

ANATOLIY SERGEEVICH ALEKSANDROV<sup>1)</sup>  
 TATIANA VICTOROVNA SEMENOVA<sup>2)</sup>  
 NATALIYA PAVLOVNA ALEKSANDROVA<sup>3)</sup>

## ANALYSIS OF PERMANENT DEFORMATIONS IN GRANULAR MATERIALS OF ROAD STRUCTURES

### ANALIZA ODKSZTAŁCEŃ TRWAŁYCH WARSTW Z KRUSZYWA W KONSTRUKCJI NAWIERZCHNI DROGOWEJ

**STRESZCZENIE.** Artykuł poświęcony jest analizie odkształceń trwałych warstw gruntu i kruszywa. Zależności między odkształceniami trwałymi a odkształceniem wywołanymi pierwszym obciążeniem lub odkształceniem skumulowanym wywołanym obciążeniem cyklicznym najczęściej opisywane są za pomocą funkcji potęgowych, logarytmicznych oraz wykładniczych. Korzystając z teorii pełzania dziedzicznego uzyskano szereg ogólnych modeli umożliwiających analizę odkształceń trwałych w warunkach obciążenia cyklicznego. W rezultacie zaproponowano nową metodę analityczną opartą na całkowaniu funkcji potęgowych opisujących przyrost trwałych odkształceń. Na podstawie danych doświadczalnych określających zależność odkształcenia powstałego w skutek przyłożonego obciążenia od jego wartości wyznaczono maksymalną i minimalną wartość naprężeń oraz współczynniki równań. Wyniki obliczeń porównano z danymi doświadczalnymi uzyskanymi w próbie trójosiowego ściskania warstw pospółki i łamanego kruszywa granodiorytowego.

**SŁOWA KLUCZOWE:** droga samochodowa, próba RLT, próba trójosiowego ściskania, trwałe odkształcenia warstw konstrukcji drogowych z mieszanek niezwiązanych.

**ABSTRACT.** Models of permanent deformation in soils and granular materials are analysed in the article. Power, logarithmic and exponential functions that connect permanent deformation with the deformation caused by the first loading or with the one accumulated as a result of a certain number of load applications are found to be most often used. Due to the application of a hereditary creep theory some generalizing models for the analysis of permanent deformations under cyclic loading were obtained. As a result, a new method based on the integration of power functions describing the increment of permanent deformation was proposed. The experimental data on the dependence of residual deformation upon the amount of loads, maximum and minimum stresses were obtained, coefficients of equations derived were defined. The results of the calculations and the experimental data of a triaxial test of sand-gravel mix and granodiorite crushed stone were compared.

**KEYWORDS:** automobile road, permanent deformation of granular materials road structure, RLT test, triaxial test.

DOI: 10.7409/rabdim.016.017

<sup>1)</sup> Siberian State Automobile and Highway Academy (SibADI), Russia, 644080, West Siberia, Mira Avenue, 5; aleksandrov00@mail.ru (✉)

<sup>2)</sup> Siberian State Automobile and Highway Academy (SibADI), Russia, 644080, West Siberia, Mira Avenue, 5; stv8@yandex.ru

<sup>3)</sup> Siberian State Automobile and Highway Academy (SibADI), Russia, 644080, West Siberia, Mira Avenue, 5; nata26.74@mail.ru

## 1. WPROWADZENIE

Z punktu widzenia użytkownika najważniejszym parametrem drogi jest równość nawierzchni. Wraz ze wzrostem nierówności maleje średnia prędkość pojazdów poruszających się po drodze. Zastoiska wody gromadzącej się w miejscach uszkodzeń i zagłębieniach nawierzchni zmniejszają przyczepność kół, a w konsekwencji negatywnie wpływają na bezpieczeństwo ruchu drogowego. Zwiększając maksymalną siłę nacisku koła na nawierzchnię 1,3 razy [1] przy jednoczesnym zmniejszeniu minimalnej siły nacisku do 70-80% obciążenia statycznego [2] nierówności powodują powstawanie obciążeń dynamicznych. Skutkiem tak dużej różnicy obciążeń jest zróżnicowanie przemieszczeń w nawierzchni drogi na trasie przejazdu pojazdu, prowadzące do przyspieszonego zużywania się nawierzchni. W tej sytuacji szczególnego znaczenia nabiera możliwość wczesnego wykrywania zmian profilu nawierzchni i przeprowadzenia we właściwym czasie niezbędnych napraw.

## 2. PRZEGLĄD LITERATURY

Głębokość nierówności nawierzchni określa się jako różnicę między przemieszczeniem powierzchni w danym punkcie oraz w punkcie o najmniejszej wartości przemieszczenia. Jedną z najprostszych i jednocześnie wiarygodnych metod określania przemieszczeń w nawierzchni jest standardowa metoda obliczania osiadania poprzez całkowanie względnych odkształceń pionowych [3]. Powyższa metoda stanowiła podstawę metody obliczania osiadania fundamentów przez sumowanie osiadania warstw [4] przy wykorzystaniu całkowania metodą trapezów. Procedura ta znalazła zastosowanie w obliczeniach całkowitych dopuszczalnych ugięć nawierzchni z podatną podbudową [5] (od 1960 do 1972 roku) oraz ugięć sprężystych tego typu nawierzchni [6] (od 1972 roku do dzisiaj). Na potrzeby obliczeń osiadania fundamentów metodę ulepszono, zastępując model półprzestrzeni liniowo-sprężystej biliniową zależnością odkształceń sprężysto-plastycznych od naprężeń głównych [7-9] i wyznaczając funkcję opisującą zależność współczynnika  $\beta$  od głębokości [9]. W projektowaniu dróg problem ten został rozwiązany przez zastąpienie wzoru Yakunina innymi funkcjami opisującymi zależność odkształceń pionowych od głębokości [10]. Zmieniono wyrażenie podcałkowe oraz sformułowano nowe wzory do obliczania ugięć nawierzchni. Były one inne niż wzory zaproponowane przez Iwanowa [5]. Następnie w wyrażeniu podcałkowym, opisującym pionowe odkształcenie<sup>4)</sup>, funkcje liniowe zastąpiono różnego typu nieliniowymi zależnościami odkształceń trwałych od

## 1. INTRODUCTION

The most important consumer properties of a motor road depend on the evenness of its surface. The worse it is, the less an average speed the vehicles attain. Accumulation of rainwater in surface flaws and dimples reduces adhesion of wheels and, consequently, causes traffic safety problems. Surface irregularities generate dynamic loads, so the maximum force transferred from the wheel to the road surface increases by a factor of 1.3 [1], whereas the minimum force decreases to 0.7-0.8 of static load [2]. Such a load rate difference leads to different road surface displacements along the path of motion and, consequently, causes further surface deterioration. Thus, efforts aiming at early prediction of evenness changes and repair of automobile road surfaces started on time are topical problems of highway engineering.

## 2. LITERATURE REVIEW

The depth of unevenness is determined by the difference in road surface displacement at distinctive points (at a given point and at the point where the displacement has the least value). One of the simplest and valid methods for determining such a displacement is a standard method of settlement computation, when the dependence for vertical relative deformation is integrated [3]. The method of layer-by-layer summation [4] for foundation settlement computation, where a trapezoidal integration is used, is based on the method mentioned above. This solution procedure was applied by highway engineering experts for flexible-type base pavement computation of allowable total [5] (from 1960 to 1972) and rebound deflection [6] (from 1972 to the present day). For the foundation settlement to be computed, improvement of the standard method in question was made by means of replacing a model of a linearly elastic half-space with the bilinear dependence of plastoelastic deformation upon principal stresses [7-9], and finding the functional dependence of the sidework coefficient  $\beta$  on the depth [9]. In highway engineering this problem was solved when Yakunin's formula was substituted for other dependences of vertical strain on the depth [10]. A pre-integral expression was changed and some new formulae for pavement deflection calculation were derived. They were different from those proposed by Ivanov [5]. Later, linear functions were substituted for various non-linear dependences of permanent deformation upon principal stresses in a pre-integral expression of a vertical strain<sup>4)</sup>. Therefore, engineering methods of calculation of

<sup>4)</sup> Problem rozwiązano w przypadku osi symetrii obciążenia przy takim samym kierunku osi  $x, y$  i  $z$ , stąd  $\sigma_1 = \sigma_z$ ,  $\sigma_2 = \sigma_x$ ,  $\sigma_3 = \sigma_y$ .

<sup>4)</sup> The problem was solved for the axis of load symmetry, where the main axes and  $x, y$  and  $z$  axes have the same direction, whence  $\sigma_1 = \sigma_z$ ,  $\sigma_2 = \sigma_x$ ,  $\sigma_3 = \sigma_y$ .

wartości głównych naprężeń. W ten sposób opracowano metody obliczeniowego wyznaczania trwałych przemieszczeń powierzchni i całej konstrukcji nawierzchni drogowej [11-15]. Najważniejszym elementem tych metod obliczeniowych jest wyrażenie podcałkowe, opisujące zależność względnych odkształceń trwałych od głównych naprężeń i wielkości przyłożonego obciążenia.

