



ANDREA GORINO<sup>1)</sup>  
ALESSANDRO P. FANTILLI<sup>2)</sup>  
BERNARDINO CHIAIA<sup>3)</sup>

## OPTIMIZATION OF HYBRID REINFORCEMENT IN PRECAST CONCRETE LININGS USING NUMERICAL ANALYSIS

## OPTIMALIZACJA ZBROJENIA HYBRYDOWEGO W PREFABRYKOWANYCH OBUDOWACH TUNELI PRZY WYKORZYSTANIU ANALIZY NUMERYCZNEJ

**STRESZCZENIE.** Beton o zbrojeniu hybrydowym (prętami stalowymi i włóknami rozproszonymi) znajduje szerokie zastosowanie w produkcji prefabrykowanych elementów segmentowych obudów tuneli. Ze względu na masywność przekroju poprzecznego konstrukcje tego typu wymagają jedynie minimalnej ilości zbrojenia, aby zapobiegać kruchemu zniszczeniu konstrukcji. Aby przeanalizować charakterystykę kruchej i ciągliwej pracy statycznej segmentów z betonu o zbrojeniu prętami i włóknami, opracowano i połączono ze sobą modele elementów wykonanych z betonu słabo zbrojonego oraz fibrobetonu. Takie połączenie modeli umożliwiło wyznaczenie minimalnej, wymaganej ilości zbrojenia segmentów z betonu o zbrojeniu prętami i włóknami przy wykorzystaniu metody projektowania empirycznego „design-by-testing”, przy założeniu wskaźnika ciągliwości  $DI$  równego zero. Minimalną ilość zbrojenia prętami i włóknami można wówczas wyznaczyć przy wykorzystaniu liniowego powiązania minimalnej powierzchni przekroju prętów zbrojeniowych w segmentach z betonu słabo zbrojonego i minimalnego objętościowego udziału włókien w segmentach o zbrojeniu rozproszonym.

**SŁOWA KLUCZOWE:** fibrobeton, prefabrykowane segmenty obudowy (tubingi), pręt zbrojeniowy, włókna do zbrojenia betonu, wskaźnik ciągliwości, zbrojenie minimalne, zbrojenie prętami i włóknami.

**ABSTRACT.** Concrete mixtures reinforced with a combination of steel rebar and fibers, i.e., Hybrid Reinforced Concretes (HRC), are frequently used in segmental precast tunnel linings. As massive cross-sections are usually adopted in these structures, only the minimum reinforcement is necessary to prevent the brittle failure. To study the brittle/ductile behavior of HRC tunnel segments in bending, the flexural responses of Lightly Reinforced Concrete (LRC) and that of Fiber-Reinforced Concrete (FRC) elements are modelled and combined herein. By means of this combination, the minimum reinforcement of HRC segments can be determined with a new design-by-testing procedure, in which the ductility index  $DI$  should be equal to zero. As a result, the minimum hybrid reinforcement can be defined through a linear combination of the minimum area of rebar and the minimum fiber volume fraction of LRC and FRC segments, respectively.

**KEYWORDS:** ductility index, fibers, hybrid reinforced concrete, minimum reinforcement, precast concrete segments, rebar.

DOI: 10.7409/rabdim.017.020

<sup>1)</sup> Politecnico di Torino, Department of Structural, Building and Geotechnical Engineering, Corso Duca degli Abruzzi 24, 10129 Torino, Italy; andrea.gorino@polito.it (✉)

<sup>2)</sup> Politecnico di Torino, Department of Structural, Building and Geotechnical Engineering; alessandro.fantilli@polito.it

<sup>3)</sup> Politecnico di Torino, Department of Structural, Building and Geotechnical Engineering; bernardino.chiaia@polito.it

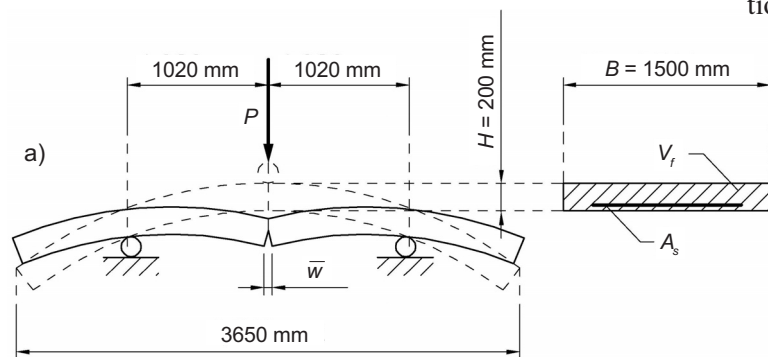
## 1. WPROWADZENIE

Zbrojenie hybrydowe złożone z prętów zbrojeniowych i włókien rozproszonych w matrycy cementowej jest szeroko stosowane do zbrojenia segmentowych obudów tuneli, zarówno prefabrykowanych jak i wykonywanych na budowie [1-3]. W konstrukcjach tego typu zbrojenie rozproszone może mieć istotny wpływ na zwiększenie wytrzymałości konstrukcji, szczególnie w przypadku słabo zbrojonych elementów o maszynym przekroju [4]. Dąży się do zmniejszenia stopnia zbrojenia tradycyjnego ze względu na jego wysoki koszt w przypadku elementów o kształcie kołowym, obejmujący zarówno koszt materiału jak i prefabrykacji [5]. Ponadto zbrojenie prętami i włóknami jest optymalnym rozwiązaniem w przypadku przenoszenia obciążeń miejscowych i rozłożonych [6].

Biorąc pod uwagę bardzo duże powierzchnie przekroju poprzecznego oraz dominujący udział naprężeń ściskających, występowanie obciążeń obliczeniowych w warunkach eksploatacyjnych nie spowoduje zarysowania przekroju elementu betonowego. Nie można jednak dopuścić do zniszczenia kruchej i z tego względu wymagane jest zastosowanie odpowiedniego zbrojenia (tradycyjnego, rozproszonego lub hybrydowego zbrojenia prętami i włóknami), które zapewni zachowanie nośności konstrukcji po zarysowaniu. Innymi słowy, ciągłe zniszczenie segmentu obudowy tunelu pod wpływem obciążeń zginających (Rys. 1a) wystąpi dopiero w punkcie krzywej zależności szerokości rysy  $\bar{w}$  od obciążenia  $P$ , w którym spełniony zostanie poniższy warunek:

$$P_u \geq P_{cr^*}, \quad (1)$$

gdzie  $P_u$  jest obciążeniem granicznym powodującym zniszczenie zbrojenia, a  $P_{cr^*}$  jest efektywną siłą rysującą rozumianą jako maksymalna siła występująca podczas przyrastania pierwszej rysy [7].



## 1. INTRODUCTION

Hybrid Reinforced Concrete (HRC), containing continuous rebar and discrete fibers, is widely adopted to reinforce the cementitious matrix of precast and cast-in-situ tunnel linings [1-3]. In these structures, the resisting contribution of the fiber-reinforcement can be significant, especially in the case of in lightly reinforced massive cross-sections [4]. The aim is to reduce the amount of conventional reinforcement, as the circular shape of the linings determines high costs, both in terms of bare material and manufacture [5]. Moreover, the hybrid reinforcement (i.e., rebar and fibers) is an optimal solution to carry diffuses and localized stresses [6].

Due to the large cross-sectional areas, and to the predominant compressive stresses in service as well, design loads do not crack the concrete cross-section. Nevertheless, a possible brittle failure cannot be accepted, and a suitable reinforcement (i.e., rebar, fibers, or a combination) must be provided for maintaining the bearing capacity after cracking. In other words, to trigger ductile failure in a tunnel segment in bending (Fig. 1a), the following condition must be imposed to the load  $P$  vs. crack width  $\bar{w}$  curve (Fig. 1b):

$$P_u \geq P_{cr^*}, \quad (1)$$

where  $P_u$  is the ultimate load corresponding to the failure of the reinforcing system and  $P_{cr^*}$  is the effective cracking load, defined as the maximum load reached during the growth of the first crack [7].

Traditionally, in Lightly Reinforced Concrete (LRC) structures, the brittle failure is avoided by introducing the minimum reinforcement area  $A_{s,min}$ , identified by the condition  $P_u = P_{cr^*}$  [8-10]. The minimum reinforcement of LRC members must also ensure crack control in the serviceability stage [11], and building code recommendations are aimed to fulfill both the requirements [12-14].

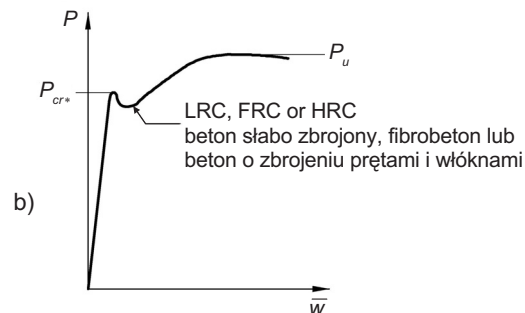


Fig. 1. Three point bending test on a precast concrete tunnel segment [1]: a) test set-up, b) applied load vs. crack width curve  
Rys. 1. Badanie trzypunktowego zginania prefabrykowanego segmentu obudowy tunelu [1]: a) schemat badania, b) wykres zależności między szerokością rys i obciążeniem

Tradycyjnym rozwiązaniem zapobiegającym kruchemu zniszczeniu elementów z betonu słabo zbrojonego jest przyjęcie minimalnej powierzchni przekroju poprzecznego zbrojenia  $A_{s,min}$  wyznaczonej z warunku  $P_u = P_{cr*}$  [8-10]. Minimalny stopień zbrojenia elementów z betonu słabo zbrojonego powinien uwzględniać również przeciwdziałanie zarysowaniom w stanie użytkowania konstrukcji [11], a zalecenia przepisów techniczno-budowlanych mają na celu spełnienie obu tych warunków [12-14]. Analogicznie, dla segmentów z fibrobetonu wprowadzono parametr minimalnego udziału objętościowego włókien  $V_{f,min}$  [15-17]. Z punktu widzenia mechaniki konstrukcji parametr ten spełnia funkcję analogiczną do parametru  $A_{s,min}$  stosowanego w przypadku konstrukcji z betonu słabo zbrojonego. Zapewnienie określonej w powyższy sposób ilości włókien zapewni zmianę charakterystyki elementu z uplastycznienia ( $P_u < P_{cr*}$ ) do wzmocnienia ( $P_u > P_{cr*}$ ) w wyniku ugięcia [17]. W analogiczny sposób proste kryterium określania minimalnego stopnia zbrojenia prętami i włóknami zostało sformułowane przez w [18]. Powyższe kryteria stanowią rozszerzenie metody projektowania „design-by-testing” zaproponowanej niedawno przez Fantilliego z zespołem [19], umożliwiając analizę minimalnej zawartości prętów i włókien w elementach z betonu słabo zbrojonego i fibrobetonu.

