MIROSLAW GRACZYK¹⁾JÓZEF RAFA²⁾ADAM ZOFKA³⁾

PAVEMENT MODELLING USING MECHANICAL AND THERMAL HOMOGENIZATION OF LAYERED SYSTEMS

MODELOWANIE NAWIERZCHNI Z WYKORZYSTANIEM METOD HOMOGENIZACJI MECHANICZNEJ I TERMICZNEJ UKŁADÓW WARSTWOWYCH

STRESZCZENIE. W artykule przedstawiono model homogenizacji mechanicznej i termicznej układu warstwowego nawierzchni. Rzeczywista nawierzchnia drogowo-lotniskowa, składająca się z kilku różnorodnych warstw spoczywających na podłożu, została zamodelowana warstwą o parametrach fizyko-mechanicznych równoważnych pod względem dynamicznym i termicznym. Wykorzystując kryteria masowe, falowe, energetyczne i termodynamiczne zaprezentowano autorskie modele równoważne nawierzchni w układzie homogenizowanym z układem wielowarstwowym. Modelowanie prowadzono w taki sposób, aby uzyskać równoważność dynamicznych i termicznych procesów falowych zachodzących w układzie wielowarstwowym oraz homogenizowanym. Skonstruowano rozwiązanie zagadnienia dla warstwy współpracującej z półprzestrzenią modelującą nawierzchnię uwarstwową spoczywającą na podłożu (półprzestrzeni). Modelowanie rzeczywistej nawierzchni warstwą równoważną przeprowadzono pod względem matematycznym oraz fizycznym z uwzględnieniem występujących w niej procesów mechanicznych i termicznych. Przedstawione rozwiązanie umożliwia prowadzenie analiz uniwersalnego zagadnienia warstwy spoczywającej na podłożu gruntowym, w tym oceny złożonych problemów termomechaniki oraz diagnostyki drogowych i lotniskowych nawierzchni warstwowch.

SŁOWA KLUCZOWE: izoliny parametrów zastępczych, kryteria homogenizacji, nawierzchnia wielowarstwowa, nawierzchnia zastępcza, zastępcze parametry mechaniczne i termiczne.

ABSTRACT. The paper presents a model of the mechanical and thermal homogenization of the layered pavement system. The actual road/airport pavement consisting of several different layers resting on a sub-grade is modelled by a layer with dynamically and thermally equivalent physico-mechanical parameters. Using mass, wave, energy and thermodynamic criteria, equivalent models of the pavement in the homogenized system and in the multilayer system are presented. The modelling was conducted to obtain equivalence between the dynamic and thermal wave processes taking place in the multilayer system and in the homogenized system. The problem solution was constructed for a layer interacting with a half-space, modelling a layered pavement resting on a sub-grade (a half-space). The actual pavement was mathematically and physically modelled by the equivalent layer, taking into account the mechanical and thermal processes taking place in the latter. The presented solution enables one to carry out analyses of the universal problem of a layer resting on a sub-grade and to evaluate complex problems relating to the thermo-mechanics and condition testing of layered road and airport pavements.

DOI: 10.7409/rabdim.018.009

KEYWORDS: equivalent mechanical and thermal parameters, equivalent pavement, homogenization criteria, isolines of equivalent parameters, multilayer pavement.

¹⁾ Instytut Badawczy Dróg i Mostów, ul. Instytutowa 1, 03-302 Warszawa; mgraczyk@ibdim.edu.pl (✉)

²⁾ Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Cybernetyki, Instytut Matematyki i Kryptologii, ul. gen. Witolda Urbanowicza 2, 01-476 Warszawa jrafa@onet.eu

³⁾ Instytut Badawczy Dróg i Mostów, ul. Instytutowa 1, 03-302 Warszawa; azofka@ibdim.edu.pl

1. WPROWADZENIE

Zastosowanie kryteriów w celu tworzenia układów zastępczych pojawiło się w teorii drgań [1] uwzględniając połączenia szeregowe, równoległe lub mieszane elementów tłumiących i sprężystych. Wykorzystuje się je także w teorii układów technicznych (prętów, belek, płyt itp.) w celu wyznaczenia tzw. podstawowych częstotliwości drgań złożonych układów (metoda Rayleigha, Ritza, Galerkinia itp.) [1]. Metody obliczania tzw. warstwy ekwiwalentnej stosowano również w drogownictwie (np. Odemark [2]). Nawierzchnia drogowa lub lotniskowa zbudowana z kilku różnorodnych warstw spoczywających na podłożu została zamodelowana warstwą zastępczą o parametrach fizyko-mechanicznych równoważnych pod względem dynamicznym i termicznym, spoczywającą na tym samym podłożu (półprzestrzeni). Model homogenizacji wykorzystuje odpowiednio sformułowane kryteria: masowe, falowe, energetyczne i termodynamiczne. Proponowane dotychczas modele homogenizacji nawierzchni warstwowej podatknej dotyczyły jedynie wyznaczenia niepełnej liczby parametrów mechanicznych [3] [4] z wykorzystaniem oddziaływań statycznych [5] przy uproszczonych warunkach brzegowych.

W pracy przedstawiono model homogenizacji mechanicznej i termicznej nawierzchni wielowarstwowej. Modelowanie wykorzystane w homogenizacji wykorzystuje kryteria równoważności przebiegu procesów mechanicznych i termicznych [6] w układzie wielowarstwowym oraz w układzie równoważnym. Opracowanie metody homogenizacji umożliwia ocenę nośności konstrukcji wielowarstwowych nawierzchni drogowych i lotniskowych poprzez uniwersalne rozwiązanie ogólnego zagadnienia dla warstwy homogenizowanej spoczywającej na podłożu gruntowym.

Teoria ogólnie rozumianej homogenizacji jest wykorzystywana w modelowaniu i interpretacji zachowania się materiałów asfaltowych. Na przykład, Kim & Buttlar w [7] wykorzystali wieloskalowy model mieszanki mineralno-asfaltowej zamieniony przez homogenizację w jednolity materiał do interpretacji wyników z badań mechaniki spękań. Podobną metodologię zastosował Zofka i in. w [8] do oceny efektywnych właściwości mieszanki a w szczególności modułu na zginanie. Z kolei Teixeira, Kim, Souza, Allen i Little w [9] oraz Lutfi, Souza, Kim, Soares i Allen w [10] wykorzystali wieloskalowy model mieszanki mineralno-asfaltowej zamieniony przez homogenizację w jednolity model numeryczny z wykorzystaniem MES. Porównanie pomiędzy modelem uzyskanym z homogenizacji a teorią Mori-Tanaka zostało opisane przez Sejnoha, Zemana i Valenta w [11]. Przegląd modeli rozproszonych materiałów

1. INTRODUCTION

Criteria began to be used in vibration theory to create equivalent circuits with series, parallel or mixed connections between damping and elastic elements [1]. They are also used in the theory of technical systems (bars, beams, plates, etc.) to determine the fundamental vibration frequencies of complex systems (the Rayleigh's method, the Ritz's method, the Galerkin's method, etc.) [1]. Equivalent layer calculation methods have also been used in road engineering (e.g. the Odemark's method [2]). A road/airport pavement built from several different layers resting on a sub-grade was modelled as an equivalent layer having dynamically and thermally equivalent physical-mechanical parameters and resting on the same sub-grade (a half-space). The homogenization model uses properly formulated mass, wave, energy and thermodynamic criteria. Using the flexible layered pavement homogenization models proposed so far one can determine only a limited number of mechanical parameters [3] [4] for static interactions [5] under simplified boundary conditions.

The paper presents a model of the mechanical and thermal homogenization of a multilayer pavement. The criteria of equivalence between the mechanical and thermal processes [6] taking place in a multilayer system and in the equivalent system are adopted in the modelling used in the homogenization. Thanks to the proposed homogenization method one can evaluate the bearing capacity of multilayer road and airport pavement structures through the universal solution of the general problem for a homogenized layer resting on a sub-grade.

The theory of broadly understood homogenization is used to model and interpret the behaviour of asphalt materials. For example, Kim & Buttlar in [7] used multi-scale asphalt-aggregate mixture models transformed through homogenization into a homogenous material for interpreting test results in cracking mechanics. Zofka et al. used in [8] a similar methodology to evaluate the effective properties of an asphalt mixture, particularly its flexural modulus. Teixeira, Kim, Souza, Allen and Little in [9] and Lutfi, Souza, Kim, Soares and Allen in [10] used a multi-scale asphalt-aggregate mixture model transformed via homogenization into a homogenous numerical model based on FEM. A model obtained through homogenization was compared with the Mori-Tanaka theory by Sejnoha, Zeman and Valenta in [11]. A survey of dispersed composite material models used to homogenize asphalt materials and their behaviour under (elastic and viscoelastic)

kompozytowych wykorzystywanych do homogenizacji materiałów asfaltowych i ich zachowania pod obciążeniem mechanicznym (sprężystym i lepkosprężystym) zaprezentowali Buttler, Bozkurt, Al-Khateeb i Waldhoff w [12] oraz Yin, Buttler, Paulino i Benedetto w [13]. Reasumując można zauważyć, że o ile homogenizacja mechaniczna materiałów asfaltowych jest w pewnym stopniu opisana w literaturze fachowej, to w przypadku homogenizacji termicznej nie ma znaczących publikacji na temat tej metody.

