elements of load-bearing frame constructions are subjected to multi-axial stress in the form of eccentric compression, bending and torsion. The cross sections of posts, longitudinal and cross beams, are thin-wall pipes, framed with four equilateral angle sections (Fig. 3). Lengths of frame elements are determined taking into account the compliance with requirements of traffic organization and standards of road automotive industry.

For ensuring space rigidity and stability of the frame its constructions are connected by longitudinal and transversal bindings. The dynamic effect caused by driving transport is considered by introduction of the dynamic coefficient appointed by means of experimental expert method ($Kd = 1.3$) [2]. For fulfilling conditions of strength, rigidity and stability of the load-bearing module, the calculation of carriageway plate and elements of the space frame are design against the vertical service loading, according to Eurocodes requirements [2]. Let's present the successive items of the calculation of the module.

Płyta prostokątna o wymiarach $L \times B$ pod względem konstrukcyjnym jest płytą ortotropową podpartą belkami poprzecznymi w rozstawie $L/6$ i belkami podłużnymi w rozstawie $B/4$. Do obliczeń przyjęto następujące bezwymiarowe charakterystyki prętów uwzględniające ich geometrię i sztywność:

$$\alpha_2 = \frac{l_2}{l_1}, \alpha_3 = \frac{l_3}{l_1}, g_2 = \frac{EJ_2}{EJ_1}, g_{2k} = \frac{GJ_{2k}}{EJ_1},$$

$$g_3 = \frac{EJ_3}{EJ_1}, g_{3k} = \frac{GJ_{3k}}{EJ_1}, \quad (7)$$

gdzie:

l_i – długość elementów słupowych ($i = 1, 2, 3$),

EJ_i – sztywność giętna,

GJ_{ik} – sztywność skrętna,

α_2, α_3 – bezwymiarowe współczynniki długości podłużnej i poprzecznic ramy do długości słupa.

Obliczenia mające na celu identyfikację nośności płyty jako sprężystej płyty nieizotropowej, wykonano metodą różnic skończonych oraz metodą elementów skończonych [3, 4]. Warunek brzegowy określa w tym przypadku obciążenie płyty ruchem wzdłuż jej krawędzi (obrysu). Obliczenia metodą różnic skończonych (MRS) przy gęstości siatki ($n_x \times n_y$) przeprowadzono używając standardowego programu Mathcad.

Obliczenia metodą elementów skończonych (MES) wykonano zakładając podział powierzchni płyty na cztery elementy prostokątne. Uwzględniając podwójną symetrię (w osiach x, y), liczba nieznanów przemieszczeń wynosi: 12 – w przypadku metody MRS oraz 3 – w przypadku metody MES. Do obliczeń metodą MRS użyto siatki 4×3 . Do obliczeń metodą MES zastosowano siatkę 2×2 . Uzyskano zadowalającą zbieżność wyników ugięć płyty otrzymanych oboma metodami obliczeniowymi, co oznacza, że wyniki są wiarygodne.

Po wyznaczeniu sił przekrojowych M_x, M_y, M_{xy} określono stan naprężenia płyty, tzn. wyznaczono naprężenia normalne $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ i sprawdzono warunek wytrzymałościowy płyty:

$$\sigma_x = \frac{6M_x}{t^2}, \sigma_y = \frac{6M_y}{t^2}, \tau_{xy} = \frac{6M_{xy}}{t^2}, Kd(\sigma_{\max}) < R, \quad (8)$$

gdzie:

t – grubość płyty, $t = 20$ mm,

σ_{\max} – największe naprężenie rozciągające,

M_{xy} – moment skręcający,

The rectangular plate of dimensions $L \times B$ represents construction of orthotropic plate supported with cross beams with the pace $L/6$ and longitudinal beams with the pace $B/4$. The following dimensionless parameters are introduced:

$$\alpha_2 = \frac{l_2}{l_1}, \alpha_3 = \frac{l_3}{l_1}, g_2 = \frac{EJ_2}{EJ_1}, g_{2k} = \frac{GJ_{2k}}{EJ_1},$$

$$g_3 = \frac{EJ_3}{EJ_1}, g_{3k} = \frac{GJ_{3k}}{EJ_1}, \quad (7)$$

where:

l_i – lengths of posts elements ($i = 1, 2, 3$),

EJ_i – their flexural rigidities,

GJ_{ik} – torsional rigidities,

α_2, α_3 – the dimensionless relations length of longitudinal and transversal crossbars of the frame to the post length.

The calculation for the purpose of identification of load-bearing condition of the elastic non-isotropic plate is made by methods of finite differences and finite elements [3, 4]. Boundary conditions are determined by the plate loading along its edge. The calculation by finite difference method (FDM) was carried out with the grid ($n_x \times n_y$), with application of the “Mathcad” standard programme.