Przedmiotem niniejszego opracowania jest zastosowanie tej nowej metody do analizy pełnowymiarowych elementów obudowy tuneli o zbrojeniu prętami i włóknami z uwzględnieniem analizy segmentów z betonu słabo zbrojonego oraz segmentów z fibrobetonu, które stanowiły przedmiot badań eksperymentalnych przeprowadzonych m.in. przez Caratelli z zespołem [1].

## 2. SEGMENTY Z BETONU SŁABO-ZBROJONEGO I FIBROBETONU WYKORZYSTANE W BUDOWIE TUNELU BRENNER BASE

Niektóre segmenty betonowe stanowiące prefabrykowaną część konstrukcji tunelu Brenner Base poddane zostały badaniom [1]. Dzięki korzystnym warunkom geotechnicznym przeważająca część obudowy tunelu podlegała jedynie niewielkim naprężeniom, co pozwoliło ograniczyć stopień zbrojenia do minimalnego. Przedmiotowe segmenty obudowy mają długość 3650 mm, grubość 200 mm i szerokość 1500 mm (Rys. 1a). W ramach badań eksperymentalnych przeanalizowano pracę dwóch różnych rodzajów zbrojenia [1]. Elementy z betonu słabo zbrojonego wykonane zostały z mieszanki o wytrzymałości na ściskanie uzyskanej na próbkach sześciennych wynoszącej  $f_{c,cube} = 50$  MPa, zbrojonej

Similarly, in Fiber-Reinforced Concrete (FRC) segments, the minimum fiber volume fraction  $V_{f,min}$  has been introduced [15-17]. It has the same mechanical function of  $A_{s,min}$  in LRC. If this minimum fiber content is provided, the transition between the deflection-softening (i.e.,  $P_u < P_{cr*}$ ) and the deflection-hardening (i.e.,  $P_u > P_{cr*}$ ) occurs [17]. Accordingly, referring to HRC elements, a simple criterion for defining the minimum amount of hybrid reinforcement has been formulated in [18]. Such criteria are an extension of the unified design-by-testing approach recently proposed by Fantilli et al. [19] for evaluating the minimum amount of rebar and fibers in both LRC and FRC members, respectively.

The aim of the present paper is to apply this new method to precast HRC full-scale linings, including LRC and FRC segments like that experimentally investigated by Caratelli et al. [1].

## 2. LRC AND FRC SEGMENTS FOR BRENNER BASE TUNNEL

Some concrete segments used in the precast lining of Brenner Base Tunnel (BBT) were studied in an experimental campaign [1]. Due to the in-situ geotechnical conditions, most of the lining is subjected to small stresses, hence a minimum reinforcement is required. The segments have a length of 3650 mm, a thickness of 200 mm, and a width of 1500 mm (Fig. 1a). In the experimental investigations the behavior of two different reinforcements was analyzed [1]. Specifically, a LRC element was cast with a concrete mixture having a cubic compressive strength  $f_{c,cube} = 50$  MPa, and was reinforced by 16 longitudinal steel rebar with a diameter  $\phi_s = 8$  mm (i.e., an area of reinforcement  $A_s = 804$  mm<sup>2</sup>). Conversely, high strength concrete ( $f_{c,cube} = 75$  MPa) and 40 kg/m<sup>3</sup> of steel fibers (i.e., a fiber volume fraction  $V_f = 0.51\%$ ) were used in the FRC segment. The fibers had a length  $L_f = 30$  mm and a cross-sectional diameter  $\phi_f = 0.35$  mm.

Two un-notched LRC and FRC segments were tested in three point bending and by controlling the displacement in the midsection, as shown in Fig. 1a [1]. The flexural behavior of the two types of concrete segments was evaluated in terms of applied load vs. crack width at bottom level of the midspan cross-section (Fig. 1b). This test set-up, in which the segments are similar to statically determined beams, reflects the static scheme of provisional phases (e.g., demolding, storage, handling, transportation), when the precast elements are typically subjected to bending actions [5]. In several cases, the most severe states of stress are obtained in these transitory stages [20].

prętami o średnicy  $\phi_s = 8$  mm w ilości 16 szt. (co daje powierzchnię przekroju poprzecznego zbrojenia wynoszącą  $A_s = 804$  mm<sup>2</sup>). W segmentach z fibrobetonu zastosowano mieszankę betonu wysokiej wytrzymałości (BWW) o wytrzymałości na ściskanie uzyskanej na próbkach sześciennych wynoszącej  $f_{c,cube} = 75$  MPa zbrojoną włóknem stalowym dozowanym w ilości 40 kg/m<sup>3</sup> czyli  $V_f = 0,51\%$  obj. Włókna miały długość  $L_f = 30$  mm oraz średnicę przekroju poprzecznego wynoszącą  $\phi_f = 0,35$  mm.

Badaniu zginania trzypunktowego poddano dwie próbki bez karbu pobrane z segmentów wykonanych z betonu słabo zbrojonego i fibrobetonu z kontrolą przemieszczenia w połowie rozpiętości, zgodnie ze schematem badania przedstawionym na Rys. 1a [1]. Przeprowadzono analizę zginania dwóch rodzajów segmentów betonowych na podstawie zależności szerokości rysy na spodzie elementu w połowie rozpiętości, od wartości przyłożonego obciążenia (Rys. 1b). W takim schemacie badania segmenty pracują w układzie podobnym do belek statycznie wyznaczonych, co stanowi odzwierciedlenie schematu statycznego etapów przejściowych (m.in. rozformowania, magazynowania, przenoszenia i przewożenia), w których elementy prefabrykowane poddawane są typowo obciążeniom zginającym [5]. W niektórych przypadkach właśnie na tych etapach mamy do czynienia z najbardziej niekorzystnymi stanami naprężeń [20].

### 3. MODELOWANIE ZGINANIA SEGMENTÓW Z BETONU SŁABO ZBROJONEGO I FIBROBETONU

#### 3.1. UWAGI OGÓLNE

Korzystając z dwóch modeli numerycznych zaproponowanych przez Fantilliego z zespołem [9, 15] i wprowadzając je w programie MS-Excel jako makra Visual Basic, uzyskujemy krzywe zależności  $P - \bar{w}$  dla segmentów opisanych w [1]. Właściwości materiałów wykorzystanych w tym celu dobrano pod kątem minimalizacji rozrzutu między prognozowanymi ( $P_{cr*}$  i  $P_u$ ) i uzyskanymi doświadczalnie wartościami obciążeń. Przy wykorzystaniu ww. parametrów możliwa była symulacja pracy w warunkach zginania idealnych segmentów z betonu o zbrojeniu prętowo-włóknowym wykonanych z takiej samej mieszanki i z wykorzystaniem takiego samego zbrojenia, jak elementy konstrukcyjne wykonane z betonu słabo zbrojonego i fibrobetonu, lecz z różnymi udziałami zbrojenia tradycyjnego i włókien.

#### 3.2. SEGMENT Z BETONU SŁABO ZBROJONEGO

Pracę elementu z betonu słabo zbrojonego w warunkach trzypunktowego zginania, ze zniszczeniem w obecności po-

### 3. MODELLING THE FLEXURAL BEHAVIOR OF LRC AND FRC SEGMENTS

#### 3.1. GENERAL REMARKS

By implementing two numerical models proposed by Fantilli et al. [9, 15] as MS-Excel Visual Basic Macros, the  $P - \bar{w}$  curves of the segments described in [1] are reproduced. The properties of materials used for this purpose are selected in order to minimize the scatters between the predicted loads (i.e.,  $P_{cr*}$  and  $P_u$ ) and those experimentally evaluated. Through such parameters, the flexural response of some ideal HRC segments, made with the same concrete and reinforcement of the LRC and FRC members, but with different combinations of rebar and fibers, is simulated.

#### 3.2. LRC SEGMENT

The flexural behavior of a LRC member in three point bending, failing in the presence of a single flexural crack, can be predicted by using the numerical model proposed by Fantilli et al. [9]. Specifically, it analyzes a block of the member delimited by the cracked cross-section (i.e., the midsection) and the cross-section in which the perfect bond between steel rebar and concrete is re-established (i.e., the Stage I cross-section). In midsection, a linear and unique strain profile is assumed for uncracked concrete and steel rebar in tension. The stress vs. strain behavior of uncracked concrete is modelled with the ascending branch of the Sargin's parabola in compression and the linear elastic constitutive law in tension, whereas an elastic-perfectly plastic relationship is adopted for steel rebar [14]. Moreover, the crack width in the cracked concrete is assumed to linearly decrease from the maximum value at bottom of the element (i.e.,  $\bar{w}$ ) to the tip. On the other hand, the linear elastic theory is applied in the Stage I cross-section.

According to Bažant and Cedolin [21], the model takes into account the nonlinear fracture mechanics of cracked concrete, through the fictitious crack model [14], and the bond-slip between rebar and concrete [14]. By means of an iterative procedure, it allows to compute the internal bending moment  $M$  (i.e., the acting load  $P$ ) corresponding to a given  $\bar{w}$ , by solving equilibrium and compatibility equations. The complete  $P - \bar{w}$  curve of a LRC member (as depicted in Fig. 1b) can be obtained by varying the assigned crack width at bottom level.