2. METODA FIZYKO-MATEMATYCZNEJ HOMOGENIZACJI NAWIERZCHNI WARSTWOWEJ

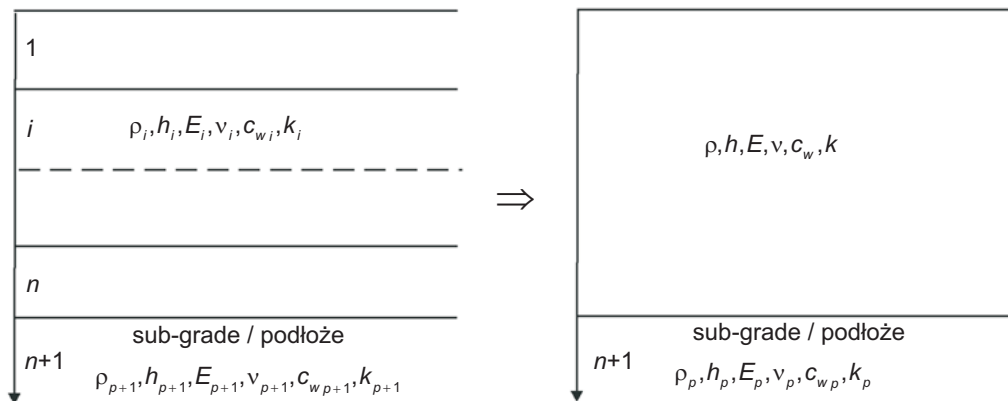


Fig. 1. Concept of homogenization of flexible multilayer pavement structure into mechanically and thermally equivalent layer
Rys. 1. Idea homogenizacji konstrukcji podatnej nawierzchni wielowarstwowej na warstwę zastępczą w aspekcie mechanicznym oraz termicznym

Na Rys. 1 przedstawiono nawierzchnię warstwową zbudowaną z n warstw o zadanych parametrach:

1) mechanicznych,

- ρ_i – gęstość materiału i -tej warstwy,
- h_i – grubość i -tej warstwy,
- E_i – moduł sprężystości i -tej warstwy,
- ν_i – współczynnik Poissona i -tej warstwy,

2) termicznych,

- c_{wi} – ciepło właściwe masowe i -tej warstwy,
- k_i – współczynnik przewodnictwa i -tej warstwy.

Analogiczne oznaczenie zastosowano w układzie zastępczym. Układ w postaci nawierzchni warstwowej w wyniku homogenizacji został zamodelowany warstwą zastępczą o parametrach zastępczych ρ, H, E, ν, c_w, k spoczywającą na podłożu, którego parametry nie ulegają zmianie tzn.

mechanical loads was presented by Buttler, Bozkurt, Al-Khateeb and Waldhoff in [12] and by Yin, Buttler, Paulino and Benedetto in [13]. In summary, it is evident that while the mechanical homogenization of asphalt materials has been described to some degree in the literature, no significant work on thermal homogenization have been published. In summary, it is evident that while the mechanical homogenization of asphalt materials has been described to some degree in the literature, no significant work on thermal homogenization have been published.

2. METHOD OF PHYSICO-MATHEMATICAL HOMOGENIZATION OF LAYERED PAVEMENTS

Fig. 1 shows a layered pavement consisting of n layers with the following prescribed parameters:

1) mechanical parameters,

- ρ_i – density of the i^{th} layer material,
- h_i – thickness of the i^{th} layer,,
- E_i – elasticity modulus of the i^{th} layer,
- ν_i – Poisson's ratio of the i^{th} layer,

2) thermal parameters,

- c_{wi} – mass specific heat of the i^{th} layer,
- k_i – conduction coefficient of the i^{th} layer.

Similar symbols were used for the equivalent system. As a result of homogenization the system having the form of a layered pavement was modelled by an equivalent layer with equivalent parameters ρ, H, E, ν, c_w, k , resting on a sub-grade whose parameters do not change, i.e.

$$\rho_{n+1} = \rho_p, E_{n+1} = E_p, \nu_{n+1} = \nu_p, c_{wn+1} = c_{wp}, k_{n+1} = k_p.$$

Model taki nazywamy nawierzchnią równoważną. Zredukowane parametry warstwy równoważnej wyznaczono na podstawie kryteriów homogenizacji wyrażających podstawowe prawa zachowania masy, pędu, energii sprężystej i termicznej oraz kryteria wynikające z analizy procesów falowych zachodzących w analizowanej nawierzchni. Model nawierzchni równoważnej spoczywającej na podłożu został wykorzystany do sformułowania i rozwiązania zagadnienia dla dowolnej nawierzchni warstwowej obciążonej mechanicznie i termicznie. Uzyskane rozwiązanie posłużyło do analizy stanu nawierzchni warstwowych w projektowaniu, diagnostyce i eksploatacji dróg oraz lotnisk. Ponadto takie rozwiązanie uzyskane w postaci analitycznej można także wykorzystać do weryfikacji różnorodnych metod numerycznych (różnic skończonych, elementów skończonych, itp.).

3. METODA FIZYKO-MATEMATYCZNA HOMOGENIZACJI MECHANICZNEJ NAWIERZCHNI WARSTWOWEJ

W celu wyznaczenia parametrów zastępczych ρ , H , E , ν wykorzystano cztery kryteria równoważności:

1) równoważność masy.

Masa przypadająca na jednostkę powierzchni w nawierzchni warstwowej i nawierzchni równoważnej muszą być równe, czyli

$$\sum_{i=1}^n \rho_i \cdot h_i = \rho \cdot H, \quad (1)$$

2) równoważność parametrów charakteryzujących propagację fal.

Czas przejścia fal przez poszczególne warstwy winien być równy czasowi przejścia czoła fali przez warstwę zastępczą

$$\sum_{i=1}^n \frac{h_i}{c_i} = \frac{H}{c}, \quad (2)$$

gdzie:

c_i – prędkość fali w i -tej warstwie,

c – prędkość fali w warstwie zastępczej,

3) równoważność ugięć nawierzchni warstwowej i zastępczej.

Ugięcie nawierzchni warstwowej i ugięcie warstwy zastępczej powinny być równe. Ugięcie nawierzchni warstwowej wyrazić można jako sumę ważoną ugięć poszczególnych warstw:

Such a model is called an equivalent pavement. The reduced equivalent layer parameters were determined on the basis of homogenization criteria expressing the basic laws of conservation of mass, moment, elastic strain energy and thermal energy, and criteria emerging from an analysis of the wave processes taking place in the analysed pavement. The model of the equivalent pavement resting on the sub-grade was used to formulate and to solve the problem for any mechanically and thermally loaded pavement. The obtained solution was used to analyse the condition of layered pavements in the design, condition testing and operation of roads and airports. Moreover, such a solution obtained in the analytical form can be used to verify various numerical (finite difference, finite elements, etc.) methods.

3. PHYSICO-MATHEMATICAL METHOD OF MECHANICAL HOMOGENIZATION OF LAYERED PAVEMENT

In order to determine equivalent parameters ρ , H , E , ν the following four equivalence criteria were used:

1) mass equivalence.

The mass per unit area in the layered pavement and that in the equivalent pavement must be equal, i.e.

2) equivalence of the parameters characterizing wave propagation.

The duration of wave passage through the particular layers should be equal to the duration of the passage of the wave-front through the equivalent layer

where:

c_i – wave velocity in the i^{th} layer,

c – wave velocity in the equivalent layer,

3) equivalence of the deflections.

The deflection of the layered pavement and that of the equivalent layer should be equal. The deflection of the layered pavement can be expressed as the weighted sum of the deflections of the individual layers:

$$u = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot u_i, \quad 0 < \alpha_i < 1, \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1,$$

gdzie α_i jest zależne od grubości oraz rozkładu naprężeń w warstwie i -tej nawierzchni. Ugięcie u_i i -tej warstwy wyrazić można formułą występującą w rozwiązaniu ugięcia nawierzchni w modelu półprzestrzeni sprężystej, np. [1], [5]:

$$u_i = p_o d_o \frac{1 - \nu_i^2}{E_i},$$

gdzie p_o jest obciążeniem powierzchni rozłożonej na kole o średnicy d_o . Analogicznie ugięcie warstwy zastępczej u wyraża się zależnością:

$$u = p_o d_o \frac{1 - \nu^2}{E}.$$

Zatem kryterium równoważności ugięć przyjmuje postać:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i \frac{1 - \nu_i^2}{E_i} = \frac{1 - \nu^2}{E}. \quad (3)$$

4) równoważność energii deformacji w nawierzchni warstwowej i zastępczej.