Obecnie istnieje szeroki wybór dobrze znanych modeli obliczeniowych względnych odkształceń trwałych, uwzględniających cykliczność obciążeń oraz różne ustalone charakterystyki tensora i dewiatora naprężeń. Parametry tych wzorów wyznacza się eksperymentalnie w próbie trójosiowego ściskania w warunkach obciążenia cyklicznego. Podczas gdy próby statyczne przy użyciu aparatu Hveema przeprowadzane są na terenie Federacji Rosyjskiej już od dłuższego czasu, to próby trójosiowego ściskania w warunkach obciążenia dynamicznego zaczęto stosować dopiero stosunkowo niedawno, ograniczając w większości przypadków liczbę cykli obciążenia do kilku [16-19]. Próby statyczne przeprowadza się w celu znalezienia rozwiązań problemów dotyczących obliczeniowego wyznaczania wytrzymałości gruntu i wskaźników odkształceń oraz badania mechanizmu odkształceń gruntów [20-21].

Poza terenem Federacji Rosyjskiej próby trójosiowego ściskania są szeroko wykorzystywane w badaniach mechanizmów powstawania trwałych odkształceń oraz symulacji matematycznych nieodwracalnych odkształceń trwałych skumulowanych w warunkach obciążenia cyklicznego [22-25]. Zależności te wyznaczono dla różnych materiałów niespojonych. Wykorzystując je jako wyrażenia podcałkowe możemy uzyskać wzory do wyznaczania trwałych odkształceń powierzchni warstw wykonanych z rozmaitych nieszkodliwych dla środowiska materiałów budowlanych. W Tabl. 1 zestawiono najczęściej wykorzystywane funkcje opisujące zależność odkształceń trwałych od wielkości przyłożonego obciążenia.

### 3. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Różnorodność modeli zebranych w Tabl. 1 potwierdza brak zgody wśród badaczy co do zależności dającej najlepszą prognozę odkształceń trwałych i to pomimo dostępności dużej ilości danych doświadczalnych. W niektórych wzorach wartości odkształceń trwałych występują w roli mnożników. Są to odkształcenia wywołane pierwszym obciążeniem  $\varepsilon_1$  lub skumulowane w wyniku oddziaływania cyklicznego:  $\varepsilon_{100}$ ,  $\varepsilon_{200}$ ,  $\varepsilon_{1000}$ . W próbie trójosiowego ściskania w warunkach obciążenia dynamicznego stosuje się niezmienny czas przyłożenia obciążenia wynoszący 0,1 sek. Przyjęcie takich

road surface permanent displacement and of the entire road structure were developed [11-15]. The most important element of such computing methods is an integrand describing the dependence of a relative permanent deformation upon the principal stresses and the amount of loads applied.

Nowadays there are a lot of well-known models for relative permanent deformation computations, which take into account repeated loads and different stable characteristics of a tensor and stress deviator. Parameters of such formulae are determined experimentally when a material is tested by a triaxial test method under repeated loads. Triaxial dynamic tests have been carried out for a short period of time, with the cyclic load to be generally applied a few times [16-19], although static soil tests using a stabilometer were started long ago in the Russian Federation. Static tests are conducted for both solving engineering problems connected with the computation of soil strength and deformation indices, as well as studying the soil deformation mechanism [20-21].

As far as foreign investigations are concerned, triaxial dynamic tests are widely used for both studying the permanent deformation mechanisms and mathematical simulation of the irreversible permanent deformation accumulated under repeated load [22-25]. Such dependences were derived for different granulated materials. Using such functions as integrands will allow us to devise formulae for calculation of the permanent surface displacement of layers which are made of a large number of inert building materials. The best known functional dependences of permanent deformations upon the amount of loads are given in Table 1.

### 3. PROBLEM STATEMENT

The variety of models shown in Table 1 proves that there is no unanimous professional opinion regarding the choice of a functional dependence for cumulative permanent deformation prediction in spite of the abundance of experimental data. Some formulae have permanent deformations as multipliers. These deformations occur due to the first load  $\varepsilon_1$  or they are being accumulated during the application of a few loads  $\varepsilon_{100}$ ,  $\varepsilon_{200}$ ,  $\varepsilon_{1000}$ . Dynamic triaxial tests are conducted under the loads of equal duration, with one load application lasting 0.1 s. Assuming such loading conditions do not allow defining deformation occurrence when the load is applied at another point of time. That is the reason why there is no chance to register the difference in speed of moving vehicles.

Table 1. Formulae for computing permanent deformation under repeated loads  
 Tablica 1. Wzory do obliczania odkształceń trwałych w warunkach obciążenia cyklicznego

Experts using the formula Badacze korzystający ze wzoru	Formula Wzór
Barksdale [26]	$\varepsilon_N = a + b \cdot \lg N,$ where: $a$ and $b$ – model parameters; $N$ – number of calculated loads gdzie: $a$ i $b$ – parametry modelu; $N$ – liczba obciążeń obliczeniowych
Leng [27]	$\varepsilon_N = \varepsilon_1 + a \cdot \lg N + b \cdot (\lg N)^2,$ where: $\varepsilon_1$ – residual deformation caused by the first loading gdzie: $\varepsilon_1$ – odkształcenie niesprężyste wywołane pierwszym obciążeniem
Cheung [28]	$\varepsilon_N = A \cdot [(\sigma_1 - \sigma_s) / \sigma_s]^b \cdot (B + \lg N),$ where: $A$ , $b$ and $B$ – model parameters being material constant, $\sigma_s$ – limiting stress deviator gdzie: $A$ , $b$ i $B$ – parametry modelu będące stałymi materiałowymi, $\sigma_s$ – dewiator naprężenia granicznego
Sweere [29]	$\varepsilon_N = A \cdot N^B,$ where: $A$ and $B$ – regression equation parameters gdzie: $A$ i $B$ – parametry równania regresji
Wolff, Visser [30]	$\varepsilon_N = (A \cdot m \cdot N) \cdot (1 - \exp[-B \cdot N]),$ where: $m$ , $A$ and $B$ – regression equation parameters gdzie: $m$ , $A$ i $B$ – parametry równania regresji
Francken, Clauwaert [31]	$\varepsilon_N = A \cdot N^B + A_1 \cdot (\exp[-B_1 \cdot N] - 1),$ where: $A$ , $B$ , $A_1$ and $B_1$ – regression equation parameters gdzie: $A$ , $B$ , $A_1$ i $B_1$ – parametry równania regresji
Theyse [32, 33]	$\varepsilon_N = m \cdot N \cdot A_1 \cdot (1 - \exp[-B_1 \cdot N])$ $\varepsilon_N = A \cdot N^B + (m \cdot N + A_1) \cdot (1 - \exp[-B_1 \cdot N])$
Tseng, Lytton [34]	$\varepsilon_N = a \cdot \exp(-b / N)^c$
Brecciaroly, Kolisoja [35]	$\varepsilon_N = \varepsilon_{100} + A \cdot \sqrt{N} / (B + \sqrt{N})$ where: $\varepsilon_{100}$ – deformation under the first 100 load cycles gdzie: $\varepsilon_{100}$ – odkształcenie po pierwszych 100 cyklach obciążenia
Hornych, Corte, Paute [36]	$\varepsilon_N = \varepsilon_{100} + \left(1 - \left[\frac{N}{100}\right]^{-B}\right)$
Veverka [37]	$\varepsilon_N = f_\varepsilon \cdot \varepsilon_{200} \cdot N^a$ where: $f_\varepsilon$ – proportionality coefficient being derived experimentally, $\varepsilon_{200}$ – deformation under the first 200 load cycles, $a$ – coefficient of decreasing deformation gdzie: $f_\varepsilon$ – wyznaczony doświadczalnie współczynnik proporcjonalności, $\varepsilon_{200}$ – odkształcenie po pierwszych 200 cyklach, $a$ – współczynnik ubytku odkształcenia
Khedr [38]	$\frac{\varepsilon_N}{N} = a \cdot \left(\frac{\tau_{oct}}{\sigma_{oct}}\right)^b \cdot E^c \cdot N^{-m},$ where: $\tau_{oct}$ and $\sigma_{oct}$ – octahedral plane stresses, [Pa]; $a$ , $b$ , $c$ and $m$ – regression equation parameters, $E$ – modul of elasticity gdzie: $\tau_{oct}$ i $\sigma_{oct}$ – naprężenia oktaedryczne, [Pa]; $a$ , $b$ , $c$ i $m$ – parametry równania regresji, $E$ – moduł sprężystości
Huurman [39]	$\varepsilon_N = k_1 \cdot \left(\frac{N}{1000}\right)^k + k_2 \cdot \left[\exp\left(\frac{k_3 \cdot N}{1000}\right) - 1\right]$ where: $k$ , $k_1$ , $k_2$ and $k_3$ – coefficients of a stress state level gdzie: $k$ , $k_1$ , $k_2$ i $k_3$ – współczynniki intensywności naprężeń

Note / Uwaga

Model parameters depend on the principal stress values, material type, its physical properties, shape of mineral particles and grains, particle-size distribution and test program (drained or undrained test) / Parametry modelu zależą od wartości głównych naprężeń, rodzaju materiału i jego właściwości fizycznych, kształtu ziaren, uziarnienia kruszywa oraz procedury badawczej (w warunkach z odpływem lub bez odpływu)

warunków obciążenia nie umożliwi wyznaczenia odkształceń pod wpływem obciążenia przyłożonego w innym momencie. W takiej sytuacji nie ma możliwości uwzględnienia różnych prędkości przemieszczania się pojazdów.

Biorąc pod uwagę powyższe fakty niniejsza praca ma na celu:

- 1) znalezienie funkcji opisującej zależność trwałych odkształceń od liczby przyłożonych obciążeń powodujących naprężenia o wartościach  $\sigma_1$  i  $\sigma_3$ . Wyznaczona zależność powinna stanowić uogólnienie części wzorów podanych w Tabl. 1;
- 2) znalezienie rozwiązania dotyczącego wpływu obciążeń o różnym czasie trwania na wartości parametrów  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_{100}$ , itd.;
- 3) wyznaczenie stałych modelu przy wykorzystaniu wartości uzyskanych w próbie trójosiowego ściskania warstwy niezwiązanego materiału w warunkach dynamicznego obciążenia.