By assuming the hypothesis of failure in presence of a single flexural crack, the model is used to compute the flexural response of the LRC segment [1]. Due to the amount

jedynczej rysy wywołanej zginaniem, można wyznaczyć obliczeniowo korzystając z modelu numerycznego zaproponowanego przez Fantelliego z zespołem [9]. Model ten analizuje w szczególności fragment elementu konstrukcyjnego ograniczony przekrojem zarysowanym (czyli przekrojem w połowie przęsła) i przekrojem, w którym przywrócone zostało doskonale przyleganie zbrojenia do betonu (czyli przekrojem Fazy I). W połowie rozpiętości przyjęto liniowy i niepowtarzalny profil odkształceń dla niezarysowanego betonu i rozciąganego pręta zbrojeniowego. Zależność naprężeń i odkształceń niezarysowanego betonu zamodelowano korzystając z ramienia paraboli Sargina w przedziale rosnącym dla ściskania oraz równania konstytutywnego materiału liniowo sprężystego dla rozciągania, przyjmując dla pręta zbrojeniowego zależność obowiązującą dla materiału sprężysto-idealnie plastycznego [14]. Ponadto założono liniową redukcję szerokości rysy od wartości maksymalnej na spodzie elementu (równiej  $\bar{w}$ ) do wierzchołka. Przyjęto, że w Fazie I dla przekroju obowiązuje liniowa teoria sprężystości.

Według Bażanta i Cedolina [21] model uwzględnia nieliniową mechanikę przełomu zarysowanego betonu przez wprowadzenie fikcyjnej rysy [14] oraz uwzględnienie poślizgu pręta zbrojenia [14]. Zastosowanie procedury iteracyjnej umożliwia obliczenie wewnętrznego momentu zginającego  $M$  (czyli oddziałującego obciążenia  $P$ ) dla danej szerokości rysy  $\bar{w}$  przez rozwiązanie równań równowagi i nierozdzielności. Całą krzywą opisującą zależność  $P - \bar{w}$  dla elementu z betonu słabo zbrojonego (Rys. 1b) uzyskać można zmieniając zadaną wartość szerokości rysy na spodzie elementu.

Zakładając, że zniszczenie nastąpi w obecności pojedynczej rysy wywołanej zginaniem powyższy model można wykorzystać do analizy obliczeniowej pracy segmentu z betonu słabo zbrojonego [1]. Przy tak dobranej ilości zbrojenia rozciąganego (wartość  $A_s = 804 \text{ mm}^2$  przekracza minimalny stopień zbrojenia) fragment krzywej opisujący pracę segmentu po zarysowaniu wykazuje wzmocnienie (krzywa doświadczalna na wykresie zależności  $P - \bar{w}$  na Rys. 2a). Krzywą numeryczną oznaczoną LRC i przedstawioną na tym samym rysunku wyznaczono dla uzyskanej na próbkach walcowych wytrzymałości na ściskanie betonu wynoszącej  $f_c = 36,5 \text{ MPa}$ , granicy plastyczności prętów zbrojenia wynoszącej  $f_y = 450 \text{ MPa}$  i głębokości efektywnej wynoszącej  $d = 180 \text{ mm}$  oraz przy założeniu warunków dobrej przyczepności [14]. Jak wynika z wykresu na Rys. 2a, nawet w przypadku pewnych rozbieżności w stosunku do charakterystyki opisanej krzywą doświadczalną, wartości obciążeń  $P_{cr^*}$  i  $P_u$  pozostają zbliżone (Tabl. 1). Zarysowanie efektywne przypada na krzywej doświadczalnej w punkcie odpowiadającym obciążeniu wynoszącemu 106 kN, co wynika z poniższych

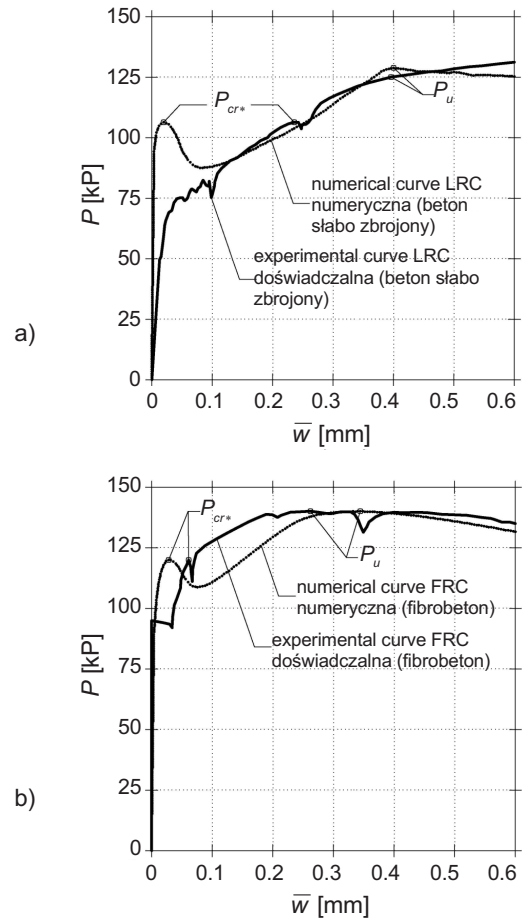


Fig. 2. Numerical predictions of the load vs. crack width flexural response compared with the experimental curves obtained by Caratelli et al. [1]: a) LRC segment, b) FRC segment  
Rys. 2. Porównanie wyznaczonych numerycznie krzywych zależności między szerokością rysy i obciążeniem zginającym z krzywymi uzyskanymi doświadczalnie przez Caratelliego z zespołem [1]: a) segment z betonu słabo zbrojonego, b) segment z fibrobetonu

of rebar in tension ( $A_s = 804 \text{ mm}^2$  is higher than the minimum reinforcement), this segment shows a hardening branch in the post cracking stage (the experimental  $P - \bar{w}$  curve in Fig. 2a). The numerical curve, named LRC and depicted in the same Figure, is obtained by using the cylindrical compressive strength  $f_c = 36.5 \text{ MPa}$  for concrete, the yielding strength  $f_y = 450 \text{ MPa}$  for steel rebar, an effective depth  $d = 180 \text{ mm}$ , and good bond conditions [14]. As it can be observed in Fig. 2a, even if the numerical curve presents a certain discrepancy with respect to the experimental response, the values of the loads  $P_{cr^*}$  and  $P_u$  are similar (Table 1). The effective cracking is localized on the experimental curve for a load equal to 106 kN, according to the following sentences of the Authors:

stwierdzeń Autorów: <<...pierwsze zarysowanie występuje przy obciążeniu 70 kN „jednak” aż do ok. 125 kN tylko jedna rysa przypadła w zakresie pomiarowym przyrządu ...>> [1]. W związku z powyższym jako wartość  $P_{cr*}$  przyjmuje się wyższą z wartości względnego maksymalnego obciążenia, osiągniętych podczas przyrastania pierwszej rysy [7]. Z drugiej strony obciążenie graniczne uzyskuje się doświadczalnie dla granicy plastyczności zbrojenia, a otrzymana w ten sposób wartość odpowiada wynikom uzyskanym przy użyciu modelu teoretycznego zakładającego zależność konstytutywną materiału sprężysto-idealnie plastycznego (jak stwierdzają Autorzy: <<... granicę plastyczności można umiejscowić na wartości 125 kN...>> [1]).

<<...the first cracking occurs at a load level of 70 kN “but” up to about 125 kN only one crack passes for both the instrument ...>> [1]. Accordingly,  $P_{cr*}$  is assumed to be the higher relative maximum load reached during the growth of the first crack [7]. On the other hand, the ultimate load is experimentally attained at yielding of reinforcement, and it coincides with the results of the theoretical model where a elastic-perfectly plastic constitutive relationship is assumed (the Authors declared that: <<...the yielding can be located at 125 kN...>> [1]).

Table 1. Experimental and numerical values of the effective cracking load  $P_{cr*}$ , ultimate load  $P_u$ , and of the ductility index  $DI$ , referred to concrete segments reinforced with different amounts of rebar and fibers  
Tablica 1. Wartości doświadczalne i obliczeniowe efektywnego obciążenia rysującego  $P_{cr*}$ , obciążenia granicznego  $P_u$  oraz wskaźnika ciągliwości  $DI$  dotyczące segmentów betonowych o różnym stopniu zbrojenia prętami i włóknami

Segment	$A_s$ [mm <sup>2</sup> ]	$V_f$ [%]	$P_{cr*}$		$P_u$		$DI$
			Exp. / Dośw.	Num. / Obl.	Exp. / Dośw.	Num. / Obl.	
LRC / beton słabo zbrojony	804	0.00	106.45	106.39	125.29	128.82	0.21
FRC / fibrobeton	0	0.51	119.68	119.98	139.95	139.98	0.17
LRC_0 / beton słabo zbrojony_0	603	0.00	–	102.31	–	99.69	-0.03
FRC_0 / fibrobeton_0	0	0.40	–	114.26	–	113.14	-0.01
HRC_0_1 / beton o zbrojeniu prętami i włóknami_0_1	151	0.30	–	99.08	–	100.04	0.01
HRC_0_2 / beton o zbrojeniu prętami i włóknami_0_2	302	0.20	–	98.25	–	99.12	0.01
HRC_0_3 / beton o zbrojeniu prętami i włóknami_0_3	452	0.10	–	97.42	–	97.90	0.00

### 3.3. SEGMENT Z FIBROETONU

Do opisu pracy elementów z fibrobetonu podczas trzypunktowego zginania Fantilli z zespołem zaproponowali wieloskalowy (złożony) model teoretyczny [1]. Dla uproszczenia zbrojenie rozproszone modelowano jako idealnie zakotwione prostoliniowo ułożone włókna stalowe w otaczeniu matrycy cementowej z pojedynczą ortogonalną rysą w połowie długości. Podobnie jak w przypadku elementów z betonu słabo zbrojonego uwzględnia się jedynie fragment zakotwienia pomiędzy przekrojem zarysowanym a przekrojem Fazy I. W obrębie tej części współpracę stalowego włókna i matrycy cementowej opisano za pomocą modelu poślizgu zbrojenia zaproponowanego w [22]. Pracę zarysowanego betonu przedstawiono schematycznie przy wykorzystaniu modelu fikcyjnej rysy [14] przyjmując dla betonu niezarysowanego i włókna stalowego charakterystykę liniowo-sprężystą. Mechanizm wyrywania idealnej kotwy opisuje zależność naprężenia od szerokości rysy elementu fibrobetonowego, z której przy zastosowaniu długości charakterystycznej (tj. długości włókna  $L_f$ ) uzyskać możemy zależność naprężenia od

### 3.3. FRC SEGMENT

A multi-scale theoretical model has been proposed by Fantilli et al. [15] to describe the behavior of FRC members in three point bending. For the sake of the simplicity, the fiber-reinforcement is modelled with an ideal tie, composed by a straight steel fiber and the surrounding cementitious matrix, having a single orthogonal crack in midsection. Similarly to the case of LRC elements, a portion of tie comprised between the cracked cross-section and the Stage I cross-section is taken into account. Inside this portion, the bond-slip model proposed in [22] is applied at the interface between steel fiber and concrete matrix. The behavior of cracked concrete is schematized with a fictitious crack model [14], whereas the linear elastic behavior is assumed for uncracked concrete and steel fiber. The pull-out mechanism of the ideal tie provides the stress vs. crack width relationship of FRC, which turns into the stress vs. strain relationship of FRC by means of the characteristic length (i.e., the fiber length  $L_f$ ). This relationship is used, together with the ascending branch of the

odkształcenia. Powyższa zależność, wraz z rosnącym ramieniem paraboli Sargina przy ściskaniu [14] posłużyła do wyznaczenia charakterystyki pracy elementu przy zginaniu. Aby ją otrzymać, przeprowadzono analizę zależności momentu zginającego i krzywizny w połowie rozpiętości przy zastosowaniu procedury cyklicznej wykorzystującej równania równowagi i nierozdzielności. Założono liniowy profil odkształcenia, a moment zginający  $M$  dla określonej krzywizny w połowie rozpiętości  $\mu$  uzyskano przez iterację.