Gęstość objętościowa energii deformacji elementu w kierunku pionowym wyraża się ogólnym wzorem

$$W = \frac{1}{2} \sigma \cdot \varepsilon,$$

gdzie:

- σ – tensor naprężeń w kierunku pionowym,
- ε – tensor odkształceń w kierunku pionowym.

Naprężenie w warstwie, zgodnie z prawem Hooke'a, jest równe:

$$\sigma = (\lambda + 2\mu) \cdot \varepsilon,$$

gdzie λ, μ – stałe Lamé'go.

Gęstość energii deformacji wyrazić można zatem w postaci

$$W = \frac{1}{2} (\lambda + 2\mu) \cdot \varepsilon^2 = \frac{1}{2} E \cdot \frac{1 - \nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \varepsilon^2.$$

Zgodnie z klasycznym określeniem odkształcenia stosowanym w wytrzymałości materiałów, średnie odkształcenie nawierzchni warstwowej wynosi:

- w nawierzchni warstwowej

$$\varepsilon_n = \frac{\sum_{k=1}^n \alpha_k u_k}{\sum_{i=1}^n h_i},$$

where α_i depends on the thickness of the i^{th} pavement layer and on the distribution of stresses in it. Deflection u_i of the i^{th} layer can be expressed by the formula occurring in the pavement deflection solution in the elastic half-space model, e.g. [1], [5]:

where p_o is the load acting on a surface spread over a circle with diameter d_o . The analogous deflection of the equivalent layer u is formulated by the relation:

Thus the deflection equivalence criterion assumes the form:

4) equivalence of the deformation energy.

The bulk density of the energy of element deformation in the vertical direction is expressed by the general formula

where:

- σ – stress tensor in the vertical direction,
- ε – strain tensor in the vertical direction.

According to Hook's law, the stress in the layer is equal to:

where λ, μ – Lamé's constants.

Hence deformation energy density can be given in the form

According to the classical materials mechanics definition of strain, the mean strain amounts to:

- in a layered pavement

• w warstwie zastępczej

• in the equivalent layer

$$\varepsilon = \frac{u}{H}.$$

Kryterium równoważności energetycznej wyrazić można więc za pomocą równania

Hence the energy equivalence criterion can be expressed by the equation

$$\sum_{i=1}^n E_i \frac{1-v_i}{(1+v)(1-2v_i)} \frac{h_i}{\sum_{i=1}^n h_i} \left(\sum_{k=1}^n \alpha_k \frac{1-v_k^2}{E_k} \right)^2 = \frac{1-v}{(1+v)(1-2v)} \frac{(1-v^2)^2}{E} \left(\frac{\sum_{i=1}^n h_i}{H} \right)^2. \quad (4)$$

Wyprowadzono cztery kryteria równoważności wyrażone zależnościami (1)-(4), z których następnie można wyznaczyć cztery parametry zastępcze: ρ , H , E , v . Dokonujemy zatem zestawienia otrzymanych wyników:

Four equivalence criteria, expressed by relations (1)-(4), have been derived. From the relations one can determine four equivalent parameters: ρ , H , E , v . Let us sum up the results:

1) kryterium równoważności masy

1) the mass equivalence criterion

$$\sum_{i=1}^n \rho_i \cdot h_i = \rho \cdot H,$$

2) kryterium równoważności czasów propagacji fal,

2) the wave propagation time equivalence criterion, while

$$\sum_{i=1}^n \frac{h_i}{c_i} = \frac{H}{c},$$

gdzie:

where:

$$c_i = \sqrt{\frac{E_i}{\rho_i} \frac{1-v_i}{(1+v_i)(1-2v_i)}}, \quad c = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1-v}{(1+v)(1-2v)}}. \quad (5)$$

3) kryterium równoważności ugięć

3) the deflection equivalence criterion

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i \frac{1-v_i^2}{E_i} = \frac{1-v^2}{E},$$

gdzie α_i – współczynnik rozkładu wypukłego, przy czym

where α_i – a convex distribution coefficient,

$$0 < \alpha_i < 1, \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1.$$

4) kryterium równoważności energetycznej

4) the energy equivalence criterion

$$\sum_{i=1}^n E_i \frac{1-v_i}{(1+v_i)(1-2v_i)} \frac{h_i}{\sum_{i=1}^n h_i} \left(\sum_{k=1}^n \alpha_k \frac{1-v_k^2}{E_k} \right)^2 = \frac{1-v}{(1+v)(1-2v)} \frac{(1-v^2)^2}{E} \left(\frac{\sum_{i=1}^n h_i}{H} \right)^2.$$

Wyprowadzone kryteria równoważności można przekształcić do dogodnej postaci stosowanej do obliczeń numerycznych. Ponieważ $\rho H = \sum \rho_i h_i$, zatem można otrzymać bezpośrednio zależność do wyznaczenia impedancji falowej

The derived equivalence criteria can be transformed to a form convenient for numerical computations. Since $\rho H = \sum \rho_i h_i$ one can directly obtain the following relation for calculating wave impedance

$$\frac{1}{(\rho c)} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \rho_i h_i} \sum_{i=1}^n \frac{\rho_i h_i}{(\rho_i c_i)}, \quad (6)$$

która oznacza, że impedancja równoważna wynika z „równoległego” połączenia impedancji składowych.

which indicates that the equivalent impedance comprises the individual impedances oriented in the parallel configuration.

Wykorzystując falowy warunek równoważności uzyskano bezpośredni wzór na gęstość równoważną ρ

$$\rho = \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^n h_i\right)^2} \left(\sum_{i=1}^n c_i^2 \rho_i \beta_i\right) \left(\sum_{i=1}^n \frac{\rho_i h_i}{\rho_i c_i}\right)^2. \quad (7)$$

Następnie znając impedancję falową (ρc) oraz gęstość ρ możemy wyznaczyć równoważną grubość warstwy H

$$H = \frac{1}{\rho} \sum_{i=1}^n \rho_i h_i. \quad (8)$$

Z kolei z zależności powstałej z warunku równości ugięć otrzymujemy odpowiednie równanie (9), z którego wyznaczyć można zastępczy współczynnik Poissona ν

$$\frac{(1-\nu)^2}{1-2\nu} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\rho_i}{\rho}\right) \left(\frac{c\rho}{c_i\rho_i}\right)^2 \frac{(1-\nu_i)^2}{1-2\nu_i} \alpha_i \equiv \beta_0. \quad (9)$$

Zakładając $(\beta_0 - 1) > 0$ otrzymujemy

$$\nu = \sqrt{\beta_0(\beta_0 - 1)} - (\beta_0 - 1). \quad (10)$$

Ostatecznie z zależności (11) wyznaczamy moduł sprężystości

$$\frac{1}{E} = \sum_{i=1}^n \frac{(1-\nu_i^2)}{(1-\nu^2)} \alpha_i \frac{1}{E_i}. \quad (11)$$

Analizując otrzymane z kryteriów równoważności parametry równoważne można zauważyć, że parametry mechaniczne (ρ, H, ν) są średnimi ważonymi odpowiednio (ρ_i, h_i, ν_i). Natomiast moduł sprężystości E oraz impedancja falowa (ρc) są ważonymi średnimi harmonicznymi E_i oraz ($\rho_i c_i$). W następstwie przedstawionych rozwiązań możliwe jest opracowanie własnego programu diagnostycznego współpracującego z narzędziami pomiarowymi (FWP, HWD i TSD) w oparciu o lepsze modele niż dotychczas wykorzystywane w tych urządzeniach. Ponadto dzięki homogenizacji termicznej można rozwiązywać złożone problemy termomechaniki, takie jak wyznaczanie rozkładów temperatury w nawierzchniach wielowarstwowych oraz obliczenia naprężeń termicznych.

4. METODA FIZYKO-MATEMATYCZNA HOMOGENIZACJI TERMICZNEJ NAWIERZCHNI WARSTWOWEJ

Rozpatrzmy stacjonarny rozkład temperatury w układzie warstwowym i w układzie zastępczym w postaci warstwy, pod działaniem na jej powierzchni jednorodnego strumienia ciepła i temperatury. Wyznamy następnie równoważne wartości c_w oraz k .

Using the wave equivalence condition the following formula for equivalent density ρ was obtained

Then knowing wave impedance (ρc) and density ρ one can calculate equivalent layer thickness H

Subsequently, from the relation coming from the deflection equivalence condition one gets equation (9) for calculating an equivalent Poisson's ratio ν

Assuming $(\beta_0 - 1) > 0$ one gets

Finally, from relation (11) one calculates the modulus of elasticity

Analysing the equivalent parameters obtained from the equivalence criteria one can notice that the mechanical quantities (ρ, H, ν) are weighted averages of the following quantities: (ρ_i, h_i, ν_i). On the other hand, elasticity modulus E and wave impedance ($\rho_i c_i$) are harmonic weighted averages of E_i and ($\rho_i c_i$). Using above solutions one can develop one's own diagnostic programme working in tandem with measuring tools (FWP, HWD and TSD), based on better models than the ones used so far in these devices. Moreover, thanks to thermal homogenization one can solve complex thermo-mechanical problems, such as the determination of temperature distributions in multilayer pavements and the calculation of thermal stresses.