#### 4. ANALIZA

Uzyskane przez Barkana wyniki eksperymentalne wciskania twardego węgelnika w półprzestrzeń gruntową umożliwiły Gusewowi [7] wyciągnięcie wniosku o współzależności odkształcenia gliny po pierwszym obciążeniu  $S_1$  i odkształcenia trwałego po  $n$ -krotnym przyłożeniu obciążenia  $S$ . W celu obliczenia odkształcenia wywołanego wszystkimi obciążeniami w zakresie  $1 \leq n \leq N$  należy zsumować odkształcenia wywołane każdym  $n$ -tym przyłożeniem obciążenia. Jako że skumulowane odkształcenie  $S$  powiązane jest z odkształceniem po pierwszym przyłożeniu obciążenia  $S_1$  można przyjąć, że plastyczne odkształcenie gruntu da się wyznaczyć przez całkowanie liczby obciążeń. Możliwość takiego rozwiązania wynika z analizy prac Niemunisa i Wichtmanna [23, 40], jak również wcześniejszych publikacji autorów [41-43].

Jako podstawowy element wyrażenia podcałkowego przyjęto funkcję wykładniczą z wykładnikiem  $\kappa_2$  o dowolnej wartości. W ten sposób otrzymano dwa zasadniczo różne wyrażenia: w pierwszym przypadku  $\kappa_2 = -1$  (przypadek szczególny), w drugim przypadku  $\kappa_2$  o dowolnej wartości innej niż  $-1$ , tj.  $\kappa_2 \neq -1$ . Wyrażenia te można zapisać w następującej postaci:

$$\Delta\varepsilon_{ip} = \kappa \cdot n^{-1}, \quad \Delta\varepsilon_{vp} = \kappa \cdot n^{-1}, \quad (1)$$

$$\Delta\varepsilon_{ip} = \kappa_1 \cdot n^{\kappa_2}, \quad \Delta\varepsilon_{vp} = \kappa_1 \cdot n^{\kappa_2}, \quad (2)$$

Thus, the present article is aimed at:

- 1) finding the functional dependence of permanent deformation upon the number of repeated loads characterized by different stresses  $\sigma_1$  and  $\sigma_3$ . This dependence should be generalizing for some formulae given in Table 1;
- 2) finding the solution with regard to the effects of loads of various duration on the  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_{100}$ , etc. parameter values;
- 3) defining constant parameters of the model developed based on the experimental results of the granular material dynamic triaxial test.

#### 4. ANALYSIS

Barkan's experimental data on stamp indentation into the soil half-space made it possible for Gusev [7] to draw a conclusion that loam permanent deformation observed under  $n$  applications of  $S$  load and the deformation of the first  $S_1$  application are interrelated. For the calculation of the deformation of all the loads with a total of  $1 \leq n \leq N$ , deformation arising from each of the  $n^{th}$  load application must be summed. As the accumulated strain  $S$  is associated with the deformation of the first exposure  $S_1$ , it can be assumed that the plastic deformation of the soil can be determined by integrating the number of loads. The possibility of such a solution follows from the analysis of the works of Niemunis and Wichtmann [23, 40], as well as authors of publications [41-43].

Let us take an exponential functions, with an arbitrary exponent  $\kappa_2$ , as the core of the integral expression. We will get two essentially different expressions: in the first instance  $\kappa_2 = -1$  (a special case) and in the latter case  $\kappa_2$  is any number except  $-1$ , i.e.  $\kappa_2 \neq -1$ . These expressions can be written:

$$\Delta\varepsilon_{ip} = \kappa \cdot n^{-1}, \quad \Delta\varepsilon_{vp} = \kappa \cdot n^{-1}, \quad (1)$$

$$\Delta\varepsilon_{ip} = \kappa_1 \cdot n^{\kappa_2}, \quad \Delta\varepsilon_{vp} = \kappa_1 \cdot n^{\kappa_2}, \quad (2)$$

where:  $\Delta\varepsilon_{ip}$  and  $\Delta\varepsilon_{vp}$  are increments of instantaneous permanent deformation and viscopermanent deformation, respectively, under application of the  $n^{th}$  load;  $\kappa$ ,  $\kappa_1$  and  $\kappa_2$  are coefficients of stress state level and material type.

If we set up an integral expression and integrate it over  $n$ , then:

$$\begin{aligned} \varepsilon_N &= (\varepsilon_{ip1} + \varepsilon_{vp1}) \cdot \left[ 1 + \kappa \cdot \int_1^N n^{-1} dn \right] = \\ &= (\varepsilon_{ip1} + \varepsilon_{vp1}) \cdot [1 + \kappa \cdot \ln N], \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie:  $\Delta\varepsilon_{ip}$  i  $\Delta\varepsilon_{vp}$  są przyrostami chwilowego odkształcenia plastycznego i odkształcenia lepkoplastycznego, wywołanymi  $n$ -tym przyłożeniem obciążenia;  $\kappa$ ,  $\kappa_1$  i  $\kappa_2$  są współczynnikami zależnymi od intensywności naprężeń i od rodzaju materiału.

Formułując wyrażenie podcałkowe i całkując po zmiennej  $n$  otrzyma się:

$$\begin{aligned}\varepsilon_N &= (\varepsilon_{ip1} + \varepsilon_{vp1}) \cdot \left[ 1 + \kappa \cdot \int_1^N n^{-1} dn \right] = \\ &= (\varepsilon_{ip1} + \varepsilon_{vp1}) \cdot [1 + \kappa \cdot \ln N],\end{aligned}\quad (3)$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_N &= (\varepsilon_{ip1} + \varepsilon_{vp1}) \cdot \left[ 1 + \kappa_1 \cdot \int_1^N n^{\kappa_2} dn \right] = \\ &= (\varepsilon_{ip1} + \varepsilon_{vp1}) \cdot \left[ 1 + \kappa_1 \cdot \frac{(N^{\kappa_2+1} - 1)}{\kappa_2 + 1} \right],\end{aligned}\quad (4)$$

gdzie:  $\varepsilon_{ip1}$  i  $\varepsilon_{vp1}$  są wartościami chwilowych odkształceń plastycznych i lepkoplastycznych w pierwszym cyklu obciążenia [mm].

Proponowane modele do prognozowania odkształceń skumulowanych w warunkach obciążenia cyklicznego wymagają w przypadku tej metody specyficznego obliczenia dwóch składowych odkształcenia wywołanego pierwszym cyklem obciążenia. Pierwsza składowa odkształcenia  $\varepsilon_{ip1}$  (odkształcenie plastyczne) nie zależy od czasu trwania obciążenia, natomiast składowa druga (odkształcenie lepkoplastyczne) jest funkcją zmienną zależną od czasu. Obydwie składowe odkształcenia wyznacza się w próbie obciążenia materiału obciążeniem statycznym. W tym celu autorzy opracowali program pomagający wyznaczyć odkształcenia w momencie obciążenia i odciążenia. Obciążeniami składowymi są odkształcenia chwilowe – lepkoplastyczne i plastyczne. Różnica tych odkształceń daje odkształcenie trwałe  $\varepsilon_{ip1}$ . Druga składowa odkształcenia (odkształcenie lepkoplastyczne  $\varepsilon_{vp1}$ ) wyznaczane jest przy wykorzystaniu wyniku próby pełzania. Procedura wyznacza odkształcenia pełzania w trakcie obciążania przykładanego w odstępach co 0,1 sek. (tj. po 0,1; 0,2; 0,3; 0,4 sek. itd.). Następnie po zdjęciu obciążenia w tych samych odstępach czasu wyznacza się wartości odkształcenia powrotnego. Wartości odkształcenia lepkoplastycznego  $\varepsilon_{vp1}$  oblicza się jako różnicę obydwu odkształceń wyznaczonych w tej samej chwili. Funkcję czasu wyznacza się na podstawie doświadczalnie wyznaczonych wartości  $\varepsilon_{vp1}$ , aby umożliwić obliczenie  $\varepsilon_{ip1}$  oraz  $\varepsilon_{vp1}$  bez konieczności badania w warunkach obciążenia cyklicznego.

$$\begin{aligned}\varepsilon_N &= (\varepsilon_{ip1} + \varepsilon_{vp1}) \cdot \left[ 1 + \kappa_1 \cdot \int_1^N n^{\kappa_2} dn \right] = \\ &= (\varepsilon_{ip1} + \varepsilon_{vp1}) \cdot \left[ 1 + \kappa_1 \cdot \frac{(N^{\kappa_2+1} - 1)}{\kappa_2 + 1} \right],\end{aligned}\quad (4)$$

where:  $\varepsilon_{ip1}$  and  $\varepsilon_{vp1}$  are instantaneous permanent deformation and viscopermanent deformation, respectively, under the first load application [mm].