Tym sposobem zmieniając zadaną krzywiznę uzyskuje się obliczeniowo kompletny wykres zależności  $M - \mu$  w połowie rozpiętości, z którego – po przekształceniu – otrzymujemy wykres  $P - \bar{w}$  przedstawiony na Rys. 2b. Na tym samym rysunku przedstawiono również eksperymentalną krzywą zależności  $P - \bar{w}$  [1]. Wykorzystane wartości pochodziły z badania trzypunktowego zginania segmentu z fibrobetonu zawierającego włókna stalowe o długości  $L_f = 30$  mm i średnicy  $\phi_f = 0,35$  mm dozowane w ilości  $V_f = 0,51$  % obj. Aby otrzymać przedstawioną na Rys. 2b krzywą numeryczną dla elementu z fibrobetonu założono wytrzymałość na rozciąganie włókien wynoszącą  $f_u = 1000$  MPa, a jako przyczepność w modelu poślizgu pręta zbrojeniewego przyjęto wartość obliczoną ze wzoru  $\tau_{\max} = 1,765 \cdot f_c^{0,5} / (12,5 + \phi_s)$  [22] (gdzie  $\tau_{\max}$  i  $f_c$  są parametrami wyrażonymi w MPa, a średnica włókien  $\phi_s$  wyrażona jest w mm). Nawet w tym przypadku, pomimo że krzywa nie pokrywa się idealnie z krzywą uzyskaną z badań doświadczalnych, stwierdza się dobre dopasowanie wartości efektywnego zarysowania i obciążeń niszczących (Tabl. 1). Na krzywej doświadczalnej obciążenia  $P_{cr*}$  oraz  $P_u$  przypadają w punktach 120 i 140 kN i jak stwierdzają Autorzy: <<...pierwsze wykrywalne zarysowanie odnotowano przy obciążeniu na poziomie 95 kN. Dalej sztywność pozostawała niemal niezmienna, aż do wartości 120 kN dzięki przejmowaniu naprężeń wzdłuż pęknięć przez zbrojenie rozproszone. Maksymalna nośność wyniosła 140 kN...>> [1].

#### 4. WYZNACZANIE MINIMALNEJ ILOŚCI ZBROJENIA

W celu wyznaczenia minimalnej ilości prętów zbrojeniewych i włókien, ze względu na zabezpieczenie przed kruchym zniszczeniem elementów z betonu słabo zbrojonego oraz fibrobetonu, Fantilli z zespołem zaproponowali ujednoliconą metodę projektową design-by-testing [19]. Metoda ta oparta jest na obliczeniu wskaźnika ciągliwości  $DI$  według następującego wzoru:

$$DI = \frac{P_u - P_{cr*}}{P_{cr*}} \quad (2)$$

Sargin's parabola in compression [14], to define the material behavior of a member in bending. For predicting the flexural response of such member, the bending moment vs. curvature relationship of the midsection is evaluated by means of a cyclic procedure based on equilibrium and compatibility equations. A linear strain profile is assumed, and the bending moment  $M$  corresponding to a given curvature of the midsection  $\mu$  is iteratively obtained.

Hence, the complete  $M - \mu$  diagram of the midsection is computed by varying the assigned curvature, and then transformed in the numerical  $P - \bar{w}$  curve of Fig. 2b. In the same Figure, the experimental  $P - \bar{w}$  curve is also reported [1]. Such curve comes from the three point bending test of the FRC segment, reinforced with an amount  $V_f = 0.51$  % of steel fibers having  $L_f = 30$  mm and  $\phi_f = 0.35$  mm. To obtain the numerical curve FRC in Fig. 2b, the tensile strength of the fibers is assumed to be  $f_u = 1000$  MPa, and  $\tau_{\max} = 1.765 \cdot f_c^{0.5} / (12.5 + \phi_s)$  is used as the bond strength in the bond-slip model [22] (where  $\tau_{\max}$  and  $f_c$  are expressed in MPa, and  $\phi_s$  in mm). Even in this case, despite the numerical curve does not perfectly superpose the experimental result, the values of the effective cracking and ultimate loads are well fitted (Table 1). On the experimental curve, the loads  $P_{cr*}$  and  $P_u$  are localized at 120 kN and 140 kN, according to the statements of the Authors: <<...the first recordable crack was detected at a load level of 95 kN. Following this stage, the stiffness remained almost constant up to 120 kN thanks to the stress transmitted along the cracks by the fiber reinforcement. The maximum bearing capacity was equal to 140 kN...>> [1].

#### 4. EVALUATING THE MINIMUM AMOUNT OF REINFORCEMENT

To identify the minimum amount of rebar and fibers strictly necessary to prevent the brittle failure of LRC and FRC elements, a unified design-by-testing approach has been proposed by Fantilli et al. [19]. It is based on the definition of the following ductility index  $DI$ :

$$DI = \frac{P_u - P_{cr*}}{P_{cr*}} \quad (2)$$

The value of  $DI$  is positive for concrete members showing a ductile response, whereas it is negative when brittle behavior occurs. Accordingly, the minimum amount of rebar or fibers (i.e., the brittle/ductile transition) can be identified by imposing  $DI = 0$ .

For a precise evaluation of  $P_{cr*}$  and  $P_u$ , the models described in Section 3 are used. Specifically, the flexural

Wskaźnik  $DI$  przyjmuje wartość dodatnią w zakresie, w jakim element betonowy wykazuje charakterystykę ciągliwą oraz wartość ujemną w zakresie charakterystyki materiału kruchego. W tej sytuacji minimalną ilość zbrojenia tradycyjnego lub rozproszonego (odpowiadającą punktowi przejścia z charakterystyki kruchej do ciągliwej) można wyznaczyć przyjmując wartość wskaźnika ciągliwości  $DI = 0$ .

Dokładniejsze wyznaczenie wartości  $P_{cr^*}$  i  $P_u$  możliwe jest przy wykorzystaniu modeli opisanych w punkcie 3 powyżej. W tym celu przeprowadza się symulację pracy segmentów z betonu słabo zbrojonego i fibrobetonu przy różnych stopniach zbrojenia. Stosując metodę iteracyjną dla wartości  $DI = 0$  uzyskano minimalne ilości zbrojenia tradycyjnego (dla segmentów z betonu słabo zbrojonego) i rozproszonego (dla segmentów z fibrobetonu) wynoszące  $A_{s,min} = 603 \text{ mm}^2$  (co daje 12 prętów stalowych o średnicy  $\phi_s = 8 \text{ mm}$ ) oraz  $V_{f,min} = 0,40\%$  (co daje 31 kg włókien na  $1 \text{ m}^3$  betonu). Krzywą uzyskaną numerycznie w przypadku idealnego segmentu betonowego o stopniu zbrojenia  $A_{s,min}$ , oznaczonego LRC\_0, przedstawiono na Rys. 3a, a segmentu idealnego o stopniu zbrojenia  $V_{f,min}$  oznaczonego FRC\_0 na Rys. 3b. W przypadku obu krzywych zależności  $P - \bar{w}$  spełniony jest warunek  $P_u \cong P_{cr^*}$  (czyli  $DI \cong 0$ ), podczas gdy w przypadku krzywych otrzymanych z badań [1] spełniony jest warunek  $P_u > P_{cr^*}$  (Rys. 3 i Tabl. 1).

Po niezależnym wyznaczeniu wartości  $A_{s,min}$  dla segmentów z betonu słabo zbrojonego oraz  $V_{f,min}$  dla segmentów z fibrobetonu obliczyć można zbrojenie minimalne elementów o hybrydowym zbrojeniu prętami i włóknami. Minimalną ilość zbrojenia hybrydowego obliczyć można z liniowego związku wyznaczonych wartości  $A_{s,min}$  i  $V_{f,min}$  [18] (Rys. 4a):

$$\frac{A_s}{A_{s,min}} + \frac{V_f}{V_{f,min}} = 1 \quad (3)$$

Oznacza to możliwość spełnienia warunku  $P_u = P_{cr^*}$  przez elementy o zbrojeniu hybrydowym przy różnych kombinacjach wartości  $A_s$  i  $V_f$  (Rys. 4a). Ponadto, połączenie zbrojenia tradycyjnego z rozproszonym umożliwia przyjęcie niższego stopnia zbrojenia minimalnego  $A_{s,min}$ , typowo wymaganego przez przepisy techniczno-budowlane w przypadku elementów z betonu słabo zbrojonego [12-14]. Włókna dozowane w minimalnej ilości  $V_{f,min}$  mogą spełniać tę samą funkcję mechaniczną, całkowicie zastępując zbrojenie ciągłe [15].

responses of both LRC and FRC segments, reinforced with different amounts of rebar and fibers, respectively, are simulated. Hence, the value  $DI = 0$  is iteratively evaluated and leads to  $A_{s,min} = 603 \text{ mm}^2$  (i.e., 12 steel rebar with  $\phi_s = 8 \text{ mm}$ ) and  $V_{f,min} = 0.40\%$  (i.e., 31 kg/m<sup>3</sup> of steel fibers) for LRC and FRC segments, respectively. The numerical curve of the ideal concrete segment reinforced with  $A_{s,min}$ , named LRC\_0, is reported in Fig. 3a, whereas that of the ideal segment containing  $V_{f,min}$ , called FRC\_0, is depicted in Fig. 3b. Both the  $P - \bar{w}$  curves show  $P_u \cong P_{cr^*}$  (i.e.,  $DI \cong 0$ ), whereas the curves corresponding to the tests [1] show  $P_u > P_{cr^*}$  (Fig. 3 and Table 1).