The calculation with the FEM is performed at division of the plate surface into four rectangular elements. Taking into account the double symmetry (on axes x, y) the number of unknowns is: 12 – for FDM, and 3 – for FEM. At the same time, good coincidence of results on plate deflections, on both computational methods is noted that means reliability of the received values. When calculating FDM the “grids” 4×3 was used. When calculating FEM the grid 2×2 was used.

After determining the internal forces M_x, M_y, M_{xy} , the components of the stress tensor $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ were determined and the strength conditions were checked:

$$\sigma_x = \frac{6M_x}{t^2}, \sigma_y = \frac{6M_y}{t^2}, \tau_{xy} = \frac{6M_{xy}}{t^2}, Kd(\sigma_{\max}) < R, \quad (8)$$

where:

t – floor thickness, $t = 20$ mm,

σ_{\max} – the biggest actual normal stress,

M_{xy} – moment of torque,

M_x – bending moment of with respect to axis x ,

M_y – bending moment with respect to axis y ,

Kd – dynamic coefficient, $Kd = 1.3$,

- M_x – moment zginający względem osi x ,
 M_y – moment zginający względem osi y ,
 Kd – współczynnik dynamiczny, $Kd = 1,3$,
 R – obliczeniowa nośność stali (AUSS 09G2S) na zginanie, $R = 300$ MPa.

Wyznaczono także warunek sztywności (dla ugięć):

$$\left(\frac{1}{W_{\max}} = \frac{1}{2150}\right) < \left(\frac{1}{W} = \frac{1}{1000}\right), \quad (9)$$

gdzie:

W_{\max} – maksymalne ugięcie płyty,

$\frac{1}{W}$ – ugięcie płyty dopuszczone przez normy.

Układ równań algebraicznych (URA) bazujących na metodzie MES ma następującą postać:

$$A \cdot \vec{w} = \vec{R}_p \quad (10)$$

gdzie:

\vec{w} – macierz nieznanych przemieszczeń,

\vec{R}_p – macierz wyrazów wolnych uwzględniająca obciążenie działające na płytę.

A – macierz kwadratowa rzędu n .

Ogólną postać tej macierzy przedstawiono w Tabl. 1.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	$a_1 + a_5 + a_6$	a_2	a_5	0	a_3	0	0	0	0	0	0	0
2	a_1	$a_1 + a_6$	a_2	a_5	0	a_3	a_4	0	0	0	0	0
3	a_5	a_2	0	a_2	0	0	a_3	a_4	0	0	0	0
4	0	$2a_5$	0	0	0	0	0	a_3	0	0	0	0
5	a_3	a_4	0	0	$a_1 + a_5 + a_6$	a_2	a_5	0	a_3	a_4	0	0
6	a_4	a_3	a_4	0	0	0	a_2	a_5	0	a_3	a_4	0
7	0	a_4	a_3	a_4	a_5	a_2	$a_1 + a_5 + a_6$	a_2	0	a_4	a_3	a_4
8	0	0	0	a_3	0	0	0	0	0	0	0	a_3
9	$2a_6$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	a_5	0
10	0	$2a_6$	0	0	0	0	0	0	a_2	0	a_2	a_5
11	0	0	0	0	0	0	0	0	a_5	a_2	0	a_2
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Jako przykład przeprowadzono analizę płyty o wymiarach $(L \times B) = (7,5 \times 3,5)$ m przy gęstości siatki $(n_x \times n_y) = (8 \times 6)$ m. Otrzymano następujące wartości ugięć w węzłach siatki:

R – the calculated strength of steel (AUSS 09G2S) with respect to bending, $R = 300$ MPa.

Also the condition of rigidity (for deflections):

$$\left(\frac{1}{W_{\max}} = \frac{1}{2150}\right) < \left(\frac{1}{W} = \frac{1}{1000}\right), \quad (9)$$

where:

W_{\max} – maximal deflection of the plate,

$\frac{1}{W}$ – the plate deflection allowed according to standards.

The System of the Algebraic Equations (SAE) of FEM, has the representation:

$$A \cdot \vec{w} = \vec{R}_p \quad (10)$$

where:

\vec{w} – vector of unknown node displacements,

\vec{R}_p – vector of the free members considering the loading acting on the plate.

A – square matrix of order n .

This matrix in general is given in Table 1.

Table 1. The solution matrix of the FDM
 Tablica 1. Macierz współczynników metody różnic skończonych (MRS)

As an example, the plate of dimensions $(L \times B) = (7.5 \times 3.5)$ m and the grid $(n_x \times n_y) = (8 \times 6)$ m is considered. The following values of deflections of grid nodes are received:

$$\begin{aligned}
 W_1 &= \frac{0,809}{D_x}, W_2 = \frac{1,079}{D_x}, W_3 = \frac{1,145}{D_x}, W_4 = \frac{1,151}{D_x}, \\
 W_5 &= \frac{1,744}{D_x}, W_6 = \frac{2,401}{D_x}, W_7 = \frac{2,578}{D_x}, W_8 = \frac{2,604}{D_x}, \\
 W_9 &= \frac{2,122}{D_x}, W_{10} = \frac{2,497}{D_x}, W_{11} = \frac{3,175}{D_x}, W_{12} = \frac{3,212}{D_x}, \\
 W_{\max} &= \frac{3,212}{D_x},
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

gdzie:

$$D_x = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}
 \tag{12}$$

jest sztywnością giętą płyty.