The proposed models of predicting the deformation being accumulated under the repeated loads need a specific calculation of two components of the deformation occurred from the first load applied. The first component of this deformation  $\varepsilon_{ip1}$  (permanent deformation) does not depend on the time of load application, but the second one (viscopermanent deformation) is the time function. Both components are determined during the static load testing of the material. For this purpose, we have devised a programme that helps fix deformations in the moments of load application and load removal. These components are instantaneous elastoplastic and plastic deformations. The difference of these deformations determines permanent deformation  $\varepsilon_{ip1}$ . The second component (viscopermanent deformation  $\varepsilon_{vp1}$ ) is determined according to the result of the creep testing. The programme fixes creep deformation during the load application every 0.1 s (reading time is 0.1 s, 0.2 s, 0.3 s, 0.4 s ...). Then, after load removal, reversible deformation is determined at the same time points. Numerical values of viscopermanent deformation  $\varepsilon_{vp1}$  are computed by the difference of deformations fixed at the same time point. The time function is fitted on the basis of experimental values of  $\varepsilon_{vp1}$ . To determine  $\varepsilon_{ip1}$  and  $\varepsilon_{vp1}$  while repeated load testing is unnecessary. These tests are aimed at determining the parameters of load amount function. It is sufficient to fix deformation  $\varepsilon_1$ , it is the sum of rheological components (instantaneous and viscous)  $\varepsilon_{ip1}$  and  $\varepsilon_{vp1}$ . Thus, to determine the parameters of the load amount function the authors use the data obtained by their colleagues, and to investigate the components of deformation  $\varepsilon_1$  they perform triaxial static tests conducted under the one-cycle load, with the results used to compute  $\varepsilon_{ip1}$  and  $\varepsilon_{vp1}$ . Since we are limited by the length of the paper, the explanation of the testing procedure can be done in another article.

Formula (3) describes decreasing permanent deformations. This formula can be applied to compute deformations in

Celem badań jest określenie wartości parametrów funkcji intensywności obciążenia. Wystarczy wówczas wyznaczyć odkształcenie  $\varepsilon_1$ , które stanowi sumę składowych reologicznych (odkształcenia chwilowego i lepkiego), oznaczonych  $\varepsilon_{ip1}$  i  $\varepsilon_{vp1}$ . W tej sytuacji, aby wyznaczyć parametry funkcji intensywności obciążenia autorzy wykorzystali dane uzyskane przez innych badaczy, a w celu zbadania odkształceń składowych odkształcenia  $\varepsilon_1$  wykonali statyczne próby trójosiowego ściskania przy jednokrotnym przyłożeniu obciążenia, wykorzystując uzyskane w ten sposób wyniki do obliczenia wartości  $\varepsilon_{ip1}$  i  $\varepsilon_{vp1}$ . Ze względu na ograniczoną objętość niniejszego artykułu procedura badawcza będzie przedmiotem innego opracowania.

Wzór (3) opisuje spadek wartości odkształceń trwałych. Wzór ten można wykorzystać do obliczania odkształceń w zakresie  $A^5$  i  $B^6$  oraz, w niektórych przypadkach, w zakresie  $B^7$ . Wartości współczynników  $\kappa_1$  i  $\kappa_2$  funkcji (4) definiują malejące, stałe lub progresywne narastanie trwałych odkształceń. Wynika stąd, że zależność (3) stanowi przypadek szczególnej zależności opisanej wzorem (4), zarówno z perspektywy matematycznej, jak i obszaru zastosowania wzoru. Niemunis i Wichtmann [23, 40] przeprowadzili analizę logarytmicznych i wykładniczych funkcji opisujących kumulację odkształceń trwałych podobnych do wzorów proponowanych przez Barksdale'a [26], Leng'a [27], Cheunga [28] i Sweere'a [29] (Tabl. 1). Analiza obliczeniowa [40] wykazała, że funkcje logarytmiczne i wykładnicze nie spełniają warunku obiektywności, tj. dowolności sposobu liczenia cykli obciążeniowych (możliwości uznania dowolnego cyklu jako pierwszego obciążenia). Warunek obiektywności można zapisać następująco:

$$\begin{aligned} \varepsilon'_N(N) &= \varepsilon_1 f'(N) = \varepsilon_M f'(N - M), \\ f'(M) &\equiv f'(N) f'(N - M). \end{aligned} \quad (5)$$

Postać ta zawiera parametr  $M$ , który oznacza dowolnie wybrany cykl obciążeniowy (cykl  $M$  można uznać za pierwsze przyłożenie obciążenia). W związku z powyższym Niemunis i Wichtmann odrzucili zależność wykładniczą oraz

<sup>5)</sup> Określono trzy zakresy wartości odkształceń trwałych scharakteryzowanych różnicowymi odkształceniami osiowymi skumulowanymi po 5000 i 3000 cyklach obciążeniowych  $\varepsilon_{5000} - \varepsilon_{3000}$  [44]

<sup>6)</sup> Do zakresu A zaliczane są odkształcenia spełniające warunek  $\varepsilon_{5000} - \varepsilon_{3000} < 0,045 \cdot 10^{-3}$  [41]. Tego rodzaju odkształcenia ulegają zawsze zmniejszeniu po osiągnięciu i przekroczeniu  $10^6$  cykli obciążeniowych

<sup>7)</sup> Do zakresu B zaliczane są odkształcenia spełniające warunek  $0,045 \cdot 10^{-3} < \varepsilon_{5000} - \varepsilon_{3000} < 0,4 \cdot 10^{-3}$ . Cechą charakterystyczną odkształceń w zakresie B jest niemal liniowy przebieg narastania odkształceń trwałych aż do dość dużej liczby cykli obciążeniowych ( $N = 5 \cdot 10^5 - 8,5 \cdot 10^5$ ), po której dalszy wzrost  $\varepsilon_N$  ma przebieg nieliniowy [45].

range  $A^5$  and in some cases range  $B^7$ . According to the values of  $\kappa_1$  and  $\kappa_2$  coefficients, decreasing, established and progressive accumulation of permanent strain can be described by formula (4). Consequently, the dependence (3) is a special case of the formula (4) from the perspective of both mathematics and the sphere of its application. Niemunis and Wichtmann [23, 40] performed an analysis of logarithmic and exponential functions accumulation the permanent deformation, similar to formulas of Barksdale [26], Leng [27], Cheung [28] and Sweere [29] (Table 1). The theoretical analysis [40] showed that the logarithmic and exponential functions do not meet the criterion of objectivity, which does not depend on how we count cycles (i.e. that the cycle we call "first"). This criterion is written as:

$$\begin{aligned} \varepsilon'_N(N) &= \varepsilon_1 f'(N) = \varepsilon_M f'(N - M), \\ f'(M) &\equiv f'(N) f'(N - M). \end{aligned} \quad (5)$$

This criteria includes  $M$ -randomly selected cycle No.  $M$  ( $M$  can be considered as the "first" cycle). Therefore Niemunis and Wichtmann [23, 40] reject exponential and logarithmic dependence and preference of the exponential function. Note that in (3) and (4) approach according to which accumulated permanent deformation is determined by integrating its function of increments by the number of loads. Parameters of the function of deformation increment are set experimentally, and after integrating, the summation of deformation lead from the first load to the last number  $N$ . The experimental data analysis shows that (3) and (4) describe the permanent deformations accumulated by soils and granular materials under number of loads  $N = 10^5$  adequately. With the increased number of loads each subsequent permanent deformation is connected with the permanent deformation under the first 100 load cycles. This feature is reflected in models [27, 35, 36, 39]. So the hereditary nature of the permanent deformation should be represented by the sum of two integrals. The first integral makes it possible to calculate the deformation accumulated under the first 100 loads, but the second one does it when  $N \gg 100$ . To acquire facility in further calculation

<sup>5)</sup> Abroad permanent deformation is classified into three ranges A, B and C, which are characterized by the differential axial deformations, accumulated with 5000 and 3000 number of loads  $\varepsilon_{5000} - \varepsilon_{3000}$  [44]

<sup>6)</sup> In range A deformation occurs when  $\varepsilon_{5000} - \varepsilon_{3000} < 0,045 \cdot 10^{-3}$  [41]. Such deformations are always decreasing under  $10^6$  loads and more

<sup>7)</sup> In range B deformation is produced when  $0,045 \cdot 10^{-3} < \varepsilon_{5000} - \varepsilon_{3000} < 0,4 \cdot 10^{-3}$ . Range B is characterized by the fact that almost linear permanent deformation is accumulated until quite a large number of load applications are achieved ( $N = 5 \cdot 10^5 - 8,5 \cdot 10^5$ ), and then  $\varepsilon_N$  increases nonlinearly [45]

logarytmiczną na rzecz preferowanej funkcji wykładniczej [23, 40]. Zwróćmy uwagę, że we wzorach (3) i (4) przyjęto podejście polegające na wyznaczeniu skumulowanego odkształcenia trwałego przez całkowanie po przyrostach odkształcenia w zakresie wyznaczonym liczbą cykli obciążenia. Parametry funkcji opisującej przyrosty odkształceń ustala się doświadczalnie, a otrzymane przez całkowanie sumaryczne odkształcenie obejmuje przedział od pierwszego przyłożenia obciążenia do ostatniego obciążenia oznaczonego symbolem  $N$ . Analiza danych doświadczalnych wykazała, że wzory (3) i (4) wiernie opisują odkształcenia trwałe skumulowane przez grunty i materiały niezwiązane po przyłożeniu  $N = 10^5$  obciążeń. Przy większej liczbie obciążeń każde kolejne odkształcenie trwałe powiązane jest z odkształceniem trwałym po pierwszych 100 obciążeniach. Fakt ten został wykorzystany w modelach zaproponowanych w pracach [27, 35, 36, 39]. W związku z powyższym dziedziczny charakter odkształceń trwałych powinien być wyrażony sumą dwóch całek. Pierwsza całka umożliwia wyznaczenie odkształcenia skumulowanego po pierwszych 100 cyklach obciążenia, a druga znajduje zastosowanie w przypadku, gdy  $N \gg 100$ . Dla ułatwienia dalszych obliczeń przyjmijmy, że wyrażenie podcałkowe pierwszego równania całkowego ma postać (1). Wówczas otrzymujemy:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{100} &= (\varepsilon_{ip1} + \varepsilon_{vp1}) \cdot \left[ 1 + \kappa \cdot \int_1^{100} n^{-1} dn \right] = \\ &= (\varepsilon_{ip1} + \varepsilon_{vp1}) \cdot (1 + \kappa \cdot \ln 100).\end{aligned}\quad (6)$$