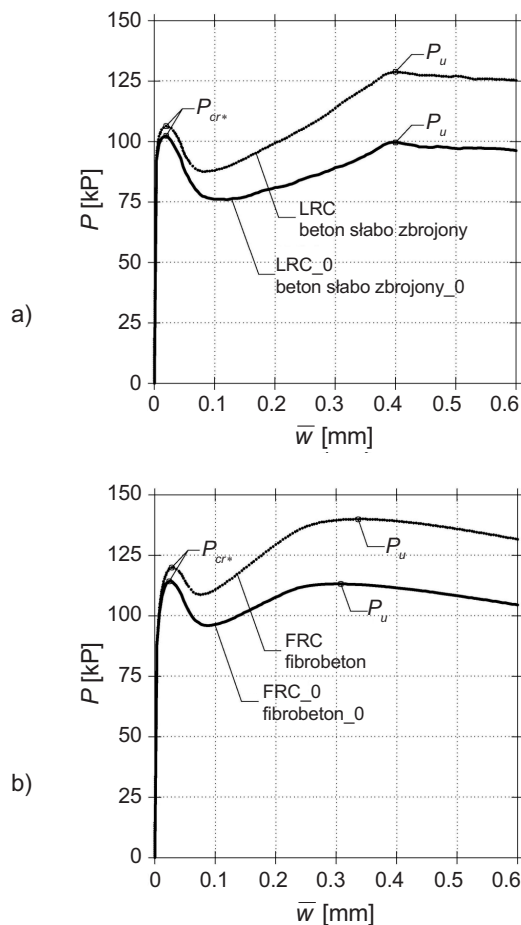


Fig. 3. Comparison between the numerical predictions of the load vs. crack width flexural response at the brittle/ductile transition, and the numerical curves reproducing the tests by Caratelli et al. [1]: a) LRC segments, b) FRC segments  
Rys. 3 Porównanie wyznaczonych numerycznie krzywych zależności między szerokością rysy i obciążeniem zginającym w punkcie przejścia z charakterystyki kruchej na ciągliwą z krzywymi numerycznymi uzyskanymi na podstawie badań wykonanych przez Caratelliego z zespołem [1]: a) segmenty z betonu słabo zbrojonego, b) segmenty z fibrobetonu



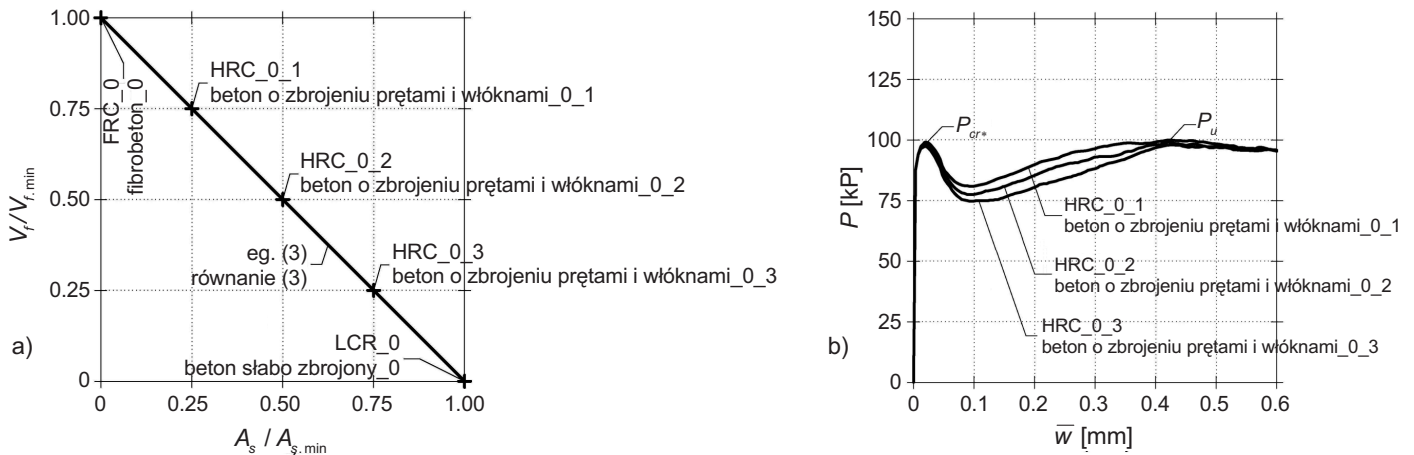


Fig. 4. Minimum reinforcement in HRC segments: a) equation (3) used to combine rebar and fibers [18], b) numerical predictions of the load vs. crack width flexural response of three ideal HRC segments at brittle/ductile transition

Rys. 4. Minimalny stopień zbrojenia segmentów z betonu o zbrojeniu prętami i włóknami: a) zawartość włókien i prętów na podstawie równania (3) [18], b) prognozowane numerycznie krzywe zależności szerokości rysy od obciążenia zginającego, wyznaczone dla trzech idealnych segmentów o zbrojeniu hybrydowym w punkcie przejścia z charakterystyki kruchej do ciągliwej

## 5. MODELOWANIE ZGINANIA SEGMENTÓW BETONOWYCH O ZBROJENIU HYBRYDOWYM

W celu weryfikacji prawidłowości równania (3) dla potrzeb niniejszej analizy zbudowano nowy model umożliwiający prognozowanie charakterystyki pracy elementów o zbrojeniu hybrydowym, prętami i włóknami [23]. Model powstał przez połączenie ze sobą modeli poprzednio zastosowanych w odniesieniu do elementów z betonu słabo zbrojonego i fibrobetonu, umożliwiając symulację równoczesnej obecności prętów i włókien. Zarysowany przekrój elementu z fibrobetonu zamodelowano badając mechanizm wrywania idealnego zakotwienia, uzyskując w ten sposób zależność naprężenia od szerokości rysy [15]. Korzystając z tej zależności możemy zamodelować charakterystykę pracy elementu o zbrojeniu hybrydowym, jako elementu z betonu słabo-zbrojonego [9], w którym charakterystykę pracy zarysowanego zaczynu cementowego opisuje poprzednio wyznaczona zależność naprężenia od grubości rysy. Uzyskany w ten sposób połączony model podobny jest do zaproponowanego w [24], z tym że w tym przypadku pomija się uplastycznienia betonu przy ściskaniu ze względu na wykluczenie rozkruszenia betonu przez zastosowaną niewielką ilość prętów i włókien zbrojeniowych.

Zaproponowany model zapisano w programie MS-Excel w postaci makr Visual Basic i wykorzystano do wyznaczenia prognozowanych krzywych zależności  $P - \bar{w}$  trzech idealnych segmentach betonowych o zbrojeniu hybrydowym, oznaczonych kolejno HRC\_0\_1, HRC\_0\_2 i HRC\_0\_3,

Having determined the values of  $A_{s,min}$  and  $V_{f,min}$  separately in LRC and FRC segments, respectively, the minimum reinforcement of HRC members with the same mechanical and geometrical properties can be calculated. Indeed, the minimum hybrid reinforcement can be linear combination of  $A_{s,min}$  and  $V_{f,min}$  previously defined [18] (Fig. 4a):

$$\frac{A_s}{A_{s,min}} + \frac{V_f}{V_{f,min}} = 1 \quad (3)$$

This means that multiple combinations of  $A_s$  and  $V_f$  can satisfy the condition  $P_u = P_{cr*}$  in HRC elements (Fig.4a). Moreover, when rebar and fibers are combined in an HRC member, it is possible to reduce the minimum reinforcement  $A_{s,min}$  traditionally required by building codes for LRC [12-14]. The minimum amount of fibers  $V_{f,min}$  in FRC is able to assume the same mechanical role – to completely substitute the continuous reinforcement [15].

## 5. MODELLING THE FLEXURAL BEHAVIOR OF HRC SEGMENTS

To verify the reliability of equation (3), a new model for predicting the flexural behavior of HRC elements [23] is here adopted. Specifically, the models previously introduced for LRC and FRC members are combined herein to simulate the simultaneous presence of rebar and fibers as a reinforcement. The cracked FRC cross-section is modelled by studying the pull-out mechanism of an ideal tie, which provides a stress vs. crack width relationship [15]. When this relationship is known, the response of an HRC element in bending can be modelled as a LRC member [9] in which the behavior of the

podobnych do elementów badanych w [1], ale w tym przypadku zawierających zarówno pręty jak i włókna. Wytrzymałość betonu przyjęto na poziomie wytrzymałości segmentu z betonu słabo zbrojonego (czyli  $f_c = 36,5$  MPa) i takie też przyjęto parametry prętów zbrojeniowych ( $f_y = 450$  MPa,  $d = 180$  mm oraz dobre warunki przyczepności), zakładając ich występowanie jedynie w dolnej części przekroju elementu betonowego (Rys. 1a). Podobną analogię zastosowano w przypadku segmentu z fibrobetonu przyjmując następujące parametry włókien stalowych  $L_f = 30$  mm,  $\phi_f = 0,35$  mm,  $f_u = 1000$  MPa, i  $\tau_{\max} = 1,765 \cdot f_c^{0,5} / (12,5 + \phi_s)$ . Jako zbrojenie segmentów HRC\_0 (Rys. 4a) przyjęto trzy podane w Tabl. 1 kombinacje wartości parametrów  $A_s$  i  $V_f$ , które spełniają warunek określony równaniem (3) (Rys. 4a).

Na krzywych zależności  $P - \bar{w}$  trzech idealnych segmentów z betonu o zbrojeniu hybrydowym, które przedstawiono na Rys. 4b, w każdym przypadku zauważyć można przejście z charakterystyki kruchej do ciągliwej ( $P_u \cong P_{cr*}$ ) [18]. Ten stan graniczny wynika również z danych w Tabl. 1, gdzie wszystkie trzy segmenty przyjmują wartość  $DI \cong 0$ . Krzywe na Rys. 4b dowodzą korzystnego efektu włókien, szczególnie w zakresie ograniczenia szerokości rysy w fazie po zarysowaniu. Spadek wartości  $\bar{w}$  ze wzrostem wartości  $V_f$  dla danego poziomu obciążenia został też stwierdzony doświadczalnie w [1].