4. PHYSICO-MATHEMATICAL METHOD OF THERMAL HOMOGENIZATION OF LAYERED PAVEMENT

Let us consider a stationary temperature distribution in a layered system and in the equivalent system in the form of a layer on whose surface a homogenous heat flux and temperature act. Then let us determine the equivalent values of c_w and k .

Stacjonarne równanie przewodnictwa ciepła w i -tej warstwie ma postać

$$\nabla^2 T_i = 0. \quad (12)$$

Analogicznie w przypadku nawierzchni zastępczej można zapisać

$$\nabla^2 T = 0. \quad (13)$$

Rozwiązanie ogólne powyższych równań można wyrazić zależnością

$$T_i(z) = A_i \frac{z - z_{i-1}}{h_i} + B_i \frac{z_i - z}{h_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

gdzie $z \in [z_{i-1}, z_i]$

where $z \in [z_{i-1}, z_i]$

$$T_p = A_p \frac{z - z_p}{h} + B_p \frac{z_p - z}{h}, \quad z_n \leq z \leq z_p, \quad (14)$$

gdzie $z_0 = 0$, $z_i = \sum_{j=1}^i h_j$, $z_n = \sum_{j=1}^n h_j$, $z_p = z_n + h$, przy czym głębokość h w podłożu jest taka, że $T(z > z_p) = \text{const}$ (ustabilizowana temperatura w podłożu) oraz

where $z_0 = 0$, $z_i = \sum_{j=1}^i h_j$, $z_n = \sum_{j=1}^n h_j$, $z_p = z_n + h$, and depth h in the sub-grade is such that $T(z > z_p) = \text{const}$. (stable temperature in the sub-grade) and

$$z > (h_1 + h_2 + h_n + h_p), \quad T_h = \text{const}.$$

Warunki brzegowe na granicach warstw ($i = 1, 2, \dots, n$) wyrażają równość temperatury oraz strumieni ciepła (ustalona temperatura podłoża w danych warunkach klimatycznych) zgodnie z prawem Fouriera. Zaś na powierzchni $z = z_0 = 0$ przyjmujemy działanie strumienia ciepła w klasycznym przewodnictwie zgodnie z prawem Fouriera i wymiany ciepła zgodnie z prawem Newtona. Warunki równoważności wyznaczamy na podstawie rozwiązań w pierwszej warstwie i w podłożu. W konsekwencji można też określić bezpośrednio rozkłady temperatury zarówno w pierwszej warstwie jak i w podłożu

The boundary conditions at layer boundaries ($i = 1, 2, \dots, n$) express the equality of temperature and thermal fluxes (steady sub-grade temperature in the given climatic conditions) in accordance with Fourier's law of heat conduction. While on the surface $z = z_0 = 0$ for classical conduction we assume heat flux action consistent with Fourier law and heat exchanges consistent with Newton's law. The equivalence conditions are determined on the basis of the solutions obtained for the first layer and sub-grade. On this basis one can determine the temperature distributions in the two considered layers

$$T_1 = \left(\left(\frac{h_1}{k_1} + \frac{1}{\kappa} \right) \frac{(\kappa(T_h - T_z) - q_z)}{1 + \kappa \left(\frac{h_1}{k_1} + \frac{h_2}{k_2} + \dots + \frac{h_n}{k_n} + \frac{h_p}{k_p} \right)} + (T_z + \frac{1}{\kappa} q_z) \right) \frac{z}{h_1} + \left(\frac{1}{\kappa} \frac{\kappa(T_h - T_z) - q_z}{1 + \kappa \left(\frac{h_1}{k_1} + \frac{h_2}{k_2} + \dots + \frac{h_n}{k_n} + \frac{h_p}{k_p} \right)} + (T_z + \frac{1}{\kappa} q_z) \right) \frac{h_1 - z}{h_1}, \quad (15)$$

$$T_p = T_h \frac{z - (h_1 + h_2 + \dots + h_n)}{h_p} + \frac{\left(T_h - (\kappa(T_h - T_z) - q_z) \frac{h_p}{k_p} \right) \frac{h_1 + h_2 + \dots + h_n + h_z}{h_p}}{1 + \kappa \left(\frac{h_1}{k_1} + \frac{h_2}{k_2} + \dots + \frac{h_n}{k_n} + \frac{h_p}{k_p} \right)} \cdot \frac{h_1 + h_2 + \dots + h_n - z}{h_p}. \quad (16)$$

Różnica temperatury między górną i dolną powierzchnią nawierzchni warstwowej wynosi

The difference between temperatures of the top and bottom surfaces of the layered pavement amounts to

$$\Delta T_{1p} = T_1 - T_p = \frac{\kappa(T_h) \frac{h_p}{k_p} + \left(\frac{h_1}{k_1} + \frac{h_2}{k_2} + \dots + \frac{h_n}{k_n} \right) (\kappa T_z + q_z)}{1 + \kappa \left(\frac{h_1}{k_1} + \frac{h_2}{k_2} + \dots + \frac{h_n}{k_n} + \frac{h_p}{k_p} \right)}. \quad (17)$$

Korzystając z wcześniej wyznaczonych rozkładów temperatury w warstwie pierwszej i podłożu zapisujemy teraz rozwiązania uzyskane bezpośrednio w warstwie zastępczej i podłożu

Using the previously determined temperature distributions in the first layer and in the sub-grade, let us now write the solutions relating directly to the equivalent layer and the sub-grade

$$\tilde{T}_w = \left(\left(\frac{H}{k} + \frac{1}{\kappa} \right) \frac{\kappa(T_h - T_z) - q_z}{1 + \kappa \left(\frac{H}{k} + \frac{h_p}{k_p} \right)} + \left(T_z + \frac{1}{\kappa} q_z \right) \right) \frac{z}{H} + \left(\frac{1}{\kappa} \frac{\kappa(T_h - T_z) - q_z}{1 + \kappa \left(\frac{H}{k} + \frac{h_p}{k_p} \right)} + \left(T_z + \frac{1}{\kappa} q_z \right) \right) \frac{H - z}{H}, \quad (18)$$

$$\tilde{T}_p = T_h \frac{z - H}{h_p} + \frac{T_h - (\kappa(T_h - T_z) - q_z) \frac{h_p}{k_p}}{1 + \kappa \left(\frac{H}{k} + \frac{h_p}{k_p} \right)} \cdot \frac{H + h_p - z}{h_p}, \quad (19)$$

gdzie \tilde{T}_w oraz \tilde{T}_p oznaczają odpowiednio temperaturę w warstwie i podłożu w układzie zastępczym.

where \tilde{T}_w and \tilde{T}_p stand for the temperature in the layer and sub-grade of the equivalent system, respectively.

Warunek równoważności termicznej przyjmujemy w postaci równości różnicy temperatury na powierzchni i wewnątrz podłoża. Z powyższego kryterium otrzymujemy

The thermal equivalence condition is assumed in the form of an equality between the temperature difference on the surface and that inside the sub-grade. From this criterion one gets

$$\Delta T_{1p} \equiv \Delta \tilde{T}_{wp}$$

czyli:

that is:

$$\frac{\kappa T_h \frac{h_p}{k_p} + \left(\frac{h_1}{k_1} + \frac{h_2}{k_2} + \dots + \frac{h_n}{k_n} \right) (\kappa T_z + q_z)}{1 + \kappa \left(\frac{h_1}{k_1} + \frac{h_2}{k_2} + \dots + \frac{h_n}{k_n} + \frac{h_p}{k_p} \right)} \equiv \frac{\kappa T_h \frac{h_p}{k_p} + \frac{H}{k} (\kappa T_z + q_z)}{1 + \kappa \left(\frac{H}{k} + \frac{h_p}{k_p} \right)}. \quad (20)$$

Stąd dla dowolnych $(\kappa, T_h, h_p, k_p, T_z, q_z)$ otrzymujemy warunek równoważności, z którego można wyznaczyć zastępczy współczynnik przewodnictwa cieplnego

Hence for arbitrary parameters $(\kappa, T_h, h_p, k_p, T_z, q_z)$ one gets the equivalence condition from which the equivalent heat conduction coefficient can be calculated

$$\frac{H}{k} = \frac{h_1}{k_1} + \frac{h_2}{k_2} + \dots + \frac{h_n}{k_n}, \quad (21)$$

a więc

that is

$$k = \frac{H}{\frac{h_1}{k_1} + \frac{h_2}{k_2} + \dots + \frac{h_n}{k_n}}. \quad (22)$$

Przejdźmy teraz do wyprowadzenia kryterium równoważności energii wewnętrznej. Gęstość energii wewnętrznej e zgodnie z prawem termodynamiki wynosi

$$e = \rho \cdot c_w \cdot \Delta T, \quad \Delta T = T - T_0, \quad (23)$$

gdzie T_0 jest temperaturą odniesienia.