Obliczenia ramy składającej się z pionowych słupów oraz podłużnic i poprzecznic wykonano analityczną metodą przemieszczeń (Rys. 4), [5-6]. Schemat obliczeniowy ramy, uwzględniający podwójną symetrię przedstawiono na Rys. 5.

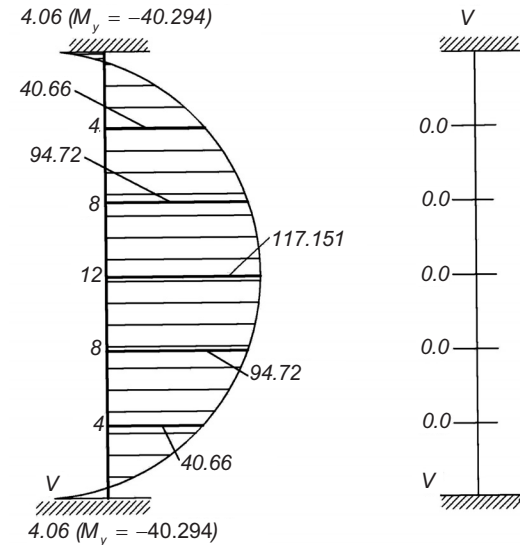


Fig. 4. Results of the plate calculations by the displacement method with shown moment distributions: a) M_y [kNm], b) M_{xy} [kNm]

Rys. 4. Wyniki obliczeń płyty metodą przemieszczeń widocznym z rozkładem momentów: a) M_y [kNm], b) M_{xy} [kNm]

Układ równań metody przemieszczeń ma postać:

$$A \cdot \vec{z} + \vec{R}_p = 0
 \tag{13}$$

gdzie: A – macierz kwadratowa o wymiarze 11×11 (w ogólnej postaci została przedstawiona w Tabl. 2).

Całkowita liczba przemieszczeń obrotowych i liniowych czterech węzłów ramy (A, B, C, D) wynosi jedenaście ($z_i = 1, 2, \dots, 11$).

$$\begin{aligned}
 W_1 &= \frac{0.809}{D_x}, W_2 = \frac{1.079}{D_x}, W_3 = \frac{1.145}{D_x}, W_4 = \frac{1.151}{D_x}, \\
 W_5 &= \frac{1.744}{D_x}, W_6 = \frac{2.401}{D_x}, W_7 = \frac{2.578}{D_x}, W_8 = \frac{2.604}{D_x}, \\
 W_9 &= \frac{2.122}{D_x}, W_{10} = \frac{2.497}{D_x}, W_{11} = \frac{3.175}{D_x}, W_{12} = \frac{3.212}{D_x}, \\
 W_{\max} &= \frac{3.212}{D_x},
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

where:

$$D_x = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}
 \tag{12}$$

is the flexural rigidity of the plate.

Calculation of the frame consisting of vertical posts, longitudinal and cross beams (cross-ribs) is made by analytical method of displacements Fig. 4 [5-6]. The a double symmetry frame scheme taken into account for calculations is given in Fig. 5.

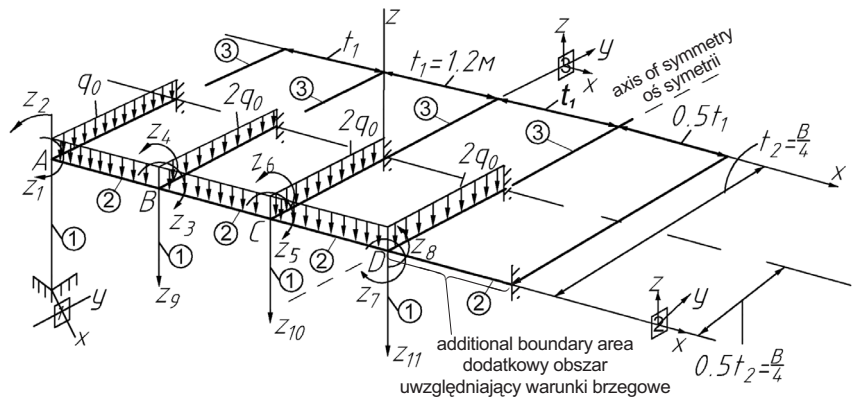


Fig. 5. Calculated scheme of the space frame
Rys. 5. Schemat obliczeniowy ramy przestrzennej

The set of equation has a form of:

$$A \cdot \vec{z} + \vec{R}_p = 0
 \tag{13}$$

where: A – square matrix of the 11^{th} order (in general it is given in Table 2).