## 6. MODELOWANIE PRACY SEGMENTÓW Z BETONU ZBROJONEGO HYBRYDOWEGO PODDANYCH OBCIĄŻENIU SIŁĄ OSIOWĄ I MOMENTEM ZGINAJĄCYM

Ponieważ obudowy tuneli podczas eksploatacji obciążone są na ogół siłą normalną i momentem zginającym, stan graniczny nośności tego typu konstrukcji analizuje się przy użyciu krzywych interakcji  $M - N$  [3, 5, 24]. W odniesieniu do analizowanych tutaj segmentów betonowych (Rys. 1a) należy określić obszary dopuszczalnych rozwiązań, ograniczonych nośnością na zginanie (moment zginający) i wytrzymałością na ściskanie (działanie siły osiowej), czyli krzywymi  $M_{Rd} - N_{Rd}$ . Aby obliczyć powierzchnie interakcji przyjęto hipotezę płaskich odkształceń w całym przekroju poprzecznym elementu betonowego [25] przy szerokości rysy  $w$  rozciągniętej na długość włókna  $L_f$  [15]. Innymi słowy wprowadzono następujące odkształcenie równoważne  $\varepsilon$  dla  $w > 0$ :

$$\varepsilon = \varepsilon_{ct} + \frac{w}{L_f}, \quad (4)$$

cracked cementitious matrix is described by the previous stress vs. crack width relationship. This combined model is similar to that proposed in [24], but in the present case the softening behavior of concrete in compression is neglected, because the low amount of rebar and fibers excludes the crushing failure of concrete.

The proposed model is written as MS-Excel Visual Basic Macros and used to predict the  $P - \bar{w}$  curves of three ideal HRC segments, named HRC\_0\_1, HRC\_0\_2, and HRC\_0\_3, similar to those tested in [1], but containing both rebar and fibers. Specifically, concrete strength is that of LRC segment (i.e.,  $f_c = 36.5$  MPa), and the same are also the parameters defining the rebar (i.e.,  $f_y = 450$  MPa,  $d = 180$  mm, and good bond conditions), assumed to be placed only at bottom level of the concrete cross-section (Fig. 1a). In analogy with the FRC segment, the fiber-reinforcement is made of steel fibers having  $L_f = 30$  mm,  $\phi_f = 0.35$  mm,  $f_u = 1000$  MPa, and  $\tau_{\max} = 1.765 \cdot f_c^{0.5} / (12.5 + \phi_s)$ . The three combinations of  $A_s$  and  $V_f$  reported in Table 1, which fulfill the condition given by equation.(3), reinforce the segments HRC\_0 (Fig.4a).

The  $P - \bar{w}$  curves of the three ideal HRC segments are depicted in Fig. 4b, where the brittle/ductile transition (i.e.,  $P_u \cong P_{cr*}$ ) can be noticed in all the cases [18]. This limit condition can also be recognized in Table 1, as the three segments exhibit  $DI \cong 0$ . The curves of Fig. 4b put into evidence the favorable effect of the fibers, especially in controlling of crack width in the post cracking stage. Indeed, for an assigned load level, the values of  $\bar{w}$  decrease when  $V_f$  increases, according to [1].

## 6. MODELLING THE BEHAVIOR OF HRC SEGMENTS UNDER COMBINED AXIAL FORCE AND BENDING MOMENT

As tunnel linings in service are mainly subjected to normal force and bending moment, the ultimate limit state of these structures is verified by using the  $M - N$  interaction diagrams [3, 5, 24]. Referring to the concrete segments here investigated (Fig. 1a), the feasible regions bordered by the resisting bending moment and axial force (i.e., the  $M_{Rd} - N_{Rd}$  curves), have to be defined. To compute the interaction domains, the hypothesis of planar strain profile on the whole concrete cross-section is adopted [25], whereas the crack width  $w$  is smeared along the fiber length  $L_f$  [15]. In other words, the following equivalent strain  $\varepsilon$  is introduced when  $w > 0$ :

$$\varepsilon = \varepsilon_{ct} + \frac{w}{L_f}, \quad (4)$$

gdzie  $\varepsilon_{ct}$  jest odkształceniem sprężystym odpowiadającym wytrzymałości betonu na rozciąganie.

Aby wyznaczyć konfigurację przekroju betonowego w stanie granicznym nośności (Rys. 5a) wymagane jest wprowadzenie granicznych odkształceń. Maksymalne odkształcenie w warunkach ściskania zredukowane jest do poziomu odkształcenia przy szczytowym naprężeniu  $\varepsilon_{c1}$ , podczas gdy maksymalne odkształcenie przy rozciąganiu oblicza się z równania (4) (przyjmując wartość  $w$  odpowiadającą obciążeniu  $P_u$  na wykresie zależności  $P - \bar{w}$ ). Ponieważ  $\varepsilon_u$  przyjmuje wartość mniejszą od obliczeniowej odkształcalności pręta zbrojenia, która w przypadku stali gat. C wynosi 6,75% [13], założenie takie jest konserwatywne. Rys. 5b przedstawia siedem konfiguracji stanu granicznego nośności i wynikających stąd siedem pól odpowiadających dodatnim krzywiznom przekroju elementu o zbrojeniu hybrydowym, prętowo-włóknowym. Sześć dodatkowych pól można znaleźć zmieniając nadany przekrojowi znak krzywizny na przeciwny. Dla każdej konfiguracji stanu granicznego nośności stan naprężeń w matrycy cementowej oblicza się korzystając z paraboli Sargina – dla  $\varepsilon < 0$ , liniowej teorii sprężystości – dla  $0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{ct}$ , oraz zależności szerokości rysy od naprężenia – dla  $\varepsilon > \varepsilon_{ct}$  (tj.  $\bar{w} > 0$ ). Ponadto, dla prętów zbrojenio- wych przyjęto równanie konstytutywne materiału sprężysto-idealnie plastycznego.

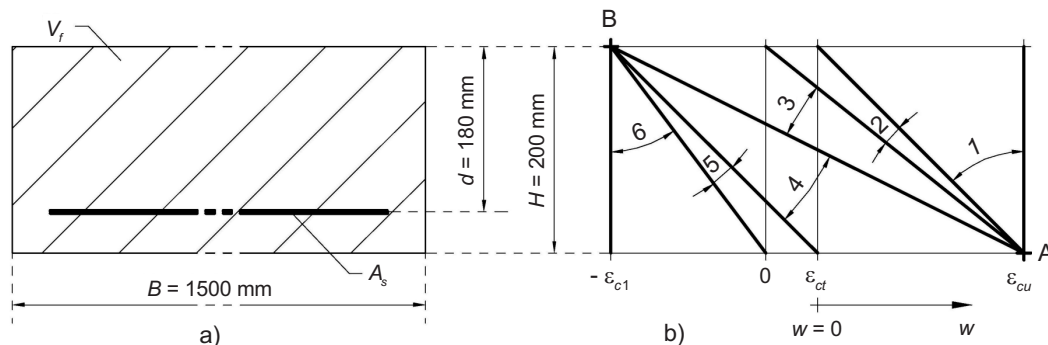


Fig. 5. Evaluation of the interaction diagrams referred to LRC, FRC and HRC cross-sections: a) concrete cross-section, b) limit state configurations

Rys. 5. Analiza krzywych interakcji dotyczących przekrojów z betonu słabo zbrojonego, fibrobetonu i betonu o zbrojeniu prętami i włóknami: a) przekrój elementu betonowego, b) konfiguracje stanu granicznego

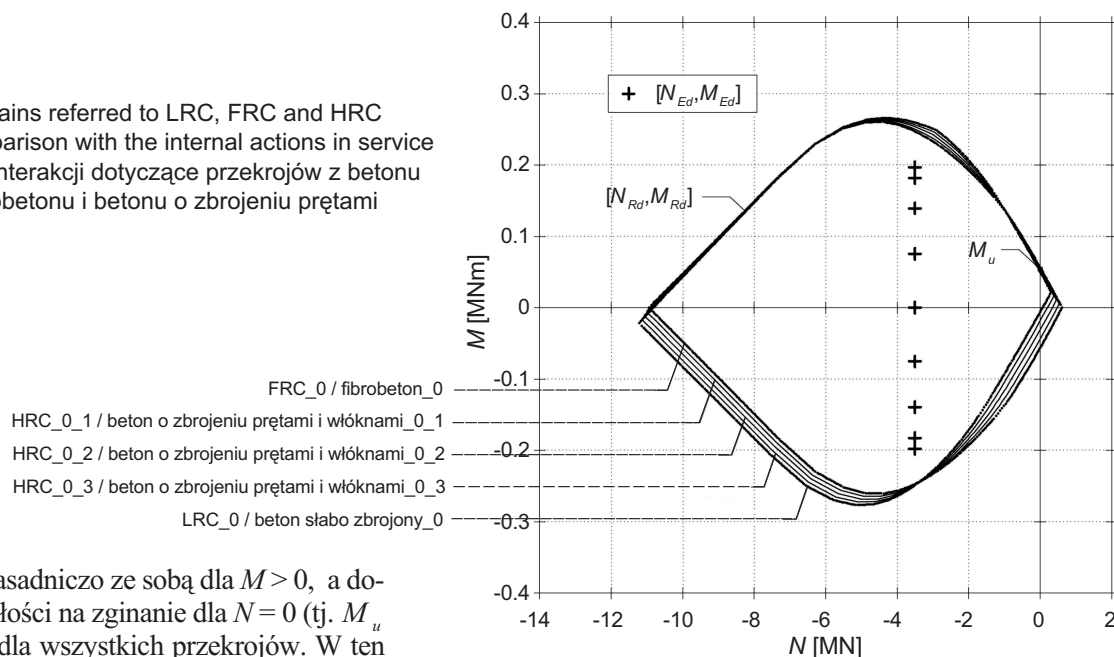
Siłę ściskającą  $N_{Rd}$  można obliczyć ustanawiając warunek równowagi naprężeń osiowych, natomiast moment zginający  $M_{Rd}$  określony jest na podstawie obrotowej równowagi przekroju poprzecznego elementu betonowego. Stąd całkowitą powierzchnię graniczną  $M_{Rd} - N_{Rd}$  można wyznaczyć zmieniając zadaną konfigurację odkształceń w obrębie ww. pól stanów granicznych nośności. Stosując tę procedurę do segmentów LRC\_0 i FRC\_0 oraz trzech segmentów o zbrojeniu hybrydowym HRC\_0\_1, HRC\_0\_2, HRC\_0\_3 otrzymujemy pięć wykresów przedstawionych na Rys. 6.

where  $\varepsilon_{ct}$  is the elastic strain at tensile strength of concrete.