Energię wewnętrzną \tilde{e}_i zgromadzona w objętości i -tej warstwy o grubości h_i można wyrazić wzorem

$$e_i = \rho_i \cdot c_{wi} \cdot \Delta T_i \cdot h_i. \quad (24)$$

Średnia energia e_{av} przypadająca na jednostkę grubości w nawierzchni warstwowej wynosi więc

$$e_{av} = \frac{\sum_{i=1}^n \rho_i \cdot c_{wi} \cdot \Delta T_i \cdot h_i}{\sum_{k=1}^n h_k} \quad (25)$$

lub zapisując ekwiwalentnie:

$$e_{av} = \frac{\sum_{i=1}^n \rho_i \cdot c_{wi} \cdot h_i}{\sum_{i=1}^n h_i} \cdot \Delta T_{1p}. \quad (26)$$

Analogicznie średnia energia wewnętrzna \tilde{e}_{av} zgromadzona w warstwie zastępczej jest opisana wzorem

$$\tilde{e}_{av} = \frac{\rho \cdot c_w \cdot H}{H} \Delta \tilde{T}_{wp}. \quad (27)$$

Kryterium równoważności energii wewnętrznej wymaga spełnienia warunku

$$e_{av} = \tilde{e}_{av}, \quad (23)$$

czyli

$$\sum_{i=1}^n \frac{\rho_i \cdot c_{wi} \cdot h_i}{\sum_{k=1}^n h_k} \cdot \Delta T_{1p} = \rho \cdot c_w \cdot \Delta \tilde{T}_{wp}. \quad (28)$$

Wykorzystując wyprowadzony wcześniej warunek równości różnicy temperatury $\Delta T_{1p} = \Delta T_{wp}$ otrzymujemy drugie kryterium równoważności w postaci

$$\sum_{i=1}^n \frac{\rho_i \cdot c_{vi} \cdot h_i}{\sum_{k=1}^n h_k} = \rho \cdot c_v. \quad (29)$$

Na tej podstawie można sformułować warunki homogenizacji termicznej uwzględniając wartości zastępczego:

- współczynnika przewodnictwa ciepła

$$k = \frac{H}{\frac{h_1}{k_1} + \frac{h_2}{k_2} + \dots + \frac{h_n}{k_n}}, \quad (30)$$

Let us now derive the internal energy equivalence condition. According to the law of thermodynamics, the density of the internal energy e amounts to

$$e = \rho \cdot c_w \cdot \Delta T, \quad \Delta T = T - T_0, \quad (23)$$

where T_0 is the reference temperature.

The internal energy \tilde{e}_i accumulated within the volume of the i^{th} layer with thickness h_i can be expressed by the formula

$$e_i = \rho_i \cdot c_{wi} \cdot \Delta T_i \cdot h_i. \quad (24)$$

Thus the average energy e_{av} per unit thickness in the layered pavement amounts to

$$e_{av} = \frac{\sum_{i=1}^n \rho_i \cdot c_{wi} \cdot \Delta T_i \cdot h_i}{\sum_{k=1}^n h_k} \quad (25)$$

or equivalently to:

$$e_{av} = \frac{\sum_{i=1}^n \rho_i \cdot c_{wi} \cdot h_i}{\sum_{i=1}^n h_i} \cdot \Delta T_{1p}. \quad (26)$$

Analogically, the average internal energy \tilde{e}_{av} accumulated in the equivalent layer is described by the formula

$$\tilde{e}_{av} = \frac{\rho \cdot c_w \cdot H}{H} \Delta \tilde{T}_{wp}. \quad (27)$$

The internal energy equivalence criterion requires meeting the following condition

$$e_{av} = \tilde{e}_{av}, \quad (23)$$

that is

$$\sum_{i=1}^n \frac{\rho_i \cdot c_{wi} \cdot h_i}{\sum_{k=1}^n h_k} \cdot \Delta T_{1p} = \rho \cdot c_w \cdot \Delta \tilde{T}_{wp}. \quad (28)$$

Using the previously derived temperature difference equivalence condition $\Delta T_{1p} = \Delta T_{wp}$ one gets the second equivalence criterion in the form

$$\sum_{i=1}^n \frac{\rho_i \cdot c_{vi} \cdot h_i}{\sum_{k=1}^n h_k} = \rho \cdot c_v. \quad (29)$$

On this basis one can formulate thermal homogenization conditions, taking into account the values of:

- the equivalent heat conduction coefficient

- ciepła właściwego

- the equivalent specific heat

$$\rho \cdot c_w = \frac{\sum_{i=1}^n \rho_i \cdot c_{w_i} \cdot h_i}{\sum_{k=1}^n h_k} \quad (31)$$

Ponieważ w równaniu przewodnictwa ciepła występuje iloczyn $(\rho \cdot c_w)$ nie istnieje więc konieczność wyznaczenia równoważnej gęstości masowej ρ .

Since product $(\rho \cdot c_w)$ occurs in the heat conduction equation there is no need to determine equivalent bulk density ρ .

5. ANALIZA OTRZYMANYCH MODELI HOMOGENIZOWANYCH W ASPEKTCIE OCENY NOŚNOŚCI NAWIERZCHNI PODATNEJ

5. ANALYSIS OF PROPOSED HOMOGENIZATION MODELS FOR EVALUATION OF PAVEMENT BEARING CAPACITY

W zagadnieniach dotyczących wyznaczania rozkładu temperatury w nawierzchni podatnej (bez uwzględniania sprzężeń mechanotermicznych i termomechanicznych) można przyjąć

In problems concerning the determination of the temperature distribution in a flexible pavement (without thermo-mechanical coupling) one can assume

$$H = \sum_{i=1}^n h_i \quad (32)$$

Wówczas ogólne wzory parametrów zastępczych zapiszemy w postaci

Then the general formulas for the equivalent parameters can be written as follows

$$k = \frac{\sum_{i=1}^n h_i}{\sum_{i=1}^n \frac{h_i}{k_i}}, \quad \rho c_w = \frac{\sum_{i=1}^n \rho_i c_{w_i} h_i}{\sum_{i=1}^n h_i} \quad (33)$$

Współczynnik dyfuzyjności wynosi zatem

Hence the diffusivity coefficient amounts to

$$a^2 = \frac{k}{\rho \cdot c_w} = \frac{\left(\sum_{i=1}^n h_i \right)^2}{\left(\sum_{i=1}^n \rho_i \cdot c_{w_i} \cdot h_i \right) \left(\sum_{i=1}^n \frac{h_i}{k_i} \right)} \quad (34)$$

Przykłady homogenizacji konstrukcji podatnej nawierzchni drogowej lub lotniskowej w aspekcie mechanicznym

Examples of flexible pavement structure homogenized with respect to its mechanical properties

W Tabl. 1 oraz 2 przedstawiono wartości parametrów mechanicznych homogenizowanej nawierzchni wielowarstwowej dla wybranego pakietu stosowanych nawierzchni.

Tables 1 and 2 show the values of the mechanical parameters of the homogenized multilayer pavement for selected group of pavements.

Na Rys. od 2 do 5 przedstawiono odpowiednio izolinie: grubości H , gęstości objętościowej ρ , modułu sprężystości E oraz współczynnika Poissona ν , wykreślone według danych zawartych w Tabl. 1 i 2.

Figures 2-5 show the isolines of respectively: thickness H , bulk density ρ , elasticity modulus E and the Poisson's ratio ν , plotted on the basis of the data contained in Tables 1 and 2.