Jako drugie wyrażenie podcałkowe przyjmijmy funkcję potęgową (2) o arbitralnie wyznaczonym wykładniku. Po sformułowaniu i scałkowaniu otrzymuje się równanie całkowe:

$$\begin{aligned}\varepsilon_N &= \varepsilon_{100} \cdot \left[ 1 + \kappa_1 \cdot \int_0^N n^{\kappa_2} dn \right] = \\ &= \varepsilon_{100} \cdot \left[ 1 + \kappa_1 \cdot \frac{N^{\kappa_2+1} - 100^{\kappa_2+1}}{\kappa_2 + 1} \right].\end{aligned}\quad (7)$$

Podstawiając prawą stronę równania (6) do równania (7) otrzymuje się wzór:

$$\begin{aligned}\varepsilon_N &= (\varepsilon_{ip1} + \varepsilon_{vp1}) \cdot [1 + \kappa \cdot \ln 100] \cdot \\ &\cdot \left[ 1 + \kappa_1 \cdot \frac{N^{\kappa_2+1} - 100^{\kappa_2+1}}{\kappa_2 + 1} \right].\end{aligned}\quad (8)$$

Z modelu opisanego równaniem (8), jak również modelu opisanego równaniem (4) wynika zależność między odkształceniem skumulowanym przez materiał poddany obciążeniu cyklicznemu a odkształceniem trwałym pozostałym po przyłożeniu pierwszego obciążenia. W zależności (8)

let the kernel of the first integral equation be written (1). Then we obtain:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{100} &= (\varepsilon_{ip1} + \varepsilon_{vp1}) \cdot \left[ 1 + \kappa \cdot \int_1^{100} n^{-1} dn \right] = \\ &= (\varepsilon_{ip1} + \varepsilon_{vp1}) \cdot (1 + \kappa \cdot \ln 100).\end{aligned}\quad (6)$$

Let the second integrand be expressed in the form of the power law (2) with an arbitrary exponent. If we set up an integral equation and integrate it, then we get:

$$\begin{aligned}\varepsilon_N &= \varepsilon_{100} \cdot \left[ 1 + \kappa_1 \cdot \int_0^N n^{\kappa_2} dn \right] = \\ &= \varepsilon_{100} \cdot \left[ 1 + \kappa_1 \cdot \frac{N^{\kappa_2+1} - 100^{\kappa_2+1}}{\kappa_2 + 1} \right].\end{aligned}\quad (7)$$

If we insert (6) into (7), we can formulate:

$$\begin{aligned}\varepsilon_N &= (\varepsilon_{ip1} + \varepsilon_{vp1}) \cdot [1 + \kappa \cdot \ln 100] \cdot \\ &\cdot \left[ 1 + \kappa_1 \cdot \frac{N^{\kappa_2+1} - 100^{\kappa_2+1}}{\kappa_2 + 1} \right].\end{aligned}\quad (8)$$

Model (8) as well as model (4) shows the connection between the deformation accumulated by the material under the repeated load and the residual deformation caused by the first loading. Dependence (8) has three constant coefficients, whereas there are only two of them in formula (4). Since the third coefficient is used to compute permanent deformations of the material under  $N > 10^5$ , the sphere of application of (8) is much wider than that of (4).

Due to the difference in speed of the moving vehicles the duration of the wheel load on the road pavement is different. This fact cannot be taken into account using the formulae given in Table 1. It is the decomposition of  $\varepsilon_1$  into  $\varepsilon_{ip1}$  and  $\varepsilon_{vp1}$  that allows considering the effect of the load duration on the value of the viscopermanent component of deformation. This method makes it possible to determine the load equivalency factor based on both the vehicle wheel load intensity and duration. This approach enriches the database and specifies reduction coefficients in road pavement design regulatory documents. Determination of  $\kappa$ ,  $\kappa_1$  and  $\kappa_2$  coefficients is carried out according to the dynamic triaxial test results.

The granodiorite crushed stone permanent deformation test data are shown in Figs. 1-4 and Figs. 5-7 illustrate the results of the experiment with Werkmeister sandy gravel [45].



występują trzy współczynniki o stałej wartości, a w równaniu (4) jedynie dwa z nich. Jako że trzeci współczynnik służy do obliczania odkształceń trwałych przy liczbie cykli obciążeniowych  $N > 10^5$ , wzór (8) znajduje o wiele szersze zastosowanie niż wzór (4).

Różnice prędkości pojazdów poruszających się po drodze powodują tym samym zróżnicowanie długości czasu naciśnięcia koła na nawierzchnię. Tego faktu nie można uwzględnić korzystając ze wzorów zestawionych w Tabl. 1. Uwzględnienie wpływu czasu oddziaływania obciążenia na wartość składowej lepkoplastycznej odkształcenia możliwe jest dzięki rozłożeniu  $\varepsilon_1$  na składowe  $\varepsilon_{ip1}$  i  $\varepsilon_{vp1}$ . Metoda ta umożliwia wyznaczenie współczynnika równoważności obciążenia na podstawie wielkości i czasu naciśnięcia koła. Takie podejście rozszerza bazę danych oraz uwzględnia współczynniki redukcyjne podawane w dokumentach normatywnych dotyczących projektowania dróg. Współczynniki  $\kappa$ ,  $\kappa_1$  oraz  $\kappa_2$  wyznacza się na podstawie wyników uzyskanych w próbie trójosiowego ściskania.

Rys. 1-4 przedstawiają uzyskane doświadczalnie wyniki wartości odkształceń trwałych w przypadku zastosowania kruszywa granodioritowego, natomiast Rys. 5-7 – w przypadku wykorzystania pospółki, na podstawie [45].

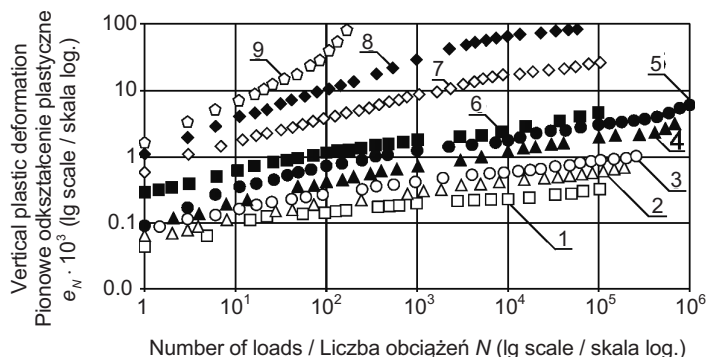


Fig. 3. Dependence of vertical permanent deformation in the granodiorite crushed stone upon the number of loads and stresses at  $\sigma_3 = 140$  kPa [45]; 1 ÷ 9: for  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  equal to 70, 140, 210, 280, 350, 420, 560, 700 and 840 kPa, respectively  
Rys. 3. Zależność pionowego odkształcenia plastycznego warstwy kruszywa granodioritowego od liczby cykli obciążenia przy naprężeniach  $\sigma_3 = 140$  kPa [45]; 1 ÷ 9: dla  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  równych odpowiednio 70, 140, 210, 280, 350, 420, 560, 700 i 840 kPa

Wykorzystując dane z Rys. 1-4 oraz 5-7 określono współczynniki  $\kappa$ ,  $\kappa_1$  i  $\kappa_2$  ze wzoru (8). Wartości współczynników w przypadku kruszywa granodioritowego zostały przedstawione w Tabl. 2 i 3, podczas gdy współczynniki dla pospółki podano w Tabl. 4 i 5.

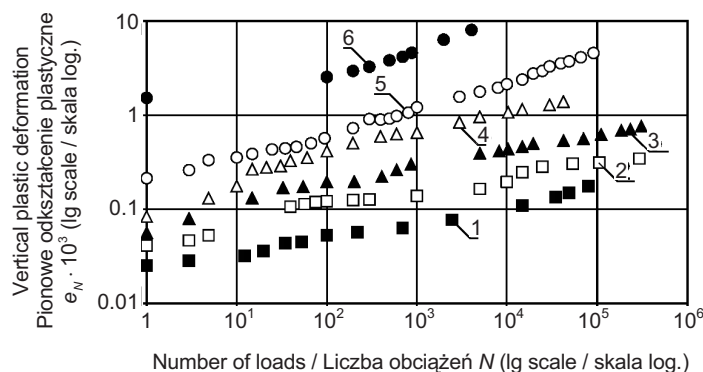


Fig. 1. Dependence of vertical permanent deformation in the granodiorite crushed stone upon the number of loads and stresses at  $\sigma_3 = 40$  kPa [45]; 1 ÷ 6: for  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  equal to 40, 80, 120, 160, 200 and 360 kPa, respectively  
Rys. 1. Zależność pionowego odkształcenia plastycznego warstwy kruszywa granodioritowego od liczby cykli obciążenia przy naprężeniach  $\sigma_3 = 40$  kPa [45]; 1 ÷ 6: dla  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  równych odpowiednio 40, 80, 120, 160, 200 i 360 kPa

