CZESŁAW MACHELSKI¹⁾

STEEL PLATE CURVATURES OF SOIL-STEEL STRUCTURES DURING CONSTRUCTION AND EXPLOITATION

KRZYWIZNY POWŁOK OBIEKTÓW GRUNTOWO-POWŁOKOWYCH PODCZAS BUDOWY I EKSPLOATACJI

STRESZCZENIE. W pracy analizuje się deformacje pasm obwodowych powłok wykonanych z blach falistych w obiektach gruntowo-powłokowych. Jako miarę deformacji przyjmuje się zmianę krzywizny w kluczu powłoki. W analizowanych obiektach, niezależnie od ich geometrii przekroju poprzecznego, przykładowo o kształcie łukowym czy eliptycznym, projektuje się w górnej części wycinek powłok o stałym promieniu krzywizny R . W wyniku ciężaru własnego blachy, parcia gruntu i obciążeń ruchomych kształt tej części podlega deformacji z widocznym odstępstwem od koła. Zmianę tego promienia krzywizny określa się w pracy na podstawie trzech współrzędnych punktów pomiarowych, tworzących trójkąt wpisany w okrąg. Uwzględnia się przy tym dowolne (niesymetryczne) położenie punktów pomiarowych. Układ trzech takich punktów transformuje się do formy trójkąta równobocznego, a stąd wyznacza się promień krzywizny. Na podstawie zmiany krzywizny powstałej podczas budowy i eksploatacji obiektów gruntowo-powłokowych można szacować momenty zginające i naprężenia normalne w kluczu powłoki, a więc możliwa jest ocena bezpieczeństwa obiektu.

SŁOWA KLUCZOWE: badania obiektów, faza budowy i eksploatacja, konstrukcje gruntowo-powłokowe, krzywizna powłoki z blachy falistej.

ABSTRACT. The paper analyses the deformation of circumferential bands of shells made of corrugated metal sheets in soil-steel structures. A change of curvature in the crown of a shell is assumed as a measure of deformation. In the upper part of analysed objects, regardless of their cross-sectional geometry, e.g. arched or elliptical shaped, a section of shell with a constant radius of curvature R is nowadays designed. As a result of earth pressure, moving loads and the self-weight of metal sheets, the shape of this part is subjected to deformation with a noticeable deviation from the circular shape. The change of curvature radius is determined in the paper on the basis of three coordinates of measuring points that form a triangle inscribed in a circle. Every (asymmetrical) position of the measuring points is taken into account. A system of three such points is transformed into a form of an equilateral triangle, and thus the radius of curvature is determined. Based on the change of curvature formulated during the construction and exploitation of soil-steel structures, the bending moments and normal stresses in the shell crown can be estimated and therefore a safety evaluation of the objects is possible.

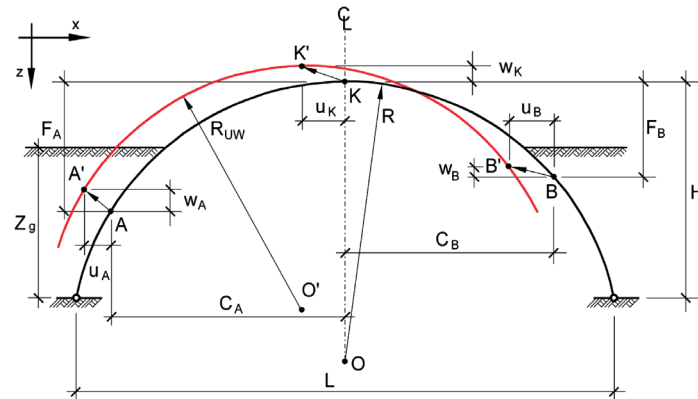
KEYWORDS: assessment of structural objects, construction and exploitation phase, soil-steel constructions, curvature of shells made of corrugated metal.