Table 1. Values describing four-layer flexible pavement structure used to calculate mechanical parameters of homogenized layer for variable thickness of layers 1 and 2

Tablica 1. Zestawienie wartości opisujących konstrukcję nawierzchni podatnej czterowarstwowej do obliczeń parametrów mechanicznych warstwy homogenizowanej w przypadku zmienności grubości warstw 1 i 2

Layer number Numer warstwy	Name of pavement structure layer Nazwa warstwy w konstrukcji nawierzchni	Thickness Grubość h [m]	Bulk density Gęstość objętościowa ρ [kg/m ³]	Modulus of elasticity Moduł sprężystości E [Pa]	Poisson's ratio Współczynnik Poissona ν [-]
1	wearing course / ścieralna	variable value / wartość zmienna (0.02-0.20)	2200	3×10^9	0.35
2	binder course / wiążąca	variable value / wartość zmienna (0.02-0.20)	2100	3×10^9	0.35
3	base / podbudowa górna	0.2	2050	3×10^9	0.35
4	sub-base / podbudowa dolna	0.2	2000	1×10^9	0.25

Table 2. Values describing four-layer flexible pavement structure used to calculate mechanical parameters of homogenized layer for variable thickness of layers 3 and 4

Tablica 2. Zestawienie wartości opisujących konstrukcję nawierzchni podatnej czterowarstwowej do obliczeń parametrów mechanicznych warstwy homogenizowanej w przypadku zmienności grubości warstw 3 i 4

Layer number Numer warstwy	Name of pavement structure layer Nazwa warstwy w konstrukcji nawierzchni	Thickness Grubość h [m]	Bulk density Gęstość objętościowa ρ [kg/m ³]	Modulus of elasticity Moduł sprężystości E [Pa]	Poisson's ratio Współczynnik Poissona ν [-]
1	wearing course / ścieralna	0.04	2200	3×10^9	0.35
2	binder course / wiążąca	0.08	2100	3×10^9	0.35
3	base / podbudowa górna	variable value / wartość zmienna (0.08-0.24)	2050	3×10^9	0.35
4	sub-base / podbudowa dolna	variable value / wartość zmienna (0.08-0.24)	2000	1×10^9	0.25

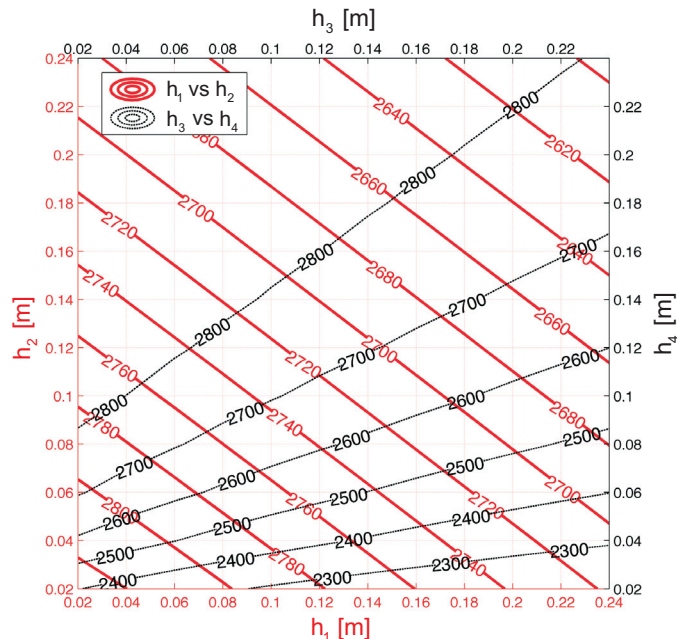


Fig. 2. Isolines of equivalent density ρ [kg/m³] of homogenized layer depending on the thickness of base and sub-base of pavement structure (based on data in Table 2)

Rys. 2. Izolinie gęstości zastępczej ρ [kg/m³] warstwy homogenizowanej w zależności od grubości warstw podbudowy górnej i dolnej konstrukcji nawierzchni (na podst. danych z Tabl. 2)

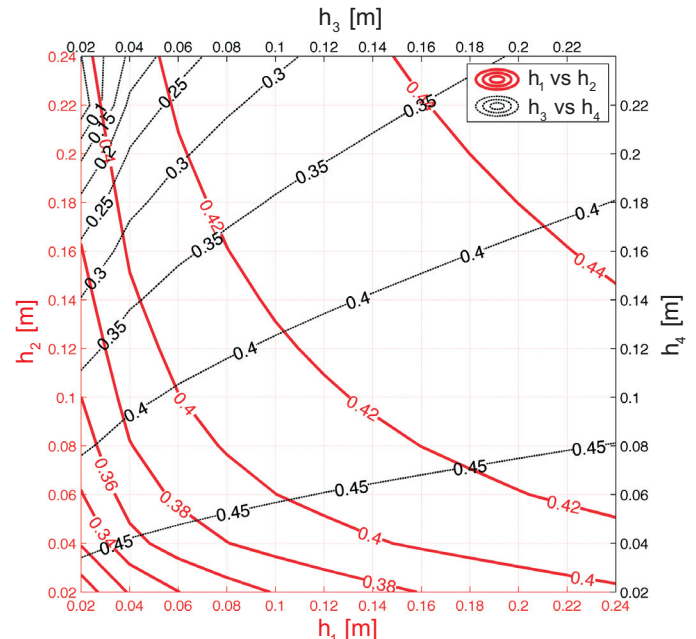


Fig. 3. Isolines of the Poisson's ratio ν [-] of equivalent homogenized layer depending on the pavement structure of wearing course and binder course thickness (based on data in Table 1)

Rys. 3. Izolinie współczynnika Poissona ν [-] zastępczej warstwy homogenizowanej w zależności od grubości warstw ścieralnej i wiążącej konstrukcji nawierzchni (na podst. danych z Tabl. 1)

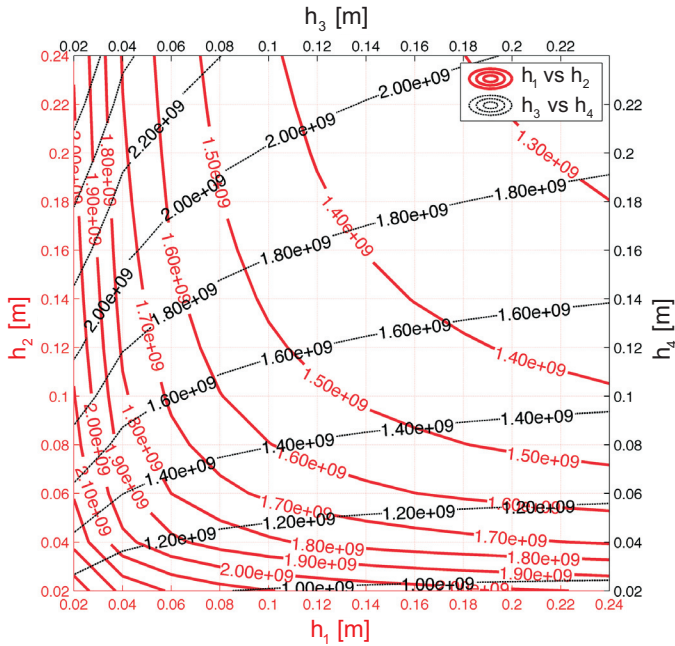


Fig. 4. Isolines of equivalent elasticity modules E [MPa] of homogenized layers depending on pavement structures of wearing courses and binder course thickness (based on data in Table 1)
Rys. 4. Izolinie zastępczego modułu sprężystości E [MPa] warstwy homogenizowanej w zależności od grubości warstw ścieralnej i wiążącej konstrukcji nawierzchni (na podst. danych z Tabl. 1)

Przykłady homogenizacji konstrukcji nawierzchni podatnej drogowej lub lotniskowej w aspekcie termicznym

W Tabl. 3 oraz 4 przedstawiono wartości parametrów termicznych homogenizowanej nawierzchni wielowarstwowej dla wybranego pakietu stosowanych nawierzchni.

Na Rys. 6 i 7 przedstawiono odpowiednio izolinie: współczynnika przewodnictwa ciepła k [W/mK] i czynnika ciepła właściwego masowego c_w [J/kg K], wykreślone według danych zawartych w Tabl. 3 oraz 4.

Table 3. Values describing four-layer flexible pavement structure, used to calculate thermal parameters of homogenized layer for variable thickness of layers 1 and 2

Tablica 3. Zestawienie wartości opisujących konstrukcję nawierzchni podatnej czterowarstwowej do obliczeń parametrów termicznych warstwy homogenizowanej w przypadku zmienności grubości warstw 1 i 2

Layer number Numer warstwy	Name of pavement structure layer Nazwa warstwy w konstrukcji nawierzchni	Thickness Grubość h [m]	Bulk density Gęstość objętościowa ρ [kg/m ³]	Heat conduction coefficient Współczynnik przewodnictwa ciepła k [W/m K]	Mass specific heat Ciepło właściwe masowe c_w [J/kg K]
1	wearing course / ścieralna	variable value / wartość zmienna (0.02-0.20)	2200	0.9	1.2
2	binder course / wiążąca	variable value / wartość zmienna (0.02-0.20)	2100	1.5	1.2
3	base / podbudowa górna	0.2	2050	2	1.2
4	sub-base / podbudowa dolna	0.2	2000	2	0.55