The total number of unknown angular and linear displacements of four nodes of the frame (A, B, C, D) is equal to eleven ($z_i = 1, 2, \dots, 11$).

Canonical equation of displacement method has a form:

$$z_{k1} Z + z_{k2} Z + \dots + z_{k11} Z + R_{kp} = 0,
 \tag{14}$$

where: $k = 1, 2, \dots, n$.

Równanie kanoniczne metody przemieszczeń ma następującą postać:

$$z_{k1}Z + z_{k2}Z + \dots + z_{k11}Z + R_{kp} = 0, \quad (14)$$

gdzie: $k = 1, 2, \dots, n$.

Table 2. Matrix A and vector \vec{R}_p for the equation (13)

Tablica 2. Macierz A oraz wektor \vec{R}_p z równania (13)

n	A											\vec{R}_p
	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8	z_9	z_{10}	z_{11}	
1	$4\left(\frac{g_1}{\alpha_1} + \frac{g_2}{\alpha_2}\right) + \frac{g_{3,k}}{\alpha_3}$	0	$\frac{2g_2}{\alpha_2}$	0	0	0	0	0	$\frac{-6g_2}{l_1\alpha_2^2}$	0	0	
2	0	$4\left(\frac{g_1}{\alpha_1} + \frac{g_2}{\alpha_2}\right) + \frac{g_{2,k}}{\alpha_2}$	0	$\frac{g_{2,k}}{\alpha_2}$	0	0	0	0	0	0	0	$-\alpha_3^2$
3	$\frac{2g_2}{\alpha_2}$	0	$\frac{8g_2}{\alpha_2} + \frac{g_{3,k}}{\alpha_3}$	0	$\frac{g}{\alpha_2}$	0	0	0	0	$\frac{-6g_2}{l_1\alpha_2^2}$	0	0
4	0	$\frac{g_{2,k}}{\alpha_2}$	0	$\frac{4g_3}{\alpha_3} + \frac{2g_{2,k}}{\alpha_2}$	0	$\frac{g_{2,k}}{\alpha_2}$	0	0	$\frac{6g_3}{l_1\alpha_3^2}$	0	0	$-2\alpha_3^2$
5	0	0	$\frac{g_2}{\alpha_2}$	0	$\frac{8g_2}{\alpha_2} + \frac{g_{3,k}}{\alpha_3}$	0	$\frac{2g_2}{\alpha_2}$	0	$\frac{6g_2}{l_1\alpha_2^2}$	0	$\frac{-6g_2}{l_1\alpha_2^2}$	0
6	0	0	0	$\frac{g_2}{\alpha_2}$	0	$\frac{4g_3}{\alpha_3} + \frac{2g_{2,k}}{\alpha_2}$	0	$\frac{g_{2,k}}{\alpha_2}$	0	$\frac{6g_3}{l_1\alpha_3^2}$	0	$-2\alpha_3^2$
7	0	0	0	0	$\frac{2g_2}{\alpha_2}$	0	$\frac{8g_2}{\alpha_2} + \frac{g_{3,k}}{\alpha_3}$	0	0	$\frac{6g_2}{l_1\alpha_2^2}$	0	0
8	0	0	0	0	0	$\frac{g_{2,k}}{\alpha_2}$	0	$\frac{4g_3}{\alpha_3} + \frac{2g_{2,k}}{\alpha_2}$	$\frac{24g_2}{l_1^2l_2^2} + \frac{12g_3}{l_1^2\alpha_3^3}$	0	$\frac{6g_3}{l_1\alpha_3^2}$	$-2\alpha_3^2$
9	$\frac{-6g_2}{l_1\alpha_2^2}$	0	0	$\frac{-6g_3}{l_1\alpha_3^2}$	$\frac{-6g_2}{l_1\alpha_2^2}$	0	0	0	0	$\frac{12g_2}{l_1^2\alpha_2^2}$	0	$-(3\alpha_2^3l_1 + \alpha_3^3l_1)$
10	0	0	$\frac{-6g_2}{l_1\alpha_2^2}$	0	0	$\frac{-6g_3}{l_1\alpha_3^2}$	$\frac{-6g_2}{l_1\alpha_2^2}$	0	$\frac{12g_2}{l_1^2\alpha_2^2}$	$\frac{24g_2}{l_1^2l_2^2} + \frac{12g_3}{l_1^2\alpha_3^3}$	0	$-(3\alpha_2^3l_1 + \alpha_3^3l_1)$
11	0	0	0	0	$\frac{-6g_2}{l_1\alpha_2^2}$	0	0	$\frac{-6g_3}{l_1\alpha_3^2}$	0	$\frac{-12g_2}{l_1^2\alpha_2^2}$	$\frac{24g_2}{l_1^2l_2^2} + \frac{12g_3}{l_1^2\alpha_3^3}$	$-(3\alpha_2^3l_1 + \alpha_3^3l_1)$