DOI: 10.7409/rabdim.016.013

¹⁾ Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego, Politechnika Wroclawska, plac Grunwaldzki 11, 50-377 Wrocław; czeslaw.machelski@pwr.edu.pl

1. WPROWADZENIE

Podczas układania zasyпки gruntowej, w wyniku niejednorodności gruntu i jego zróżnicowanego zagęszczenia występuje niesymetryczna deformacja powłoki, jak na Rys. 1 i 2. Brak symetrii pasm obwodowych powłoki można obserwować już po montażu symetrycznej (w założeniach projektowych) powłoki z arkuszy blachy falistej na skutek odkształceń spowodowanych ciężarem własnym. Pozorny brak symetrii może dotyczyć sytuacji regularnej geometrii powłoki, ale przy dowolnym (niesymetrycznym) układzie punktów pomiarowych ABK (Rys. 1). Z takiego układu pomiarowego trudno jest stwierdzić symetrię zdeformowanej powłoki. Przypadek symetrii powłok i układu punktów pomiarowych jest więc wyjątkowy [1-5]. Na Rys. 1 przedstawiono schemat deformacji powłoki powstały podczas budowy. Pomimo jednakowej grubości zasyпки z_g , generalnie obserwuje się deformacje jak na Rys. 2. Zmierzone przemieszczenia powłoki [6, 7] dotyczą fazy budowy, gdy $z_g = 6,6$ m, a $H = 5,459$ m (przykład omawiany w rozdz. 4).



Z reguły brak symetrii występuje w obiektach bliźniaczych, wykonywanych nad drogami dwujezdniowymi [2]. Naturalnym odstępstwem od symetrii jest sytuacja z pochyłym naziemem, realizowanym w końcowej fazie budowy obiektu, w terenie górskim [3-5]. W takich przypadkach analizuje się wpływ pochylenia stoku [5], a gdy jego efekt jest znaczący buduje się celowo przechyloną powłokę po to, aby w końcowej fazie doprowadzić do deformacji zbliżonej do symetrycznej. Kolejnym skutkiem odstępstwa od symetrii deformacji powłoki są obciążenia eksploatacyjne [8]. Nawet w obiektach o znikomych obciążeniach zmiennych, np. ekologicznych, występuje zniekształcenie powłoki [9]. W praktyce nie jest zachowany projektowy promień krzywizny pasma obwodowego powłoki R , a wyniki podane w pracy wskazują na znaczne jego wahania podczas budowy i eksploatacji obiektów gruntopowłokowych.

1. INTRODUCTION

During backfilling an asymmetric shell deformation occurs as a result of inhomogeneity of soil and its differential compaction, as shown in Fig. 1 and 2. A lack of symmetry of the circumferential bands of a shell can be observed just after the installation of a symmetrical (according to design assumptions) shell made of corrugated metal sheets, due to the deformations caused by self-weight. The apparent lack of symmetry may apply to the case of a shell with regular geometry, but with a random (asymmetric) system of ABK measuring points (Fig. 1). In such a measurement system it is difficult to determine the symmetry of a deformed shell. The case of symmetry of shells and the system of measuring points is thus unique [1-5]. Fig. 1 shows a scheme of shell deformation, which occurred during construction. Despite the uniform backfilling depth z_g , deformations are generally noticeable, as can be seen in Fig. 2. The measured shell displacements [6, 7] relate to the construction phase, when $z_g = 6.6$ m and $H = 5.459$ m (discussed in Chapter 4).

Fig. 1. The geometrical characteristics of the shell of the structural object and the displacements of measuring points A, K and B during construction

Rys. 1. Charakterystyki geometryczne powłoki obiektu i przemieszczenia punktów pomiarowych A, K, B podczas budowy

There is generally a lack of symmetry in twin objects constructed over dual carriageways [2]. The natural deviation from symmetry occurs in situations with an inclined surcharge, which is the case of the final stage of construction of a structure situated in a mountainous terrain. [3-5]. In such cases the effect of slope inclination is analysed [5], and when its influence is significant an intentionally inclined shell is built in order to make the deformation close to a symmetrical one in the final stage. Another consequence of asymmetry of shell deformation are service loads [8]. Even in structural objects with insignificant live loads, e.g. animal overpasses, a shell deformation occurs [9]. In practice, the design radius of curvature of the circumferential band of the shell R is not kept, and the results given in the paper show its significant fluctuations during the construction and exploitation of soil-steel structures.