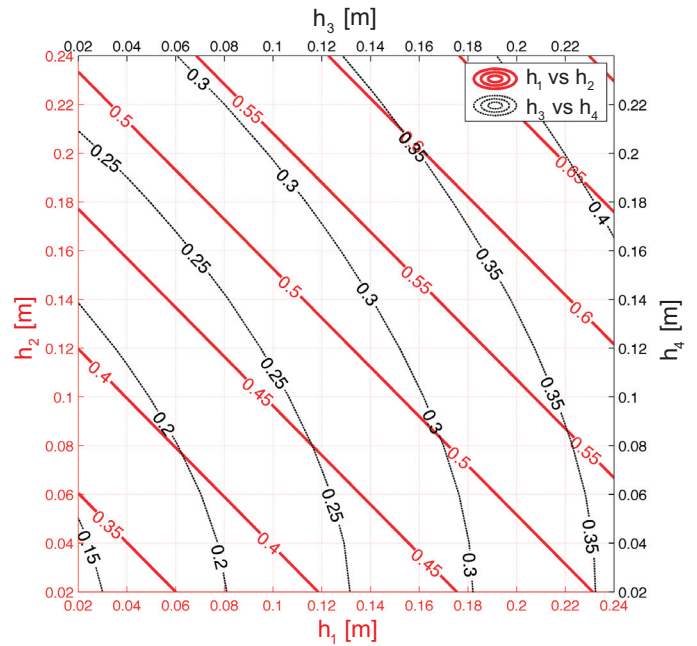


Fig. 5. Isolines of equivalent thickness H [m] of homogenized layer depending on pavement structure wearing course and binder course thickness (based on data in Table 2)
Rys. 5. Izolinie grubości zastępczej H [m] warstwy homogenizowanej w zależności od grubości warstw ścieralnej i wiążącej konstrukcji nawierzchni (na podst. danych z Tabl. 2)

Examples of flexible pavement structure homogenized with respect to its thermal properties

Tables 3 and 4 show the values of the thermal parameters of the homogenized multilayer pavement for selected groups of pavements

Figures 6 and 7 present the isolines of respectively: heat conduction coefficient k [W/mK] and mass specific heat coefficient c_w [J/kg K], plotted on the basis of the data contained in Table 3 and 4.

Table 4. Values describing four-layer flexible pavement structure, used to calculate thermal parameters of homogenized layer for variable thickness of layers 3 and 4

Tablica 4. Zestawienie wartości opisujących konstrukcję nawierzchni podatnej czterowarstwowej do obliczeń parametrów termicznych warstwy homogenizowanej w przypadku zmienności grubości warstw 3 i 4

Layer number Numer warstwy	Name of pavement structure layer Nazwa warstwy w konstrukcji nawierzchni	Thickness Grubość h [m]	Bulk density Gęstość objętościowa ρ [kg/m ³]	Heat conduction coefficient Współczynnik przewodnictwa ciepła k [W/m K]	Mass specific heat Ciepło właściwe masowe c_w [J/kg K]
1	wearing course / ścieralna	0.04	2200	0.9	1.2
2	binder course / wiążąca	0.08	2100	1.5	1.2
3	base / podbudowa górna	variable value / wartość zmienna (0.08-0.24)	2050	2	1.2
4	sub-base / podbudowa dolna	variable value / wartość zmienna (0.08-0.24)	2000	2	0.55

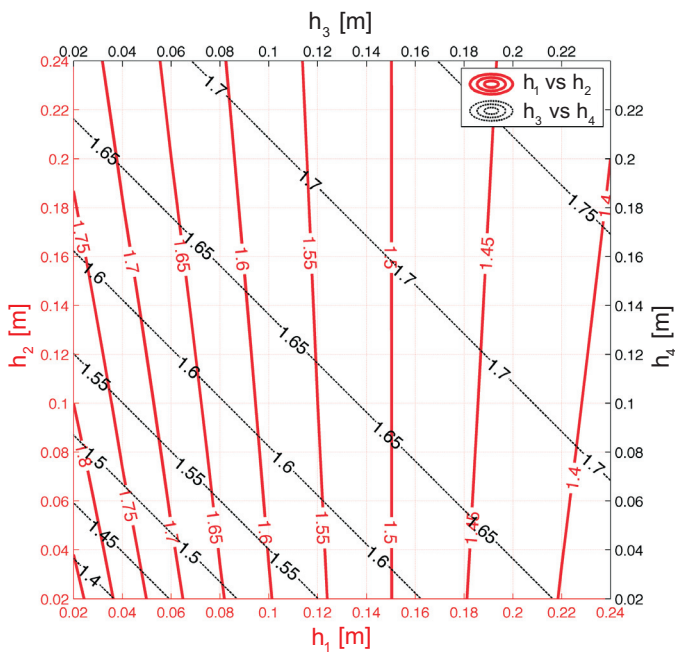


Fig. 6. Isolines of heat conduction coefficient k [W/mK] of equivalent homogenized layer (based on data in Tab. 3 and 4)
Rys. 6. Izolinie współczynnika przewodnictwa ciepła k [W/mK] zastępczej warstwy homogenizowanej (na podstawie danych z Tabl. 3 oraz 4)

Przykłady obliczenia układu zastępczej warstwy przy homogenizacji konstrukcji nawierzchni w aspekcie mechanicznym i termicznym

W Tabl. od 5 do 9 przedstawiono przykłady układów konstrukcyjnych nawierzchni podatnej drogowej z podanymi charakterystykami mechanicznymi i termicznymi oraz obliczone wartości zastępcze warstwy homogenizowanej dla przedstawionego w pracy rozwiązania homogenizacji mechanicznej i termicznej konstrukcji.

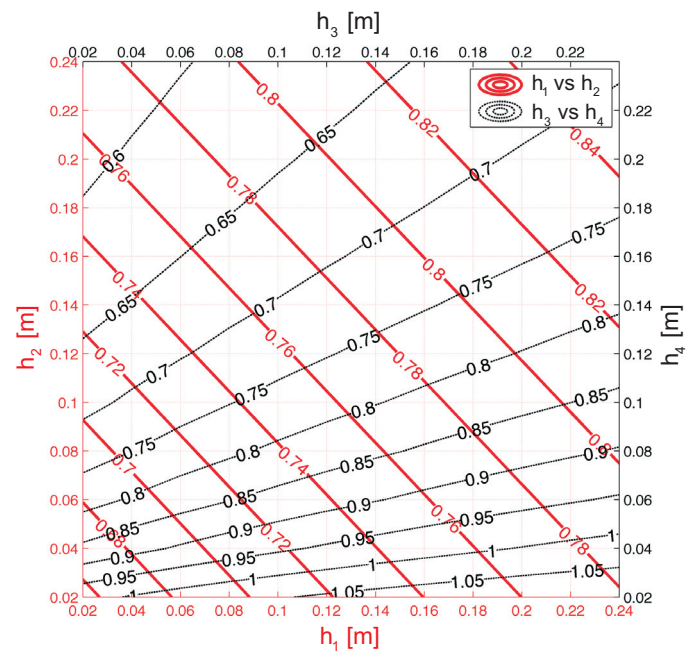


Fig. 7. Isolines of mass specific heat c_w [J/kgK] of equivalent homogenized layer (based on data in Table 3 and 4)
Rys. 7. Izolinie ciepła właściwego masowego c_w [J/kgK] zastępczej warstwy homogenizowanej (na podstawie danych z Tabl. 3 oraz 4)

Example calculations of equivalent layer system homogenized with respect to its mechanical and thermal properties

Tables 5-9 show examples of structural flexible road pavement systems with specified mechanical and thermal characteristics, and the equivalent values calculated for the homogenized layer as part of the mechanical and thermal homogenization solution presented in this paper.

Table 5. Example I of values describing four-layer flexible pavement structure, and resultant values in homogenized layer
 Tablica 5. Przykład I wartości opisujących konstrukcję nawierzchni podatnej czterowarstwowej i wynikowe wartości w warstwie homogenizowanej

Layer number Numer warstwy	Name of pavement structure layer Nazwa warstwy w konstrukcji nawierzchni	Thickness Grubość h [m]	Bulk density Gęstość objętościowa ρ [kg/m ³]	Modulus of elasticity Moduł sprężystości E [Pa]	Poisson's ratio Współczynnik Poissona ν [-]	Heat conduction coefficient Współczynnik przewodnictwa ciepła k [W/m K]	Mass specific heat Ciepło właściwe masowe c_w [J/kg K]
1	wearing course ścieralna	0.04	2200	3×10^9	0.35	0.9	1.2
2	binder course wiążąca	0.08	2100	3×10^9	0.35	1.5	1.2
3	base podbudowa górna	0.2	2050	3×10^9	0.35	2	1.2
4	sub-base podbudowa dolna	0.2	2000	1×10^9	0.25	2	0.55
Result of calculations Wynik obliczeń	homogenized layer warstwa homogenizowana	0.38	2780	1.86×10^9	0.38	1.75	0.70

Table 6. Example II of values describing four-layer flexible pavement structure, and resultant values in homogenized layer
 Tablica 6. Przykład II wartości opisujących konstrukcję nawierzchni podatnej czterowarstwowej i wynikowe wartości w warstwie homogenizowanej