To define the limit state configurations of a concrete cross-section (Fig.5a), strain limits must be introduced. In compression, the maximum strain is reduced to the strain at peak of stress  $\varepsilon_{c1}$ , whereas the maximum strain in tension  $\varepsilon_u$  is computed with (4) equation (by assuming  $w$  in correspondence of  $P_u$  in the  $P - \bar{w}$  diagram). As  $\varepsilon_u$  is smaller than the design strain capability of rebar, i.e., 6.75% for a steel grade C [13], this assumption is conservative. The seven limit state configurations, and the consequent six fields, which corresponds to the positive curvatures of the HRC cross-section, are represented in Fig. 5b. Six additional fields can be found by inverting the sign of the curvature given to the HRC cross-section. For each limit state configuration, the state of stress in the concrete matrix is computed with the Sargin's parabola, when  $\varepsilon < 0$ , with the linear elastic law, when  $0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{ct}$ , and with the stress vs. crack width relationship, when  $\varepsilon > \varepsilon_{ct}$  (i.e.,  $\bar{w} > 0$ ). Moreover, the elastic-perfectly plastic constitutive law is assumed for steel rebar.

The resisting normal force  $N_{Rd}$  can be computed by imposing the equilibrium of the axial stresses, and the resisting bending moment  $M_{Rd}$  is given by the rotational equilibrium of the concrete cross-section. Hence, the whole resisting domain  $M_{Rd} - N_{Rd}$  can be evaluated by varying the assigned strain configuration within the above-mentioned ultimate limit state fields. If this procedure is applied to the segments LRC\_0 and FRC\_0, and to the three hybrid segments HRC\_0\_1, HRC\_0\_2, HRC\_0\_3 as well, the five diagrams plotted in Fig. 6 are obtained.

Fig. 6. Interaction domains referred to LRC, FRC and HRC cross-sections in comparison with the internal actions in service Rys. 6. Powierzchnie interakcji dotyczące przekrojów z betonu słabo zbrojonego, fibrobetonu i betonu o zbrojeniu prętami i włóknami



Wykresy pokrywają się zasadniczo ze sobą dla  $M > 0$ , a dodatnie wartości wytrzymałości na zginanie dla  $N = 0$  (tj.  $M_u$  na Rys. 6) są takie same dla wszystkich przekrojów. W ten sposób została wykazana równoważność elementów o zbrojeniu hybrydowym oraz segmentów LRC\_0 i FRC\_0. Sytuacja ta dotyczy nie tylko czystego zginania, ale również połączonego oddziaływania siły osiowej i dodatniego momentu zginającego. Przyjęta procedura „design-by-testing” pozwala uzyskać konfiguracje zbrojenia tradycyjnego i rozproszonego, które mieszczą się w zbiorze rozwiązań dopuszczalnych dla przekroju elementu z betonu słabo zbrojonego. Inna sytuacja ma miejsce w przypadku ujemnych momentów zginających, gdzie nie występuje nakładanie się krzywych  $M_{Rd} - N_{Rd}$  (Rys. 6) ze względu na brak zbrojenia w górnej warstwie przekroju elementów o zbrojeniu hybrydowym i z betonu słabo-zbrojonego (Rys. 1a). W ten sposób otrzymujemy asymetryczną powierzchnię graniczną przy idealnie symetrycznej wokół osi poziomej powierzchni granicznej dla przekroju FRC\_0 (Rys. 6).

Dla zapewnienia bezpieczeństwa konstrukcji segmentów betonowych, powierzchnie graniczne muszą zawierać punkty  $M_{Ed} - N_{Ed}$  odpowiadające działającemu wewnętrznemu momentowi zginającemu i działającej sile osiowej. Drugą z tych wartości można uzyskać rozwiązując metodą elementów skończonych zagadnienie płaskich odkształceń odniesionych do części gruntu otaczającego tunel (Rys. 7a). W pracy de la Fuente i in. [3], brakująca głębokość gruntu do poziomu terenu była imitowana przez obciążenie równomiernie rozłożone. Ponieważ uwzględniamy jedynie obciążenia grawitacyjne w warunkach suchych, łatwo uzyskać można wykresy siły osiowej  $N_{Ed}$  i momentu zginającego  $M_{Ed}$ , które zostały przedstawione na Rys. 7b-c. Jak wynika z Rys. 6 wszystkie obszary rozwiązań dopuszczalnych zawierają

These diagrams substantially coincide for  $M > 0$ , and the positive resisting moments when  $N = 0$  (i.e.,  $M_u$  in Fig. 6) has the same value in all the cross-sections. Thus, the equivalence of the hybrid elements and of the segments LRC\_0 and FRC\_0 is confirmed. This is true not only in pure flexure but also under combined axial force and positive bending moment. The adopted design-by-testing procedure provides suitable combinations of rebar and fibers for maintaining the feasible region of a LRC cross-section. Conversely, for negative bending moments, the  $M_{Rd} - N_{Rd}$  diagrams are not superposed (Fig. 6) due to the absence of rebar at the top level of the HRC and LRC cross-sections (Fig. 1a). This results in an asymmetric resisting domain, whereas the domain of FRC\_0 cross-section is perfectly symmetric with respect to the horizontal axis (Fig. 6).

To assure the structural safety of the concrete segments, the resisting domains must contain the  $M_{Ed} - N_{Ed}$  points corresponding to the acting internal bending moment and axial force. The latter can be obtained through a finite element analysis of a plain strain problem, referred to a portion of the soil surrounding the tunnel (Fig. 7a). According to de la Fuente et al. [3], the missing depth of the soil up to the ground level is simulated with a uniformly distributed load. Since only the gravity loads in dry conditions are herein considered, the diagrams of axial force  $N_{Ed}$  and bending moment  $M_{Ed}$  can be easily obtained and plotted in Fig. 7b-c. As it can be observed in Fig. 6, all the feasible regions contain the  $M_{Ed} - N_{Ed}$  points related to the cross-sections of BBT [1].

punkty  $M_{Ed} - N_{Ed}$  dotyczące przekrojów tunelu Brenner  
Base [1].

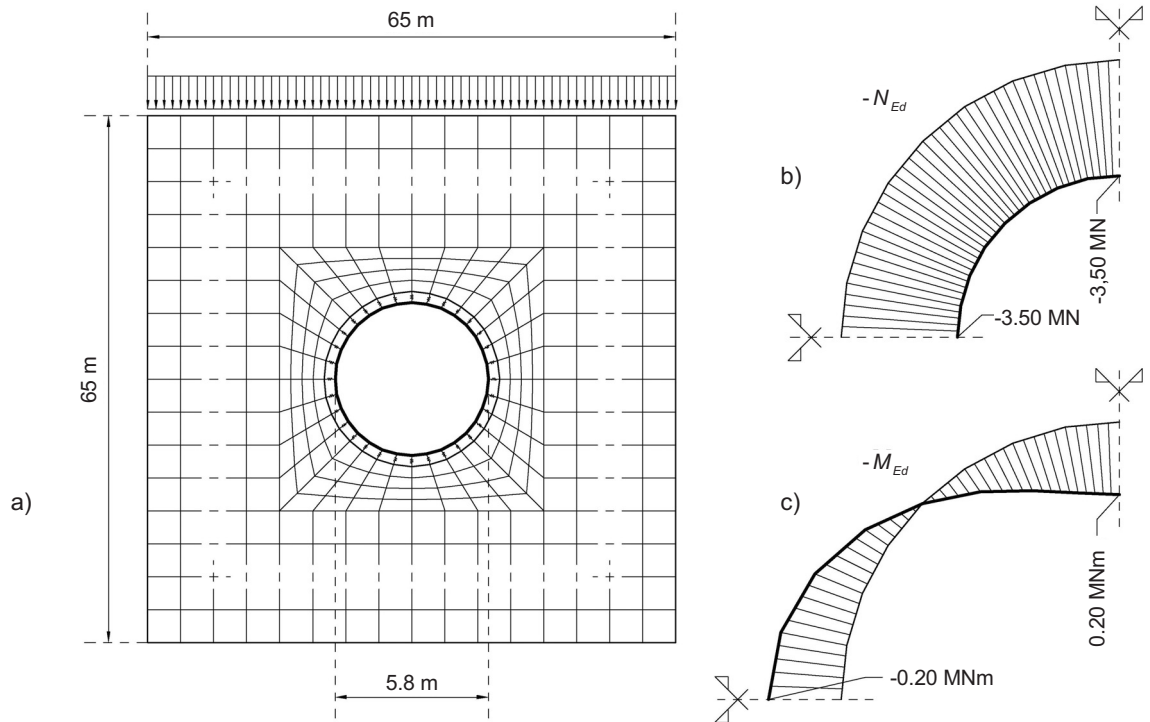


Fig. 7. Structural analysis of the concrete lining in service: a) finite element model, b) diagram of axial force, c) diagram of bending moment

Rys. 7. Analiza statyczna betonowej obudowy tunelu w warunkach eksploatacyjnych: a) model MES, b) wykres siły osiowej, c) wykres momentu zginającego

Z powierzchni granicznych przedstawionych na Rys. 6 oraz krzywych  $P - \bar{w}$  na Rys. 4b wynika, że poza obszarem rozwiązań jednorodnych [1], można znaleźć kilka równoważnych układów zbrojenia hybrydowego spełniających zależność (3). Jako optymalne wybrać należy rozwiązanie, które ograniczając z jednej strony koszty (obejmujące koszt materiałów oraz koszty wytworzenia) będzie charakteryzowało się szerokim zakresem zastosowań. Przykładowo, zastosowanie odpowiedniej ilości włókien pozwoli uniknąć dwuwarstwowego zbrojenia. Rozwiązanie to może być efektywne w przypadku obudów wykonywanych na niewielkiej głębokości, gdzie mamy do czynienia z niewielkimi siłami osiowymi, a obszar nośności powinien być jak największy w okolicy punktu początkowego wykresu (Rys. 6). Z tego względu rozwiązanie to zostało wykorzystane w obudowie wykonywanej na mokro [25].