2. UKŁAD POMIAROWY POWŁOKI

Z uwagi na znaczne wartości przemieszczeń powłok często stosuje się techniki geodezyjne do odwzorowania ich deformacji, ponieważ zmiany położenia punktów pomiarowych, podane na Rys. 1, osiągają wartości kilkudziesięciu milimetrów (Rys. 2). W praktyce, na podstawie współrzędnych dwóch punktów pomiarowych, np. AK lub BK (Rys. 3), sprawdza się zmiany długości cięciwy łuku [10]. Więcej informacji można uzyskać po uwzględnieniu położenia trzech punktów w trójkącie AKB. Pozwala to na szacowanie zmiany krzywizny w kluczu powłoki, jak w algorytmie omawianym w pracy. Jest on skuteczny do oszacowania momentu zginającego określonych na podstawie deformacji powłoki [6, 7]. Do tego celu wykorzystuje się procedurę opierającą się na zależności geometrycznej koła opisanego na trójkącie równobocznym.

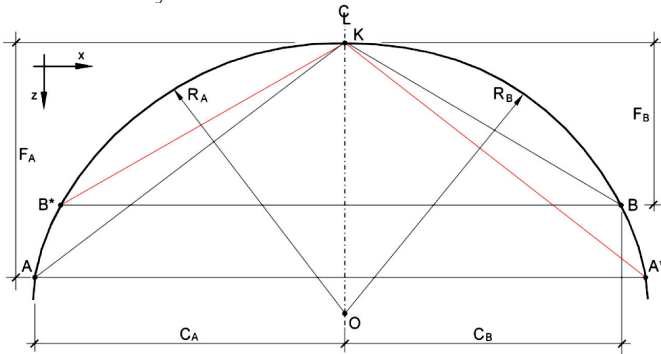


Fig. 3. Scheme of the circumferential section of the shell with measuring points A, K and B located on the circle circumference with a radius of $R_A = R_B$

Rys. 3. Schemat wycinka obwodowego powłoki z punktami pomiarowymi A, K, B na obwodzie koła o promieniu $R_A = R_B$

Z wyniku pomiaru położenia punktu wierzchołkowego K oraz bocznych AB (Rys. 3) oblicza się długości odcinków C_A i C_B oraz F_A i F_B . Jeśli punkty A, B, K leżą na wycinku tego samego koła, spełniony jest warunek promieni krzywizny $R_A = R_B$. Stąd, niezależnie od położenia punktów A i B, zachodzi równość:

$$\frac{F_A^2 + C_A^2}{2F_A} = \frac{F_B^2 + C_B^2}{2F_B} \quad (1)$$

W praktyce pomiarowej dąży się do przyjęcia punktów A i B na tym samym poziomie z określeniem punktu K jako najwyższego. Nie jest to spełniane, ponieważ położenie tych punktów względem układu współrzędnych zmienia się podczas budowy i eksploatacji obiektu. Dużym ułatwieniem oceny deformacji powłoki jest układ pomiarowy zbliżony do symetrycznego, czyli gdy $A \rightarrow B^*$ lub $B \rightarrow A^*$ (Rys. 3).

2. MEASUREMENT SYSTEM OF A SHELL

Due to the significant displacements of shells, surveying techniques are often used to reflect their deformations. This is because changes in the position of the measuring points, as shown in Fig. 1, reach values of tens of millimetres (Fig. 2). In practice, based on the coordinates of two measuring points, e.g. AK or BK (Fig. 3), changes in the chord length of the arc are examined [10]. More information can be obtained after taking into account the position of the three points of an AKB triangle. This allows the change of curvature in the shell crown to be estimated, as is the case in the algorithm discussed in the paper. This algorithm is effective when estimating the bending moment determined on the basis of the shell deformation [6, 7]. A procedure based on the geometric relation of an escribed circle of an equilateral triangle is used for this purpose.