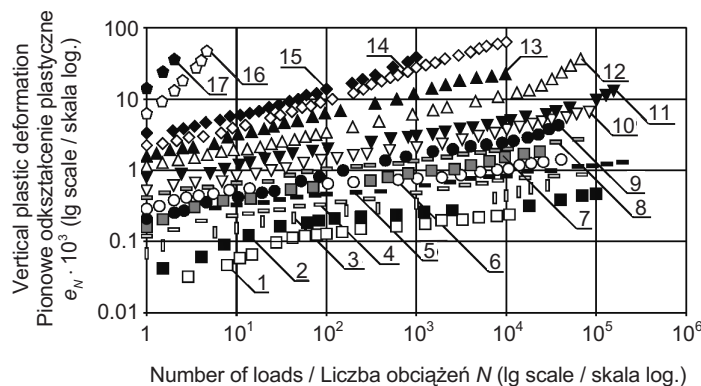


Fig. 2. Dependence of vertical permanent deformation in the granodiorite crushed stone upon the number of loads and stresses at  $\sigma_3 = 70$  kPa [45]; 1 ÷ 17: for  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  equal to 35, 70, 105, 140, 175, 210, 245, 280, 315, 350, 385, 420, 490, 560, 700, 770 and 840 kPa, respectively  
Rys. 2. Zależność pionowego odkształcenia plastycznego warstwy kruszywa granodioritowego od liczby cykli obciążenia przy naprężeniach  $\sigma_3 = 70$  kPa [45]; 1 ÷ 17: dla  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  równych odpowiednio 35, 70, 105, 140, 175, 210, 245, 280, 315, 350, 385, 420, 490, 560, 700, 770 i 840 kPa

Considering the data from Figs. 1-4 and 5-7, coefficients  $\kappa$ ,  $\kappa_1$  and  $\kappa_2$  of the formula (8) were defined. Values of the coefficients for the granodiorite crushed stone are presented in Table 2 and 3, whereas the sandy gravel coefficients are given in Table 4 and 5.

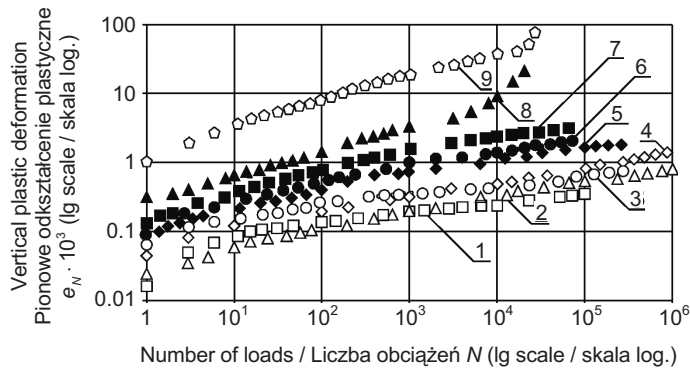


Fig. 4. Dependence of vertical permanent deformation in the granodiorite crushed stone upon the number of loads and stresses at  $\sigma_3 = 210$  kPa [45]; 1 ÷ 9: for  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  equal to 105, 157, 210, 265, 315, 367, 430, 630 and 840 kPa, respectively  
Rys. 4. Zależność pionowego odkształcenia plastycznego warstwy kruszywa granodiorytowego od liczby cykli obciążenia przy naprężeniach  $\sigma_3 = 210$  kPa [45]; 1 ÷ 9: dla  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  równych odpowiednio 105, 157, 210, 265, 315, 367, 430, 630 i 840 kPa

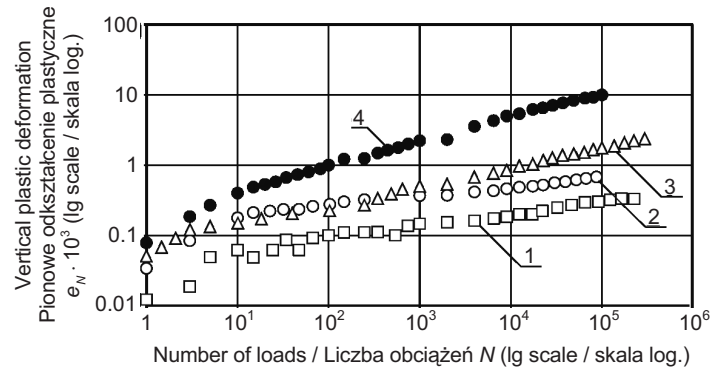


Fig. 5. Dependence of vertical permanent deformation in the sandy gravel upon the number of loads and stresses at  $\sigma_3 = 40$  kPa [45]; 1 ÷ 4: for  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  equal to 40, 80, 120 and 160 kPa, respectively  
Rys. 5. Zależność pionowego odkształcenia plastycznego warstwy pospółki od liczby cykli obciążenia przy naprężeniach  $\sigma_3 = 40$  kPa [45]; 1 ÷ 4: dla  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  równych odpowiednio 40, 80, 120 i 160 kPa

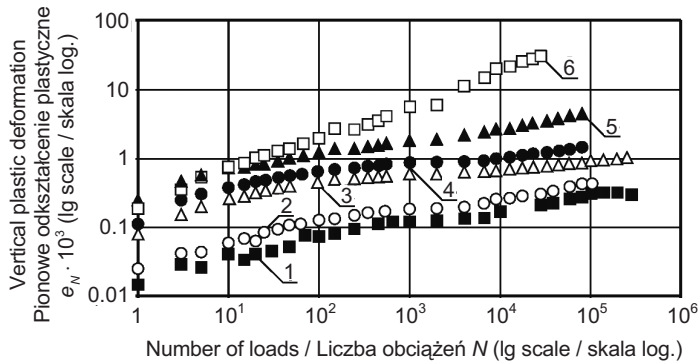


Fig. 6. Dependence of vertical permanent deformation in the sandy gravel upon the number of loads and stresses at  $\sigma_3 = 70$  kPa [45]; 1 ÷ 6: for  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  equal to 70, 105, 140, 210, 280 and 350 kPa, respectively  
Rys. 6. Zależność pionowego odkształcenia plastycznego warstwy pospółki od liczby cykli obciążenia przy naprężeniach  $\sigma_3 = 70$  kPa [45]; 1 ÷ 6: dla  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  równych odpowiednio 70, 105, 140, 210, 280 i 350 kPa

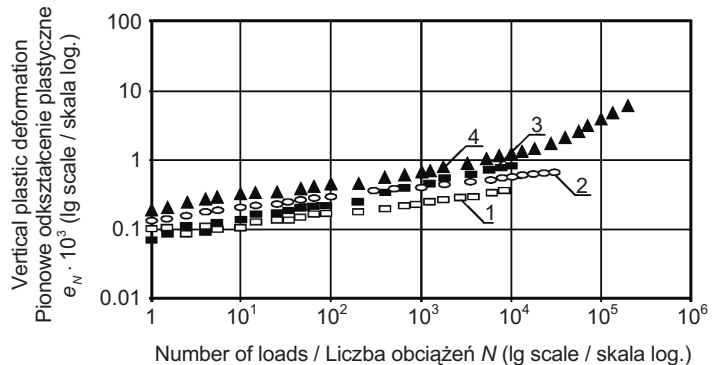


Fig. 7. Dependence of vertical permanent deformation in the sandy gravel upon the number of loads and stresses at  $\sigma_3 = 210$  kPa [45]; 1 ÷ 4: for  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  equal to 105, 210, 315 and 420 kPa, respectively  
Rys. 7. Zależność pionowego odkształcenia plastycznego warstwy pospółki od liczby cykli obciążenia przy naprężeniach wynoszących  $\sigma_3 = 210$  kPa [45]; 1 ÷ 4: dla  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  równych odpowiednio 105, 210, 315 i 420 kPa

Na podstawie danych zawartych w Tabl. 2-5 sformułowano równania empiryczne ukazujące zależność między wartościami współczynników  $\kappa$ ,  $\kappa_1$  i  $\kappa_2$  a parametrem  $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_3$  oraz naprężeniem wynikającym z ograniczenia swobody odkształceń  $\sigma_3$ . Na Rys. 8 przedstawiono wartości odkształceń trwałych otrzymane w wyniku obliczeń oraz doświadczeń przy minimalnym naprężeniu głównym na poziomie  $\sigma_3 = 40$  kPa i przy wartościach parametru  $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_3 = 1, 2, 3, 4$ .

According to the data in Tables 2-5, empirical equations revealing the relationship between the values of the coefficients  $\kappa$ ,  $\kappa_1$  and  $\kappa_2$  and the characteristic  $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_3$ , as well as the restraining stress  $\sigma_3$  were created. The calculated and measured permanent deformations in the sandy gravel at the minimum principle stress  $\sigma_3 = 40$  kPa and  $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_3 = 1, 2, 3, 4$ , respectively, are shown in Fig. 8.