4. DYSKUSJA

Po wyznaczeniu nieznanych przemieszczeń węzłowych obliczono momenty przekrojowe wykorzystując wzór:

$$M = \left(\sum_{k=1}^{11} M_k z_k \right) + M_p \quad (15)$$

oraz siły poprzeczne Q i siły podłużne N zgodnie z ogólną teorią konstrukcji [7-10]. Wykorzystując dane zamieszczone w Tabl. 2 przeprowadzono obliczenia ramy przestrzennej przy następujących jej parametrach:

$$L = 7.2 \text{ m}, B = 3.5 \text{ m}, l_1 = H = 4.7 \text{ m}, l_2 = \frac{L}{6} = 1.2 \text{ m}, l_3 = \frac{B}{4} = 0.875 \text{ m}, \alpha_2 = \frac{1.2}{4.7} = 0.255, \alpha_3 = \frac{0.875}{4.7} = 0.186,$$

$$EJ_1 = 16.35 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^2, G_{1,k} = 0.022 \cdot 10^6 \text{ MPa}, EJ_2 = 61.8 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^2, G_{2,k} = 0.1367 \cdot 10^6 \text{ MPa}, \quad (16)$$

$$EJ_3 = 19.86 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^2, G_{3,k} = 0.0799 \cdot 10^6 \text{ MPa}, g_2 = 3.780, g_{2,k} = 0.00836, g_3 = 12147, g_{3,k} = 0.0049.$$

4. DISSCUSSION

After calculation of unknown node displacements the internal bending moments are determined from the following formula:

$$M = \left(\sum_{k=1}^{11} M_k z_k \right) + M_p. \quad (15)$$

The transversal forces Q and longitudinal forces N are obtained as usual from the theory of constructions [7-10]. Taking into account data from the Table 2 the calculation of space frame having the following data is performed:

Wartości przemieszczeń węzłowych (Rys. 5) obliczono uwzględniając następujące dane:

$$z_1 = \frac{0.527}{i_o}, z_2 = \frac{0.497}{i_o}, z_3 = \frac{-0.101}{i_o}, z_4 = \frac{0.939}{i_o}, z_5 = \frac{-0.12}{i_o}, z_6 = \frac{0.53}{i_o},$$

$$z_7 = \frac{0.015}{i_o}, z_8 = \frac{1.139}{i_o}, z_9 = \frac{0.342}{i_o}, z_{10} = \frac{0.024}{i_o}, z_{11} = \frac{0.135}{i_o},$$
(17)

i_o – sztywność liniowa wyznaczana w każdej kolejnej iteracji.

Na podstawie otrzymanych wykresów sił przekrojowych ramy przestrzennej (Rys. 6-9) określono stan naprężenia w elementach ramy oraz sprawdzano, czy spełnione są warunki wytrzymałości i stateczności odkształcalnych ram nośnych wiaduktu.

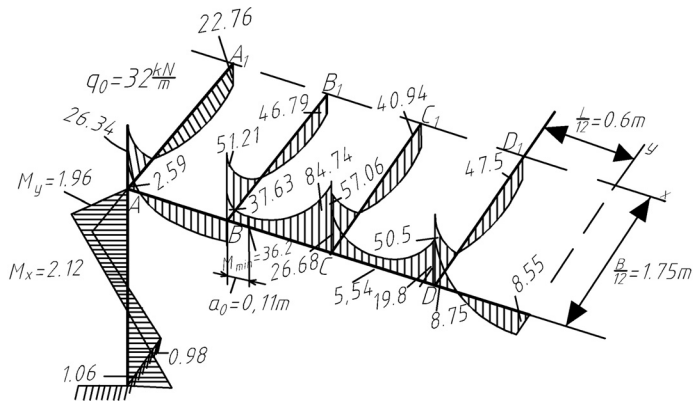


Fig. 6. Diagram of bending moments of the space frame
Rys. 6. Wykres momentów zginających ramy przestrzennej

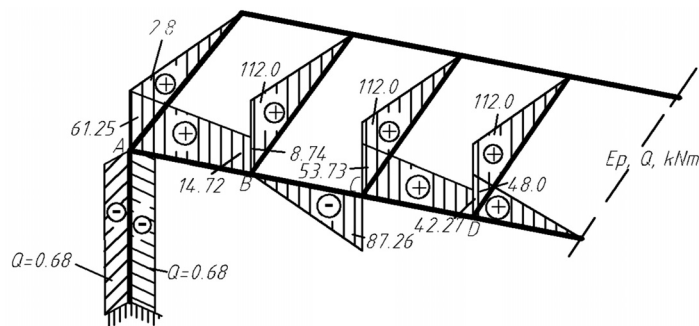


Fig. 8. Diagram of shear forces of the space frame
Rys. 8. Wykres sił poprzecznych w ramie przestrzennej

Do kolejnych obliczeń przyjęto przekrój poprzeczny złożony z rur z zamocowanymi na zewnątrz kątownikami (Rys. 10). Warunki wytrzymałości i stateczności elementów ramy przestrzennej określono zgodnie z zasadami wytrzymałości materiałów [11-14], podobnie jak w przypadku konstrukcji pracujących pod złożonym obciążeniem (mimośrodowe ściskanie, zginanie i skręcanie):

Values of nodal displacements (Fig. 5) are calculated according to these data are:

i_o – linear stiffness determined in each iteration step.