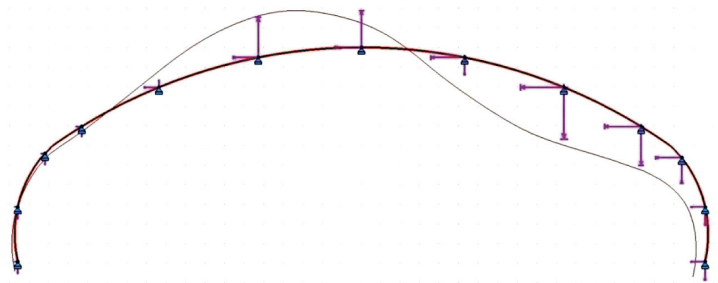


Fig. 2. Example of the analysed shell deformation during backfilling

Rys. 2. Przykład deformacji analizowanej powłoki podczas układania zasypki

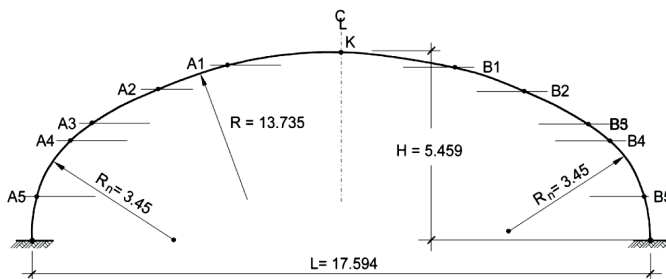
From the results of measurements of the position of the vertex point K and side points AB (Fig. 3), the lengths of line segments C_A and C_B as well as F_A and F_B are calculated. If points A, B and K lie on the same circular sector, a condition of curvature radii $R_A = R_B$ is fulfilled. Therefore, despite the positions of points A and B, the following equality occurs:

In measurement practice, points A and B tend to be applied at the same level with the determination of point K as the highest. However, this is not fulfilled because the location of these points in relation to the coordinate system changes during construction and exploitation of the structure. A great facilitation of the evaluation of shell deformation is a measurement system which is close to symmetrical one, thus when $A \rightarrow B^*$ or $B \rightarrow A^*$ (Fig. 3).

W przypadku utworzenia bazy pomiarowej po montażu powłoki, ale przed rozpoczęciem prac budowlanych, powłoka poddana ciężarowi własnemu odbiega od projektowej geometrii. Wpływają na to również niedokładności technologiczne oraz montażowe – stąd wyjściowy (początkowy) promień krzywizny jest o wartości R_o . W Tabl. 1 zestawiono wyniki obliczeń utworzone na podstawie pomiarów powłoki przedstawionej na Rys. 4 [4, 7], po jej zmontowaniu, lecz tuż przed rozpoczęciem układania zasypki. Z wyników obliczeń promieni krzywizny widoczne są odchylenia od warunku geometrycznego ujętego w równaniu (1). Z porównania wartości R_A i R_B , a w szczególności najwyższego poziomu pomiarowego „1” (najbardziej czułego na brak symetrii), wynika, że obliczone promienie krzywizny znacznie różnią się od siebie oraz od wartości projektowej $R = 13,735$ m.

Table 1. Geometrical characteristics of the analysed shell [m]
Tablica 1. Charakterystyki geometryczne analizowanej powłoki [m]

Measurement level Poziom pomiarowy	Point A location Położenie punktu A		Point B location Położenie punktu B		Radii of curvature Promienie krzywizny	
	F_A	C_A	F_B	C_B	R_A	R_B
1	0.2740	2.555	0.2760	2.740	12.0495	13.7387
2	0.9151	4.943	0.9524	5.058	13.8076	13.9072
3	1.9910	7.115	2.0300	7.216	13.7085	13.8403
4	2.6880	7.964	2.8400	8.126	–	–
5	3.7780	8.580	3.7870	8.701	–	–



3. TRANSFORMACJA UKŁADU POMIAROWEGO

Podczas budowy oraz w trakcie eksploatacji obiektu współrzędne punktów pomiarowych A, K i B na wycinku obwodowym powłoki podlegają zmianie w odniesieniu do położenia początkowego (lub projektowego). Na Rys. 5 przedstawiono układ punktów pomiarowych AB z Rys. 3, gdy punkt K w dalszym ciągu znajduje się na wycinku koła o promieniu R_o , ale nie jest on najwyższy w tym układzie. Wyznaczony z pomiarów klucz powłoki K przemieścił się tak, że obecnym punktem wierzchołkowym (najwyższym)

In the case of creating a measurement system after the installation of a shell, but before the beginning of construction works, the shell subjected to its self-weight differs from the designed geometry. This is also influenced by technological and assembly inaccuracies – hence the output (initial) radius of curvature is of the value R_o . Table 1 presents the compiled results of calculations obtained on the basis of measurements of the shell shown in Fig. 4 [4, 7] after it was assembled, but just before the backfilling. The results of calculations of curvature radii show deviations from the geometric condition included in equation (1). A comparison of the values R_A and R_B , in particular of the highest measurement level “1” (the most sensitive to asymmetry), shows that the calculated radii of curvature differ from each other and from the design value $R = 13.735$ m.