Table 2. Values of the coefficients  $\kappa_1$  and  $\kappa_2$  for the granodiorite crushed stone  
 Tablica 2. Wartości współczynników  $\kappa_1$  i  $\kappa_2$  w przypadku warstwy kruszywa granodiorytowego

Characteristic parameter / Parametr ( $\sigma_1 - \sigma_3$ )/ $\sigma_3$	Coefficients / Współczynniki $\kappa_1, \kappa_2$							
	$\sigma_3 \leq 40$ kPa		$\sigma_3 = 70$ kPa		$\sigma_3 = 140$ kPa		$\sigma_3 \geq 210$ kPa	
	$\kappa_1$	$\kappa_2$	$\kappa_1$	$\kappa_2$	$\kappa_1$	$\kappa_2$	$\kappa_1$	$\kappa_2$
0.50	–	–	0.12504	-0.794	0.06579	-0.898	0.07328	-0.840
0.75	–	–	–	–	–	–	0.07865	-0.788
1.00	0.04416	-0.689	0.06183	-0.884	0.07673	-0.845	0.07518	-0.852
1.25	–	–	–	–	–	–	0.08975	-0.798
1.50	–	–	0.06514	-0.802	0.07909	-0.831	0.08213	-0.809
1.75	–	–	–	–	–	–	0.08993	-0.830
2.00	0.07047	-0.838	0.07726	-0.842	0.08190	-0.775	0.09370	-0.806
2.50	–	–	0.07088	-0.825	0.08242	-0.797	–	–
3.00	0.07953	-0.839	0.06169	-0.894	0.07838	-0.816	0.05561	-0.597
3.50	–	–	0.07448	-0.833	–	–	–	–
4.00	0.08303	-0.797	0.06616	-0.861	0.08495	-0.704	0.07291	-0.664
4.50	–	–	0.09185	-0.757	–	–	–	–
5.00	0.8130	-0.700	0.08178	-0.794	0.08103	-0.63	–	–
5.50	–	–	0.07448	-0.779	–	–	–	–
6.00	–	–	0.07227	-0.683	–	–	–	–
7.00	–	–	0.09090	-0.775	–	–	–	–
8.00	–	–	0.05949	-0.584	–	–	–	–
9.00	0.06688	-0.680	–	–	–	–	–	–
10.00	–	–	0.06329	-0.621	–	–	–	–

Table 3. Values of the coefficients  $\kappa$  for the granodiorite crushed stone  
 Tablica 3. Wartości współczynnika  $\kappa$  w przypadku warstwy kruszywa granodiorytowego

Characteristic parameter / Parametr ( $\sigma_1 - \sigma_3$ )/ $\sigma_3$	Coefficient / Współczynnik $\kappa$			
	$\sigma_3 \leq 40$ kPa	$\sigma_3 = 70$ kPa	$\sigma_3 = 140$ kPa	$\sigma_3 \geq 210$ kPa
0.50	–	1.647831	0.323642	1.579212
0.75	–	–	–	0.861997
1.00	0.239259	0.741324	0.442738	0.432266
1.25	–	–	–	0.346873
1.50	–	0.483429	0.747054	1.075062
1.75	–	–	–	0.560700
2.00	0.345271	0.651638	1.055514	1.147698
2.50	–	0.641184	1.700031	–
3.00	0.485951	0.452156	0.646916	0.823361
3.50	–	1.220012	–	–
4.00	1.213598	0.517833	1.213908	1.486886
4.50	–	0.792116	–	–
5.00	0.322421	0.652119	1.737691	–
5.50	–	0.559733	–	–
6.00	–	0.880755	–	–
7.00	–	0.792489	–	–
8.00	–	0.933733	–	–
9.00	0.144116	–	–	–
10.00	–	0.741307	–	–

Table 4. Values of the coefficients  $\kappa_1$  and  $\kappa_2$  for the sandy gravel  
 Tablica 4. Wartości współczynników  $\kappa_1$  i  $\kappa_2$  w przypadku warstwy pospółki

Characteristic parameter / Parametr ( $\sigma_1 - \sigma_3$ )/ $\sigma_3$	Coefficients / Współczynniki $\kappa_1, \kappa_2$					
	$\sigma_3 \leq 40$ kPa		$\sigma_3 = 70$ kPa		$\sigma_3 \geq 210$ kPa	
	$\kappa_1$	$\kappa_2$	$\kappa_1$	$\kappa_2$	$\kappa_1$	$\kappa_2$
0.5	–	–	–	–	0.072960	-0.840
1.0	0.072072	-0.832	0.085358	-0.818	0.070875	-0.865
1.5	–	–	0.071243	-0.809	0.074304	-0.742
2.0	0.065274	-0.871	0.060265	-0.915	0.056462	-0.741
3.0	0.079163	-0.699	0.071168	-0.861	–	–
4.0	0.071552	-0.656	0.07917	-0.805	–	–
5.0	–	–	0.04554	-0.505	–	–

Table 5. Values of the coefficients  $\kappa$  for the sandy gravel  
 Tablica 5. Wartości współczynnika  $\kappa$  w przypadku warstwy pospółki

Characteristic parameter / Parametr ( $\sigma_1 - \sigma_3$ )/ $\sigma_3$	Coefficient / Współczynnik $\kappa$		
	$\sigma_3 \leq 40$ kPa	$\sigma_3 = 70$ kPa	$\sigma_3 \geq 210$ kPa
0.5	1.734300	0.895200	0.377776
1.0	1.565878	0.882976	0.610908
1.5	1.397457	0.870751	0.770299
2.0	1.229037	0.920086	0.643991
3.0	0.682010	0.887139	0.611044
4.0	2.457380	2.294853	2.018758
5.0	2.212810	2.050283	1.774188

## 5. WNIOSKI KOŃCOWE

Powyższe analizy prowadzą do następujących wniosków:

1. Model opisany równaniem (8) oraz podobny do niego model logarytmiczny mają charakter bardziej uniwersalny niż modele przedstawione w Tabl. 1. Analiza doświadczalna danych podanych przez różnych badaczy pozwoliła wyznaczyć wartości parametrów  $\kappa$ ,  $\kappa_1$  i  $\kappa_2$  równania (8) w przypadku gruntów piaszczystych i gliniastych, kruszyw diabazowych, granitowych oraz gneisowych, dobrze uziarnionej mieszanki kruszywa wapiennego i piasku oraz innych wybranych materiałów ziarnistych. Oprócz niniejszego artykułu oraz publikacji [41-43] równanie zawierające dwa warunki zależne od liczby cykli obciążenia  $N$  uzyskali również autorzy prac [23, 40]. Z tego względu na uwagę zasługuje zarówno równanie opisujące model (8), jak i równanie wykorzystane w opracowaniach [23, 40-43].
2. Stwierdzono wpływ dewiatora naprężeń na przebieg zmniejszania się odkształceń. W przypadku dość niewielkiej różnicy głównych naprężeń odkształcenia po

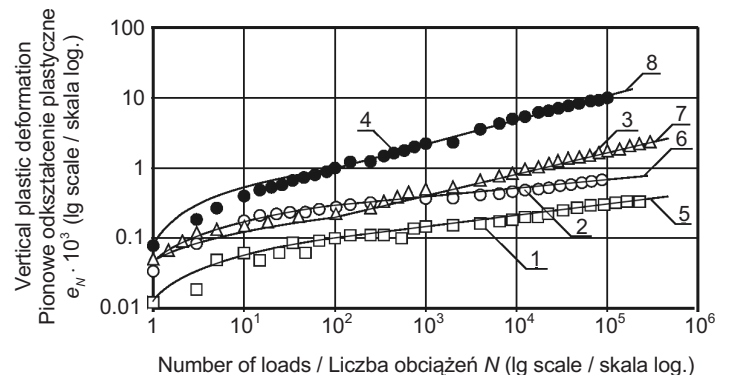


Fig. 8. Dependence of vertical permanent deformation in the sandy gravel upon the number of loads and stresses at  $\sigma_3 = 40$  kPa [45]; 1 ÷ 4: test for ( $\sigma_1 - \sigma_3$ )/ $\sigma_3$  equal to 1, 2, 3 and 4, respectively; 5 ÷ 6: calculation for ( $\sigma_1 - \sigma_3$ )/ $\sigma_3$  equal to 1, 2, 3 and 4, respectively  
 Rys. 8. Zależność pionowych odkształceń trwałych warstwy pospółki od liczby cykli obciążenia przy naprężeniach wynoszących  $\sigma_3 = 40$  kPa [45]; 1 ÷ 4: na podstawie badań, w przypadku gdy ( $\sigma_1 - \sigma_3$ )/ $\sigma_3$  równa się odpowiednio 1, 2, 3 and 4; 5 ÷ 8: na podstawie obliczeń, w przypadku gdy ( $\sigma_1 - \sigma_3$ )/ $\sigma_3$  równa się odpowiednio 1, 2, 3 and 4

pierwszym cyklu obciążenia są mniejsze od odkształceń po większej liczbie cykli obciążenia. W efekcie stosunek  $\varepsilon_N / \varepsilon_{100}$  przyjmuje wyższą wartość przy małych dewiatorach niż w przypadku większych wartości maksymalnych naprężeń głównych. W konsekwencji na tym etapie odkształceń zwiększenie różnicy naprężeń głównych prowadzi do utwardzenia materiału wskutek jego zagęszczenia. Proces ten zachodzi do momentu osiągnięcia przez dewiator naprężeń określonej wartości, od której sytuacja ulega zmianie. Wraz ze wzrostem wartości największego naprężenia głównego (przy takiej samej wartości  $\sigma_3$ ) odkształcenia przestają maleć i przyjmują przebieg ustalony.

3. Różnice prędkości pojazdów poruszających się po drodze skutkują różnymi długościami czasu trwania stanu naprężenia. Korzystając ze wzorów podanych w Tabl. 1-2 nie ma jednak możliwości uwzględnienia tego faktu w obliczeniach. Zastosowanie rozkładu odkształcenia  $\varepsilon_1$  na składowe  $\varepsilon_{ip1}$  i  $\varepsilon_{vp1}$  zapewnia możliwość lepszego oddania koncepcji zaprezentowanych w literaturze dotyczącej tego tematu.