On the basis of the obtained internal forces of the space frame (Figs. 6-9) components of the frame elements stress state was investigated and conditions for needed strength and stability were checked.

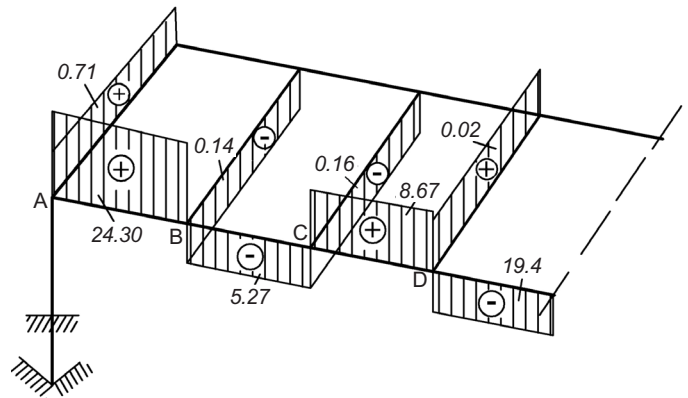


Fig. 7. Diagram of torque moments of the space frame
Rys. 7. Wykres momentów skręcających ramy przestrzennej

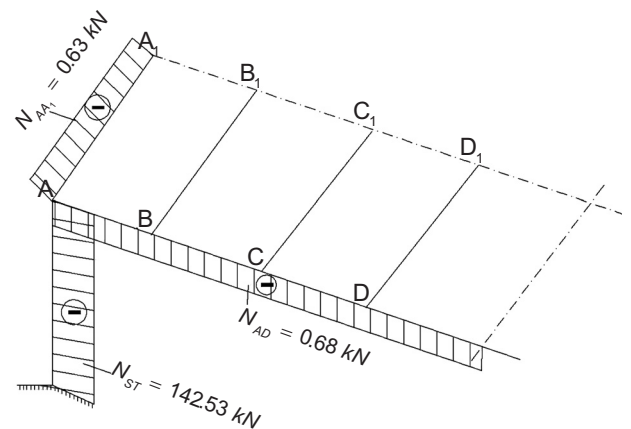


Fig. 9. Diagram of normal forces of the space frame
Rys. 9. Wykres sił podłużnych w ramie przestrzennej

The compound section consisting of pipes and the framing angles/corners (Fig. 10) is accepted as a transverse section. Conditions of the strength and stability of the space frame elements were checked according to the theory of strength of materials [11-14] similar as for the elements under complex loading (eccentrically compressing, bending and torsion):

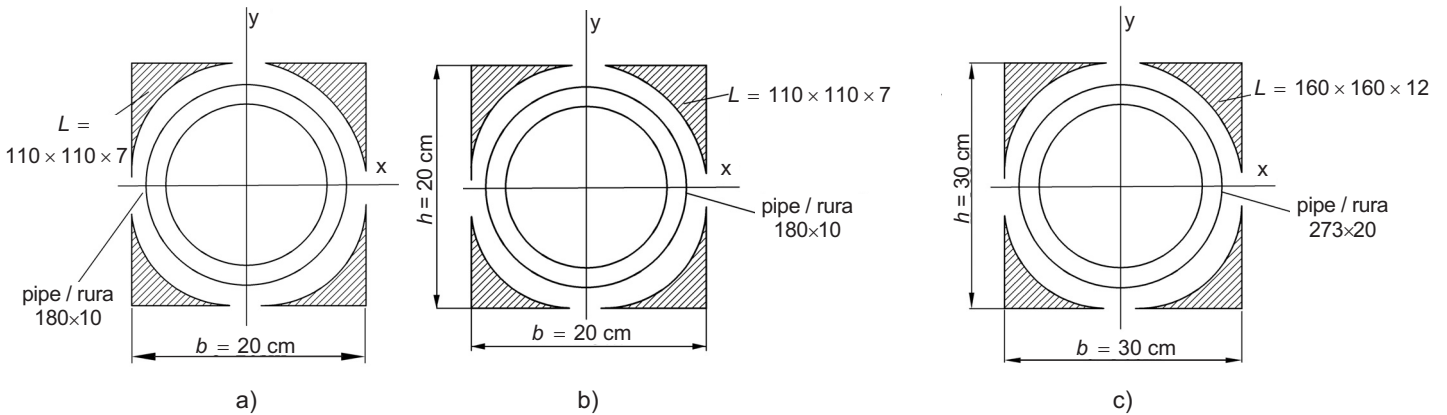


Fig. 10. The cross sections of elements of the space frame: a) vertical posts, b) longitudinal bars, c) cross bars
Rys. 10. Przekroje poprzeczne elementów ramy przestrzennej: a) słupy pionowe, b) belki podłużne, c) belki poprzeczne