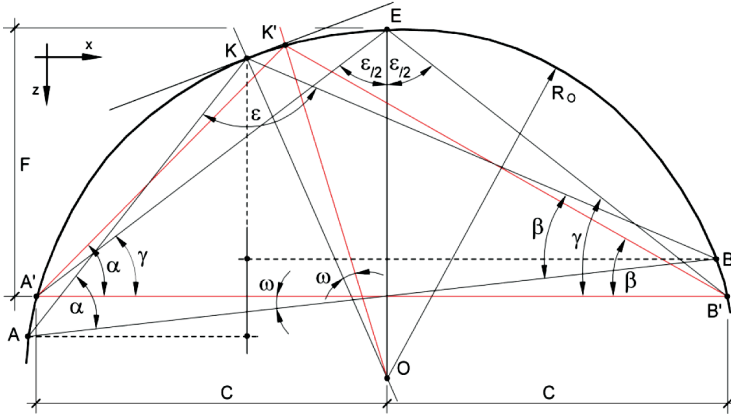
Fig. 4. Geometry and position of the measurement levels of the analysed shell; dimensions in [m]

Rys. 4. Geometria i położenie poziomów pomiarowych analizowanej powłoki; wymiary podano w [m]

3. TRANSFORMATION OF THE MEASUREMENT SYSTEM

During construction and exploitation of a structure the coordinates of measuring points A, B and K on a circumferential sector of shell are subjected to change in relation to their initial (or design) position. Fig. 5 shows the system of measuring points AB from Fig. 3, when the point K is still located on the circular sector with the radius R_o , but is not the highest point in this system. The shell crown K, which was determined from the measurements, displaced in such a way that the current vertex point (the highest)

jest E. Położenie punktu E określa się z algorytmu podanego niżej.



W pierwszym etapie wykonuje się obrót trójkąta AKB o kąt ω względem środka koła O. Po takiej transformacji kątowej punkty A', K' i B' leżą również na promieniu koła, stąd zachowane są kąty α i β przy podstawie obydwu trójkątów. Kąt obrotu ω w tym przypadku dobrano w taki sposób, aby punkty A' i B' znalazły się na linii poziomej. Takie przemieszczenie kątowe punktów pomiarowych A, K i B, jak również inne transformacje liniowe nie wpływają na zmiany relacji geometrycznych w obydwu trójkątach.

Odcinek podstawy trójkąta A'K'B' dzieli się na dwie równe części o długości C, jak w trójkącie równobocznym. Jego długość jest taka sama jak odcinka AB, a więc wynosi:

$$C = \frac{1}{2} \sqrt{(F_A - F_B)^2 + (C_A + C_B)^2} \quad (2)$$

W ten sposób określone jest położenie punktu wierzchołkowego E trójkąta równobocznego wpisanego w koło o promieniu R_o . Wysokość trójkąta A'EB' określa się z warunku równości kąta wierzchołkowego ϵ w trójkącie pomiarowym i po transformacji (Rys. 5). Wartość F w trójkącie równobocznym, po transformacji, zależy od długości jego podstawy 2C jak we wzorze:

$$F = C(\sqrt{1 + \mu^2} - \mu), \quad (3)$$

gdzie:

where:

$$\mu = \frac{C_A C_B - F_A F_B}{C_A F_B + F_A C_B} \quad (4)$$

Na podstawie F i C oblicza się promień krzywizny koła opisanego na trójkącie równobocznym jak na Rys. 5, ze wzoru:

$$R_o = \frac{F^2 + C^2}{2F} \quad (5)$$

is point E. The location of point E is determined using the algorithm given below.