## BIBLIOGRAFIA / REFERENCES

- [1] *Iliopolov S.K., Uglova E.V.*: The influence of the dynamic impact of transport on the durability of non-rigid pavement. Publishing House of the MADi, Moscow, 2009
- [2] *Smirnov A.V.*: Dynamics of pavement roads. Zapsibizdat, Omsk, 1976
- [3] *Florin V.A.*: Fundamentals of soil mechanics. Deformation and stability grounds structures. Gosstroizdat, 2, 1961, 543
- [4] Building regulations. Foundations of buildings and structures. SNIP 2.02.01-83. Stroizdat, Moscow, 1984
- [5] *Ivanov N.N.* et al.: Design pavements. Translitizda, Moscow, 1955
- [6] *Ivanov N.N.* et al.: Design and calculation of non-rigid pavements. Transport, Moscow, 1973
- [7] *Gusev Y.M.*: Residual deformation of soils in construction. Vishcha School, Kiev Donetsk, 1980
- [8] *Bezvolev S.G.*: The treatment of non-homogeneous elastic deformability of the base when calculating the base plates. Soil Mechanics and Foundation Engineering, 5, 2002, 8-14
- [9] *Fedorovskiy V.G., Bezvolev S.G.*: Calculation of sediment shallow foundation and the choice of model for the calculation of the base plates. Soil Mechanics and Foundation Engineering, 4, 2000, 10-18
- [10] *Kupin P.P.*: Research on effects on cohesive soils and non-rigid pavement repeated wheel loads. Summary PhD, Omsk, 1966

## 5. CONCLUSIONS

The following conclusions can be drawn:

1. Model (8) and a similar logarithmic model are more universal than those that are given in Table 1. The experimental analysis of the data obtained by the different authors allowed us to determine  $\kappa$ ,  $\kappa_1$  and  $\kappa_2$  parameters in (8) for sandy and loamy soils, diabasic, granitic and gneissic crushed stone, well-graded calcareous crushed-stone and sand mixture, as well as some other granular materials. Besides this work and the publications [41-43] are the equation, including two  $N$ -dependent conditions obtained in [23, 40]. Therefore, the model (8) as well as the equation of [23, 40-43] deserve attention.
2. It was found that the stress deviator affects the nature of decreasing deformation. If the difference of the principle stresses is rather small, the deformation during the first load cycles is less than that produced under the increased number of load applications. So the ratio  $\varepsilon_N / \varepsilon_{100}$  with small deviators is greater than that under higher maximum principle stress. Consequently, at this stage of deformation increasing the difference of principal stress leads to hardening of the material by compaction. This happens until the stress deviator reaches a certain value when the situation changes. With an increase of the maximum principle stress (at the same  $\sigma_3$ ) deformation is known to change from decreasing to established.
3. Due to the difference in speed of the moving vehicles the duration of stress state is different. This fact cannot be taken into account using the known formulae given in Tables 1-2. So the decomposition of  $\varepsilon_1$  into  $\varepsilon_{ip1}$  and  $\varepsilon_{vp1}$  defines the ideas of predecessor researchers more precisely.
- [11] *Kazarnovsky V.D.* et al.: The calculation of pavement transition. Innovations in the design of pavement structures. Izd Soyuzdornii, Moscow, 1988
- [12] *Smirnov A.V.* et al.: Mechanical stability and destruction of road constructions. Izd SibADI, Omsk, 1997
- [13] *Kuzin N.V.*: Accounting elastoviscoplastic properties of asphalt concrete pavement and base the design of the pavement. Summary PhD, Omsk, 2008
- [14] *Eremin V.G., Volokitina O.A.*: Method of Definition of Estimated Performances of Constructive Layers of Non-Rigid Road Clothes. Vestnik Tomsk State University of Architecture and Building, 28, 3, 2010, 228-233

- [15] *Semenova T.V., Gordeyeva S.A., Gertsog V.N.*: Determination of plastic deformations of materials used in road construction. *Vestnik Tomsk State University of Architecture and Building*, **37**, 4, 2012, 249-257
- [16] *Voznesenskiy E.A.*: Dynamic instability of the ground. Sciences, Moscow, 2000
- [17] *Voznesenskiy E.A., Funikova V.V.*: Evaluation of dynamic stability of sandy soils. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 5, 2002, 2-8
- [18] *Mirsayapov I.T., Brechman A.I., Koroleva I.V., Ivanova O.A.*: Strength and deformation of sandy soils under triaxial cyclic loading. *Izvestiy KGASU*, **21**, 3, 2012, 58-63
- [19] *Mirsayapov I.T., Koroleva I.V., Ivanova O.A.*: Low-Cycle Endurance and Deformations of Clay Soils in the Course of Three-Axial Cyclic Loading. *Housing Construction*, 9, 2012, 6-8
- [20] *Dzung N.F.*: The dependence of the strength properties of soil on its physical state. *Magazine of Civil Engineering*, **35**, 9, 2012, 23-28
- [21] *Goldin A.L., Dzung N.F.*: Plotting the stress-path for unsaturated soil during consolidated undrained test in stabilometr. *Magazine of Civil Engineering*, **35**, 9, 2012, 35-40
- [22] *Werkmeister S., Dawson A., Wellner F.*: Pavement design model for unbound granular materials. *Journal of Transportation Engineering*, ASCE, 2004, **130**, 5, 665-674
- [23] *Niemunis A., Wichtmann T., Triantafyllidis T.*: A high-cycle accumulation model for sand. *Computers and Geotechnics*, **32**, 4, 2005, 245-263
- [24] *Wichtmann T., Niemunis A., Triantafyllidis T.*: Validation and calibration of a high-cycle accumulation model based on cyclic triaxial tests on eight sands. *Soils and Foundations*, **49**, 5, 2009, 711-728
- [25] *Wichtmann T., Niemunis A., Triantafyllidis T.*: Strain accumulation in sand due to drained cyclic loading: on the effect of monotonic and cyclic preloading (Miner's rule). *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **30**, 8, 2010, 736-745
- [26] *Barksdale R.D.*: Laboratory Evaluation of Rutting in Base course Materials. *Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International Conference on Asphalt Pavements*, London, 1972, 161-174
- [27] *Leng J.*: Characteristics and Behavior of Geogrid-Reinforced Aggregate under Cyclic Load. PhD thesis. North Carolina State University, Raleigh, USA, 2002
- [28] *Cheung L.W.*: Laboratory assessment of pavement foundation materials. PhD thesis. University of Nottingham, The United Kingdom, 1994
- [29] *Sweere G.T.H.*: Unbound granular bases of roads. PhD thesis. Delft University of Technology, Delft, The Netherlands, 1990
- [30] *Wolff H., Visser A.*: Incorporating elasto-plasticity in granular layer pavement design. *Proceedings of Institution of Civil Engineers Transport*, **105**, 1994, 259-272
- [31] *Francken L., Clauwaert C.*: Characterization and structural assessment of bound materials for flexible road structures. *Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Conference on Asphalt Pavements*, Ann Arbor, Michigan, 1987, 130-144
- [32] *Theyse H.L.*: The development of mechanistic-empirical permanent deformation design models for unbound pavement materials from laboratory accelerated pavement. *Proceedings of the 5<sup>th</sup> international symposium on unbound aggregates in road*, Nottingham, 2000, 285-293
- [33] *Theyse H.L.*: Stiffness, Strength and Performance of Unbound Aggregate Material: Application of South African HVS and Laboratory Results to California Flexible Pavements. University of California Pavement Research Center, Pretoria, RSA, 2002
- [34] *Tseng K.H., Lytton R.L.*: Prediction of permanent deformation in flexible pavement materials. Implication of Aggregates in the Design, Construction and Performance of Flexible Pavements. *ASTM STP*, **1016**, 1989, 154-172
- [35] *Brecciaroly F., Kolisoja P.*: Deformation behaviour of railway embankment materials under repeated loading: literature review. Finnish Rail Administration, Helsinki, 2006
- [36] *Hornych P., Corte J.F., Paute J.L.*: Étude des déformations permanentes sous chargements répétés de trois graves non traitées. *Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, 184, 1993, 77-84
- [37] *Veverka V.*: Raming van de Spoordiepte bij Wegen met Cen Bitumineuze Verharding. *De Wegentechniek*, **24**, 3, 1979, 25-45
- [38] *Khedr S.A.*: Deformation characteristics of granular base course in flexible pavements. *Transportation Research Record*, 1043, 1985, 131-138
- [39] *Huurman M.*: Permanent deformation in concrete block pavements. PhD thesis. Delft University of Technology, Delft, The Netherlands, 1997
- [40] *Niemunis A., Wichtmann T.*: Separation of time scale in the HCA model for sand. *Acta Geophysica*, **62**, 5, 2014, 1127-1145
- [41] *Aleksandrov A.S., Kiseleva N.Y.*: Plastic deformation of the gneiss and diabazmaterialov when exposed to repetitive loads. *News of higher educational institutions. Construction*, 6, 2012, 49-59
- [42] *Aleksandrov A.S.*: Plastic deformation granodiorite gravel and sand and gravel when exposed to cyclic loading triaxial. *Magazine of Civil Engineering*, **39**, 4, 2013, 22-34
- [43] *Aleksandrov A.S.*: A generalizing model of plastic deformation of discrete materials of road structures under impact of cyclic loads. *Construction Materials*, 2016, 27-30
- [44] *Numrich R.*: Modelling of the non-linear elastic deformation behavior of unbound granular materials. PhD thesis. University of Technology, Dresden, Germany, 2003
- [45] *Werkmeister S.*: Permanent deformation behavior of unbound granular materials in pavement construction. PhD thesis. University of Technology, Dresden, Germany, 2003