a) Sprawdzenie wytrzymałości słupów pionowych (uwzględniając podatną pracę stali):

$$Kd \left[\left(\frac{N}{A \cdot R} \right)^{\frac{3}{2}} + \frac{M_x}{W_x \cdot R} + \frac{M_y}{W_y \cdot R} \right] \leq 1, \quad (18)$$

gdzie:

$Kd = 1,3$ – współczynnik dynamiczny
 $R = 300 \text{ MPa}$ – obliczeniowa wytrzymałość stali (AUSS 09G2S),

A, W_x, W_y – pole powierzchni i wskaźniki wytrzymałości przekrojów poprzecznych.

b) Sprawdzenie stateczności całego słupa w płaszczyźnie oddziaływania momentu $M = M_x$:

$$Kd \left(\frac{N}{\varphi_x^{in} \cdot A} \right) < R_b, \quad (19)$$

gdzie:

$\varphi_x^{in} = f(\lambda_x, m_{1x})$ – współczynnik zginania wzdłuż osi elementu.

c) Sprawdzenie stateczności całego słupa z płaszczyzny oddziaływania momentu $M = M_x$:

$$Kd \left(\frac{N}{c \cdot \varphi_y \cdot A} \right) \leq R, \quad (20)$$

gdzie:

$c\varphi_y$ – współczynnik stateczności przestrzennej.

d) Sprawdzenie wytrzymałości poprzecznic i podłużnic (według trzeciej teorii zniszczenia):

$$Kd \left(\sigma_{cr} = \frac{N}{A} + \frac{M_{rd}}{W_x} \right) = R, \quad (21)$$

a) Checking of the strength conditions of vertical posts (taking into account its flexibility):

where:

$Kd = 1.3$ – dynamic coefficient,
 $R = 300 \text{ MPa}$ – calculated resistance of steel (AUSS 09G2S Rus),

A, W_x, W_y – cross-sectional area and section moduli.

b) Checking the stability of the whole post in the plane of action of the moment $M = M_x$:

where:

$\varphi_x^{in} = f(\lambda_x, m_{1x})$ – coefficient of the longitudinal bending.

c) Checking the stability of the whole post from the plane of action of the moment of $M = M_x$:

where:

$c\varphi_y$ – coefficient of space stability.

d) Checking durability conditions of longitudinal and cross beams (by the 3rd failure theory):

$$M_{rd} = \sqrt{M_u^2 + M_k^2}, \quad (22)$$

gdzie:

M_u – moment zginający,

M_k – moment skręcający.

e) Sprawdzenie wytrzymałości podłużnic i poprzecznic w przekroju poprzecznym:

$$\left(\tau = \frac{Q \cdot S_1}{J_x \cdot \delta_{ST}} \right) Kd \leq R_{av}, \quad (23)$$

gdzie:

Q – siła poprzeczna,

R_{av} – wytrzymałość obliczeniowa przekroju poprzecznego, $R_{av} = 130$ MPa.

Równania (7-9) rozwiązano używając popularnego oprogramowania Mathcad [15, 16].

5. WNIOSKI

1. Zaproponowano konstrukcję tymczasowego mobilnego wiaduktu, który umożliwi rozwiązanie zadania likwidacji lub zmniejszenia powstałych zatorów drogowych.
2. Wykorzystując metodę różnic skończonych oraz metodę elementów skończonych wykazano skuteczność obliczeń płyty o konstrukcji ortotropowej stanowiącej podstawę jezdni mobilnego wiaduktu. Wiarygodność wyników obliczeń została potwierdzona zbieżnością wartości ugięć otrzymanych przy zastosowaniu obydwu metodach.
3. Założony kształt i własności fizyczno-mechaniczne elementów nośnych mostu i przyjęte wzmocnienia stalowej płyty nośnej zapewniają ich odpowiednią wytrzymałość i sztywność.
4. Przyjęta grubość blachy podłogi (20 cm) i obecność żeber wzmacniających płyty zapewniają dużą sztywność jezdni mobilnego wiaduktu odpowiadającą wymaganiom stawianym mostom drogowym [17].
5. Wyznaczono ogólną macierz metody różnic skończonych przy gęstości siatki ($n_x \times n_y$) = (8 × 6). Zawartość Tabl. 1 umożliwi obliczanie dowolnych płyt w szerokim zakresie wymiarów geometrycznych w planie i grubości oraz przy różnych wartościach ugięć płyty i elementów podporowych.
6. Obliczenia ramy przestrzennej o dowolnych charakterystykach geometrycznych i mechanicznych, stanowiącej konstrukcję mobilnego wiaduktu wykonano w przypadku głównych obciążeń pionowych (obciążenie użyteczne)

where:

M_u – bending moment,

M_k – torque moment.

e) Checking the durability of longitudinal and cross beams for cross-section:

where:

Q – transverse force,

R_{av} – calculated resistance for cross-section, $R_{av} = 130$ MPa.