Layer number Numer warstwy	Name of pavement structure layer Nazwa warstwy w konstrukcji nawierzchni	Thickness Grubość h [m]	Bulk density Gęstość objętościowa ρ [kg/m ³]	Modulus of elasticity Moduł sprężystości E [Pa]	Poisson's ratio Współczynnik Poissona ν [-]	Heat conduction coefficient Współczynnik przewodnictwa ciepła k [W/m K]	Mass specific heat Ciepło właściwe masowe c_w [J/kg K]
1	wearing course ścieralna	0.04	2200	3×10^9	0.35	0.9	1.2
2	binder course wiążąca	0.14	2100	3×10^9	0.35	1.5	1.2
3	base podbudowa górna	0.2	2050	3×10^9	0.35	2	1.2
4	sub-base podbudowa dolna	0.2	2000	1×10^9	0.25	2	0.55
Result of calculations Wynik obliczeń	homogenized layer warstwa homogenizowana	0.43	2740	1.76×10^9	0.40	1.72	0.74

Table 7. Example III of values describing four-layer flexible pavement structure, and resultant values in homogenized layer
 Tablica 7. Przykład III wartości opisujących konstrukcję nawierzchni podatnej czterowarstwowej i wynikowe wartości w warstwie homogenizowanej

Layer number Numer warstwy	Name of pavement structure layer Nazwa warstwy w konstrukcji nawierzchni	Thickness Grubość h [m]	Bulk density Gęstość objętościowa ρ [kg/m ³]	Modulus of elasticity Moduł sprężystości E [Pa]	Poisson's ratio Współczynnik Poissona ν [-]	Heat conduction coefficient Współczynnik przewodnictwa ciepła k [W/m K]	Mass specific heat Ciepło właściwe masowe c_w [J/kg K]
1	wearing course ścieralna	0.04	2200	3×10^9	0.35	0.9	1.2
2	binder course wiążąca	0.18	2100	3×10^9	0.35	1.5	1.2
3	base podbudowa górna	0.2	2050	3×10^9	0.35	2	1.2
4	sub-base podbudowa dolna	0.2	2000	1×10^9	0.25	2	0.55
Result of calculations Wynik obliczeń	homogenized layer warstwa homogenizowana	0.47	2710	1.73×10^9	0.41	1.70	0.76

Table 8. Example IV of values describing four-layer flexible pavement structure, and resultant values in homogenized layer
 Tablica 8. Przykład IV wartości opisujących konstrukcję nawierzchni podatnej czterowarstwowej i wynikowe wartości w warstwie homogenizowanej

Layer number Numer warstwy	Name of pavement structure layer Nazwa warstwy w konstrukcji nawierzchni	Thickness Grubość h [m]	Bulk density Gęstość objętościowa ρ [kg/m ³]	Modulus of elasticity Moduł sprężystości E [Pa]	Poisson's ratio Współczynnik Poissona ν [-]	Heat conduction coefficient Współczynnik przewodnictwa ciepła k [W/m K]	Mass specific heat Ciepło właściwe masowe c_w [J/kg K]
1	wearing course ścieralna	0.06	2200	3×10^9	0.35	0.9	1.2
2	binder course wiążąca	0.10	2100	3×10^9	0.35	1.5	1.2
3	base podbudowa górna	0.2	2050	3×10^9	0.35	2	1.2
4	sub-base podbudowa dolna	0.2	2000	1×10^9	0.25	2	0.55
Result of calculations Wynik obliczeń	homogenized layer warstwa homogenizowana	0.42	2760	1.68×10^9	0.40	1.68	0.73

Table 9. Example V of values describing four-layer flexible pavement structure, and resultant values in homogenized layer
 Tablica 9. Przykład V wartości opisujących konstrukcję nawierzchni podatnej czterowarstwowej i wynikowe wartości w warstwie homogenizowanej

Layer number Numer warstwy	Name of pavement structure layer Nazwa warstwy w konstrukcji nawierzchni	Thickness Grubość h [m]	Bulk density Gęstość objętościowa ρ [kg/m ³]	Modulus of elasticity Moduł sprężystości E [Pa]	Poisson's ratio Współczynnik Poissona ν [-]	Heat conduction coefficient Współczynnik przewodnictwa ciepła k [W/m K]	Mass specific heat Ciepło właściwe masowe c_w [J/kg K]
1	wearing course ścieralna	0.06	2200	3×10^9	0.35	0.9	1.2
2	binder course wiążąca	0.10	2100	3×10^9	0.35	1.5	1.2
3	base podbudowa górna	0.2	2050	3×10^9	0.35	2	1.2
4	sub-base podbudowa dolna	0.2	2000	1×10^9	0.25	2	0.55
Result of calculations Wynik obliczeń	homogenized layer warstwa homogenizowana	0.51	2690	1.57×10^9	0.419	1.65	0.77

6. WNIOSKI

W wyniku zastosowania przyjętych metod homogenizacji nawierzchni warstwowej otrzymano:

- układ zastępczy w postaci warstwy zredukowanej,
- wartości parametrów zastępczych zebrane w Tabl. 1-4, umożliwiając ich szybkie odczytanie oraz zobrazowanie za pomocą odpowiednich izolinii w postaci diagramów umieszczonych na Rys. 2-5.

Przedstawione w pracy metody homogenizacji mechanicznej i termicznej nawierzchni warstwowej:

1. Umożliwiają rozwiązanie uniwersalnego zagadnienia dla warstwy spoczywającej na podłożu w miejsce złożonego układu wielowarstwowego.
2. Stwarzają podstawy do rozwiązywania złożonych problemów termomechaniki, np. wyznaczania naprężeń termicznych.

6. CONCLUSIONS

By using the proposed homogenization method of layered pavement structures, the following aims were achieved:

- a reduced system in the form of an equivalent layer,
- the values of the equivalent parameters, collected in Tables 1-4, which can be quickly read and graphically represented by isolines in diagrams as shown in Figs. 2-8.

The proposed methods of mechanical and thermal homogenization of the layered pavement system:

1. Enable one to solve the universal problem using a single layer resting on a sub-grade instead of a complex multilayer system.
2. Form the basis for solving complex problems of thermo-mechanics, e.g. the determination of thermal stresses.

3. Pozwalają na opracowanie własnych programów do projektowania i diagnostyki nawierzchni wielowarstwowych.

3. Enable one to develop one's own programmes for designing and examination of multilayer pavements.

BIBLIOGRAFIA / REFERENCES

- [1] *Kaliski S.*: Drgania i fale. PWN, Warszawa, 1966
- [2] *Odemark N.*: Investigation as to the Elastic Properties of Soils and the Design of Pavements According to the Theory of Elasticity. Statens Vaginstitut, Meddelande 77, 1949, 3-30
- [3] *Graczyk M.*: Nośność konstrukcji nawierzchni wielowarstwowych w krajowych warunkach klimatycznych. IBDiM, Studia i Materiały, zeszyt 63, 2010
- [4] *Graczyk M., Rafa J., Zofka A.*: The selected problems of multi-layer pavements – influence of composite impacts vehicles and climatic factors on the behavior of roads pavements. Transportation Research Procedia, 14, 2016, 2487-2496
- [5] *Nagórski R.*: Mechanika nawierzchni drogowych w zarysie. PWN, Warszawa, 2014
- [6] *Graczyk M., Rafa J., Rafalski L., Zofka A.*: New Analytical Solution of Flow and Heat Refraction Problem in Multilayer Pavement. Roads and Bridges - Drogi i Mosty, 13, 1, 2014, 33-48
- [7] *Kim H., Buttlar W.G.*: Multi-scale Fracture Modeling of Asphalt Composite Structures. Composites Science and Technology, 69, 15-16, 2009, 2716-2723
- [8] *Zofka A., Marasteanu M., Turos M., Paulino G.H., Pindera M.J., Dodds R.H., Chen L.*: Investigation of Asphalt Mixture Creep Behavior Using Thin Beam Specimens. AIP Conference Proceedings, 973, 2008, 718-723
- [9] *Teixeira J., Kim Y.R., Souza F., Allen D., Little D.*: Multiscale Model for Asphalt Mixtures Subjected to Cracking and Viscoelastic Deformation. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, 2447, 2014, 136-145
- [10] *Lutif J., Souza F., Kim Y., Soares J., Allen D.*: Multiscale Modeling to Predict Mechanical Behavior of Asphalt Mixtures. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, 2181, 2010, 28-35
- [11] *Sejnoha M., Zeman J., Valenta R.*: Macroscopic Constitutive Law for Mastic Asphalt Mixtures from Multiscale Modelling. International Journal for Multiscale Computational Engineering, 8, 1, 2010, 131-149
- [12] *Buttlar W., Bozkurt D., Al-Khateeb G., Waldhoff A.*: Understanding Asphalt Mastic Behavior Through Micromechanics. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, 1681, 1999, 157-169
- [13] *Yin H.M., Buttlar W.G., Paulino G.H., Benedetto H.Di.*: Assessment of Existing Micro-mechanical Models for Asphalt Mastics Considering Viscoelastic Effects. Road Materials and Pavement Design, 9, 1, 2008, 31-57