## 7. WNIOSKI

Opisane powyżej wyniki badań numerycznych pozwalają na wyciągnięcie następujących wniosków:

The resisting domains of Fig. 6 and the  $P - \bar{w}$  curves of Fig. 4b demonstrate that, beyond the homogeneous solutions evaluated in [1] for reinforcing the segments (i.e., only rebar or fibers in LRC or FRC segments, respectively), several other equivalent hybrid reinforcements can exist. These reinforcing systems can be designed by combining rebar and fibers as defined by (3). Among them, the optimal solution has to minimize the total cost (i.e., the costs of bare materials and manufacture), but also to maximize the workability. For instance, if a suitable amount of fibers is provided, the double level of rebar can be avoided. This solution could be effective when the linings are located at low depth, because small axial forces arise and the resisting domain needs to be as large as possible around the origin (Fig. 6). For this reason, such a solution was adopted in the cast-in-situ tunnel lining [25].

## 7. CONCLUSIONS

According to the results of the numerical investigations the following conclusions can be drawn:

1. Charakterystykę kruchą/ciągliwą przy zginaniu prefabrykowanych segmentów obudowy tuneli można określić za pomocą wskaźnika ciągliwości  $DI$ , którego wartość zależy od różnicy między obciążeniem granicznym  $P_u$  i efektywną siłą rysującą  $P_{cr*}$ .
2. Minimalna ilość zbrojenia (tradycyjnego, rozproszonego lub zbrojenia prętami i włóknami) ze względów statycznych (tj. przejście od charakterystyki kruchej do ciągliwej) odpowiada wskaźnikowi ciągliwości  $DI = 0$ .
3. Minimalny stopień zbrojenia (tj. parametry  $A_{s,min}$  w przypadku betonu słabo zbrojonego oraz  $V_{f,min}$  w przypadku fibrobetonu) można wyznaczyć za pomocą procedury wykorzystującej modele numeryczne.
4. Jako minimalną ilość zbrojenia hybrydowego przyjmując można dowolne wartości spełniające liniową zależność  $A_{s,min}$  i  $V_{f,min}$ .
5. Segmenty z betonu o zbrojeniu hybrydowym o różnych proporcjach między  $A_{s,min}$  i  $V_{f,min}$  wykazują taką samą charakterystykę pracy zarówno przy czystym zginaniu, jak również przy łącznym oddziaływaniu siły osiowej i dodatniego momentu zginającego.
6. Przy zastosowaniu odpowiedniej zawartości włókien w połączeniu ze zredukowaną liczbą prętów zbrojenio- wych, przekroje betonowe wykazują nośność na zginanie również przy równoczesnym oddziaływaniu niewielkich sił osiowych.

Wskazane jest przeprowadzenie dalszych badań umożliwiających doświadczalną weryfikację wyników przeprowadzonych analiz numerycznych oraz rozszerzenie obecnego podejścia do analizy kruchej lub ciągliwej charakterystyki przy zginaniu na inne rodzaje konstrukcji, takie jak posadzki na podłożu gruntowym, belki i słupy konstrukcji ramowych, itd.

## PODZIĘKOWANIA

Przeprowadzenie opisanych w niniejszym artykule badań było możliwe dzięki grantowi Włoskiego Ministerstwa Edukacji i Badań Naukowych (PRIN 2015).

## BIBLIOGRAFIA / REFERENCES

- [1] Caratelli A., Meda A., Rinaldi Z., Romualdi P.: Structural behaviour of precast tunnel segments in fiber reinforced concrete. *Tunnelling and Underground Space Technology*, **26**, 2, 2011, 284-291
- [2] Chiaia B., Fantilli A.P., Vallini P.: Evaluation of minimum reinforcement ratio in FRC members and application to tunnel linings. *Materials and Structures*, **40**, 6, 2007, 593-604

1. The brittle/ductile flexural behavior of the precast segments of tunnel linings can be described by the ductility index  $DI$ , which depends on the difference between ultimate load  $P_u$  and effective cracking load  $P_{cr*}$ .
2. The minimum amount of reinforcement (i.e., rebar, fibers, or a combination of them) for static reasons (i.e., at the brittle/ductile transition) corresponds to  $DI = 0$ .
3. The minimum reinforcement (i.e.,  $A_{s,min}$  of LRC and  $V_{f,min}$  of FRC) can be estimated by means of a procedure based on numerical models.
4. The minimum reinforcement of HRC members is defined by any linear combination of  $A_{s,min}$  and  $V_{f,min}$ .
5. The behavior of HRC segments containing different combinations of  $A_{s,min}$  and  $V_{f,min}$  is equivalent in pure flexure, but also under combined axial force and positive bending moment.
6. With the use of a suitable amount of fibers, in combination with a reduced amount of rebar, concrete cross-sections bear bending moments also in presence of low axial forces.

Further studies should be developed to experimentally validate the results of the previous numerical analyses, and to extend the present approach for evaluating the brittle/ductile flexural response to other types of structure (e.g., slabs on ground, beams and columns of a frame, etc.).

## ACKNOWLEDGEMENT

The grant provided by the Italian Ministry of Education and Research (PRIN 2015), and used to develop this research work, is gratefully acknowledged.

- [3] de la Fuente A., Pujadas P., Blanco A., Aguado A.: Experiences in Barcelona with the use of fibres in segmental linings. *Tunnelling and Underground Space Technology*, **27**, 1, 2012, 60-71
- [4] Fantilli A.P., Nemati K.M., Chiaia B.: Efficiency index for fiber-reinforced concrete lining at ultimate limit state. *Sustainable and Resilient Infrastructure*, **1**, 1-2, 2016, 84-91

- [5] *Meda A., Rinaldi Z.*: Steel fibers reinforcement for pre-cast lining in tunnels with different diameters. In: Proc. FRC 2014 Joint ACI-fib International Workshop, Montreal, Canada, 2014, 522-531
- [6] *Tiberti G., Minelli F., Plizzari G.A.*: Reinforcement optimization of fiber reinforced concrete linings for conventional tunnels. *Composites: Part B*, **58**, 2014, 199-207
- [7] *Maldague J.C.*: Établissement des Lois Moments-Courbures. *Annales de l'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics, ITBTP*, **213**, 1965, 1170-1218
- [8] *Bosco C., Carpinteri A., Debernardi P.G.*: Minimum reinforcement in high-strength concrete. *ASCE Journal of Structural Engineering*, **116**, 2, 1990, 427-437
- [9] *Fantilli A.P., Chiaia B., Gorino A.*: Minimum reinforcement and ductility index of lightly reinforced concrete beams. *Computers and Concrete*, **18**, 6, 2016, 1175-1194
- [10] *Ruiz G., Elices M., Planas J.*: Size Effect and Bond-Slip Dependence of Lightly Reinforced Concrete Beams. *European Structural Integrity Society*, **24**, 1999, 67-97
- [11] *Levi F.*: On Minimum Reinforcement in Concrete Structures. *ASCE Journal of Structural Engineering*, **111**, 12, 1985, 2791-2796
- [12] ACI - American Concrete Institute 318-14: Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. Farmington Hills, Michigan, USA. 2014
- [13] CEN - European Committee for Standardization EN 1992-1-1: Eurocode 2: Design of Concrete Structures - Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. Brussels, Belgium. 2004
- [14] Model Code 2010 - Final draft, Volume 1. fib Bulletin No. 65, The International Federation for Structural Concrete, Lausanne, Switzerland, 2012
- [15] *Fantilli A.P., Chiaia B., Gorino A.*: Fiber volume fraction and ductility index of concrete beams. *Cement and Concrete Composites*, **65**, 2016, 139-149
- [16] *Liao L., de la Fuente A., Cavalaro S., Aguado A.*: Design procedure and experimental study on fibre reinforced concrete segmental rings for vertical shafts. *Materials and Design*, **92**, 2016, 590-601
- [17] *Naaman A.E.*: Strain hardening and deflection hardening fiber reinforced cement composites. In: Proc. 4th Int. RILEM Workshop on High Performance Fiber Reinforced Cement Composites, Ann Arbor, University of Michigan, 2003, 95-113
- [18] *Gorino A., Fantilli A.P., Chiaia B., Zampini D., Guerini A., Volpatti G.*: Brittle vs. ductile behavior of concrete beams reinforced with steel rebars and fibers. In: Proc. 9<sup>th</sup> Rilem International Symposium on Fiber Reinforced Concrete (BEFIB 2016), Vancouver, Canada, 2016, 1263-1274
- [19] *Fantilli A.P., Chiaia B., Gorino A.*: Unified Approach for Minimum Reinforcement of Concrete Beams. *ACI Structural Journal*, **113**, 5, 2016, 1107-1116
- [20] *Liao L., de la Fuente A., Cavalaro S., Aguado A.*: Design of FRC tunnel segments considering the ductility requirements of the Model Code 2010. *Tunnelling and Underground Space Technology*, **47**, 2015, 200-210
- [21] *Bažant Z.P., Cedolin L.*: Stability of Structures: Elastic, Inelastic, Fracture and Damage Theories. Oxford University Press, New York, USA, 1991
- [22] *Fantilli A.P., Vallini P.*: Bond-slip relationship for smooth steel reinforcement. In: Proc. Computational Modelling of Concrete Structures (EURO-C 2003), St. Johann Im Pongau, Austria, 2003, 215-224
- [23] *Fantilli A.P., Gorino A., Chiaia B.*: Multi-scale tension stiffening approach for the minimum reinforcement of hybrid concrete beams. Submitted to *Computational Modelling of Concrete Structures (EURO-C 2018)*, Bad Hofgastein, Austria, 2017
- [24] *Barros J.A.O., Taheri M., Salehian H.*: A model to simulate the moment-rotation and crack width of FRC members reinforced with longitudinal bars. *Engineering Structures*, **100**, 2015, 43-56
- [25] *Chiaia B., Fantilli A.P., Vallini P.*: Combining fiber-reinforced concrete with traditional reinforcement in tunnel linings. *Engineering Structures*, **31**, 2009, 1600-1606