The solution of the equations (7-9) was carried out by means of PC with use of the standard Mathcad software [15, 16].

5. CONCLUSIONS

1. The construction of the mobile overcrossing bridge was presented. The proposed solution allows to solve the problem of eliminating or reducing of traffic jams.
2. The numerical methods of finite differences and finite elements; are effective tools for calculation of the orthotropic plate as a support of the of the bridge carriageway. The coincidence of deflections determined by both methods confirms the reliability of both methods.
3. The accepted shape and physical-mechanical characteristics of elements of the load-bearing structure as well as applied supporting ribs of the steel floor (plate) ensure its proper strength and rigidity.
4. The assumed thickness of the steel floor, equal to 20 mm and the stiffening plate ribs provide the high rigidity of the moveable bridge carriageway according to the requirements for building road bridges [17].
5. The matrix of the finite differences method for a grid of ($n_x \times n_y$) = (8 × 6) is obtained and shown in Table 1. It allows to calculate any plate with a wide variety of the plane dimensions and thicknesses as well as at various plate flexural rigidities and the elements supporting it.
6. The calculation of the space frame of the mobile overcrossing bridge is performed for the main vertical loadings (service load) by means of analytical method of displacements with considered bending and torsion of its elements.

wykorzystując do tego metodę przemieszczeń i uwzględniając zginanie i skręcanie elementów ramy.

BIBLIOGRAFIA / REFERENCES

- [1] *Montgomery D.*: Introduction to Statistical Quality Control. Wiley, Arizona, 2012
- [2] *Altintas Y.*: Manufacturing automation, metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design. Cambridge University Press, **12**, 4, 2012, 13-14
- [3] *Tasci L., Kuloglu N.*: Investigation of a new transition curve. The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering, **6**, 1, 2011, 23-29
- [4] *Ziatdinov R., Yoshida N., Kim T.W.*: Analytic parametric equations of log-aesthetic curves in terms of incomplete gamma functions. Computer Aided Geometric Design, **29**, 2, 2012, 129-140
- [5] *Fernandez L.*: Bridge engineering: a global perspective. Thomas Telford, London, 2009
- [6] *Balabekova K., Kadyrov A.*: A study of mobile overpass work. Proceedings of the International scientific-practical conference "Integration of science, education and production basis for the implementation of the plan of nation: selected papers", Karaganda, 2015, 241-243
- [7] *Hobbacher A.*: Recommendations for Fatigue Design of Welded Joints and Components. The International Institute of Welding, NY, 2009
- [8] *Hu J., Duncan J., Marciniak Z.*: Mechanics of Sheet Metal Forming. Butterworth-Heinemann, Oxford, Great Britain, 2002
- [9] *Kadyrov A., Timuhina E., Balabekova K.*: Modelirovaniye raboty konstrukcii mobilnogo puteprovoda. Trudy universiteta, Karaganda, **100**, 4, 2017, 96-99
- [10] *Rosignoli M.*: Bridge Construction Equipment. Ice Publishing, USA, 2013
- [11] *Altan T., Tekkaya E.*: Sheet Metal Forming: Fundamentals. ASM International, USA, 2012
- [12] *Zorev N.*: Metal cutting mechanics. Pergamon Press, New York, 1966
- [13] *Causon D., Mingham C.*: Introductory Finite Difference Methods for pdes. Ventus Publishing ApS, Capital Region of Denmark, 2010
- [14] *Chmielewski R., Wolniewicz A.*: Classification of the modernized DMS-65 folded bridge structure according to STANAG 2021 requirements. Roads and Bridges - Drogi i Mosty, **16**, 2, 2017, 147-158
DOI: 10.7409/rabdim.017.010
- [15] *Ahmadiev S.*: Theoretical foundations design mechanical engineer. Karaganda State Technical University, Karaganda, 2015
- [16] *Kadyrov A., Kadyrova I.*: Osnovy nauchnykh issledovaniy. Karaganda State Technical University, Karaganda, 2015
- [17] *Kadyrov A., Ganyukov A., Balabekova K.*: Development of constructions of mobile road overpasses. International Conference on Mechanical, Aeronautical and Automotive Engineering "ICMAA 2017", Malacca, 2017, 224-228