Fig. 5. Orthogonal transformation scheme of a system of points to the geometry of an equilateral triangle
Rys. 5. Schemat transformacji ortogonalnej układu punktów do geometrii trójkąta równobocznego

In the first stage, the rotation of the AKB triangle by the angle ω around the centre of the circle O is carried out. After such an angular transformation, points A', K' and B' also lie on the radius of the circle and therefore the angles α and β next to the basis of both triangles are kept. In this case, the angle of rotation ω was selected in such a way so that points A' and B' were located on a horizontal line. Such an angular displacement of measuring points A, B and K, as well as other linear transformations, do not affect the change in the geometric relations in both triangles.

The line section of the basis of the A'K'B' triangle is divided into two equal parts with a length of C, as is the case in an equilateral triangle. Its length is the same as the length of line section AB and thus is equal to:

In this way, the location of vertex point E of an equilateral triangle inscribed in the circle with a radius R_o is determined. The height of the triangle A'EB' is defined from the condition of equality of the vertex angle ϵ in the measuring triangle and also after transformation (Fig. 5). The value F in an equilateral triangle after transformation depends on the length of its base 2C, as in the formula:

W Tabl. 2 zestawiono wyniki obliczeń przy przyjęciu danych z Tabl. 1, podobnie jak w przypadku analizowanej powłoki z Rys. 4. Wartość współczynnika μ zależy od poziomu pomiarowego – co jest widoczne w wynikach podanych w Tabl. 2. Z porównania wartości R_o z wartością projektową $R = 13,735$ m widoczna jest wyraźna różnica, szczególnie w wycinku powłoki najwyższego poziomu pomiarowego „1”.

Zróznicowane promienie krzywizny wynikają ze złożonego kształtu górnej części powłoki. Na Rys. 6 przedstawiono przykład deformacji powłoki uzyskanej na podstawie promieni krzywizny, np. z Tabl. 2 lub 3. Na tym rysunku przyjęto układ zbliżony do symetrycznego, w związku z tym każdy z promieni krzywizny R_i przechodzi przez klucz powłoki (z Rys. 5 wynika, że położenie K może być inne w przypadku rozpatrywanego poziomu pomiarowego, czyli punktów A i B). W ten sposób można odtworzyć charakterystyczny kształt deformacji powłoki. Na tym rysunku widoczna jest redukcja promieni krzywizny w kluczu powłoki oraz zwiększenie wymiaru poziomego w części pośredniej. Z rezultatów obliczeń podanych w Tabl. 1 i 2 wynika, że kształty górnego wycinka obwodowego powłok są złożone i znacznie odbiegają od jednolitego promienia krzywizny projektowej R .

Table 2. Geometric parameters of the equilateral triangles

Tablica 2. Parametry geometryczne trójkątów równobocznych

Measurement level Poziom pomiarowy	μ	C [m]	F [m]	R_o [m]
1	4.75643	2.6475	0.27530	12.8679
2	2.58455	5.0005	0.93337	13.8617

Fig. 6. Shell deformation determined on the basis of curvature radii

Rys. 6. Deformacja powłoki określona na podstawie promieni krzywizny

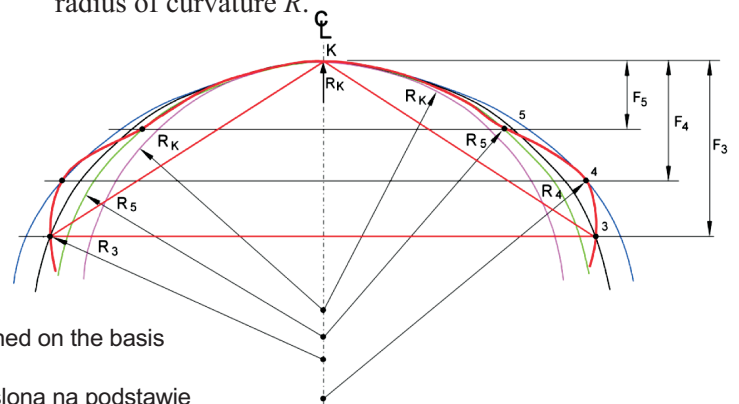


Table 2 compiles the results of calculations with the application of data from Table 1, similar as in case of the analysed shell from Fig. 4. The value of coefficient μ depends on the measuring level – which is noticeable in the results given in Table 2. A comparison of the value R_o with the design value $R = 13.735$ m shows a distinct difference, especially in the sector of the shell of the highest measuring level “1”.

The varied radii of curvature result from the complex shape of the upper part of the shell. Fig. 6 shows an example of the shell deformation obtained on the basis of radii of curvature from e.g. Table 2 or 3. In this figure, a close to symmetric system was assumed, and therefore each of the radii of curvature R_i passes through the shell crown (it can be concluded from Fig. 5 that the position of K can be different in the case of the considered measurement level – points A and B). In this way the characteristic shape of the deformed shell can be reconstructed. In the figure, the reduction of the radii of curvature in the shell crown and an increase of the horizontal dimension in the intermediate part is noticeable. From the results of calculations given in Tables 1 and 2 it can be concluded that the shapes of the upper circumferential section of the shell are complex and significantly deviate from the designed uniform radius of curvature R .

Table 3. Displacement of measuring points in the analysed phase of backfilling ($z_g = 6.6$ m)

Tablica 3. Przesunięcia punktów pomiarowych w analizowanej fazie układania zasypki gruntowej ($z_g = 6,6$ m)

Measurement level Poziom pomiarowy	Point / Punkt A		Point / Punkt B		Radius of curvature / Promień krzywizny R_{uv} [m]
	w_A [mm]	u_A [mm]	w_B [mm]	u_B [mm]	
1	-33.17	-20.72	14.14	-27.84	11.9772
2	-6.11	-12.09	42.68	-36.12	13.1387
3	8.33	-4.72	-31.88	-30.26	13.4244
0 (crown / klucz)	w_K [mm]		u_K [mm]		-
	-30.09		-21.79		

Jeśli występują niewielkie różnice wartości R_A i R_B , a więc gdy $C_A \approx C_B$ oraz $F_A \approx F_B$, można stosować wzory uproszczone [6], jak w równaniach:

$$C = \frac{C_A - C_B}{2} \quad (6)$$

oraz

$$F = \frac{F_A + F_B}{2}. \quad (7)$$

4. DEFORMACJA POWŁOKI PODCZAS BUDOWY OBIEKTU

Na Rys. 7 przedstawiono przykład wartości promieni krzywizny analizowanej powłoki, jak na Rys. 4 w trakcie układania zasypki (czyli w zależności od z_g) na poziomach pomiarowych 1, 2, 3, gdy poziom zasypki osiągnął wartość $z_g = 6,6$ m, czyli 1,14 m ponad kluczem (Rys. 2). Ponadto w Tabl. 3 zestawiono przemieszczenia punktów pomiarowych powstałe podczas budowy. Kierunki tych przemieszczeń można odnieść do wyników podanych na Rys. 1, natomiast ich wartości z Tabl. 3 obrazują deformację powłoki w tej fazie budowy. Z postaci deformacji powłoki widoczne jest jej znaczne przechylenie boczne. Jednak gdy wykona się transformację ortogonalną układu punktów pomiarowych (Rys. 5), w tym przykładzie nie prowadzi to do znacznej zmiany promienia krzywizny wycinka powłoki. Względne przemieszczenie poziome górnego wycinka powłoki, czyli punktów A_1 , K i B_1 wynosi:

$$2u = u_A - u_B = -20,72 + 27,84 = 7,12 \text{ mm}. \quad (8)$$

Podobna uwaga dotyczy przemieszczeń w kierunku pionowym:

$$\begin{aligned} w &= w_k - \frac{1}{2}(w_A + w_b) = \\ &= -30,09 - \frac{-33,17 + 14,14}{2} = -20,575 \text{ mm}, \end{aligned} \quad (9)$$

jak również obrotu względem punktu O, towarzyszącego transformacji ortogonalnej z Rys. 5. Zatem w obliczeniach promieni krzywizny R_{uw} wartości przemieszczeń mają mniejsze znaczenie niż relacje pomiędzy nimi w wycinku powłoki, jak we wzorach (8) oraz (9) i na Rys. 1. Znaczne (widoczne) odchylenie od symetrii deformacja powłoki przedstawione wcześniej nie jest zjawiskiem szczególnym, tak jak podano to we wprowadzeniu. Istotne znaczenie na przebieg deformacji powłoki ma technologia układania zasypki, a głównie sposób jej zagęszczania [1, 6, 11].

If there are small differences in the values of R_A and R_B , and so when $C_A \approx C_B$ and $F_A \approx F_B$, simplified formulas can be used [6], as in the equations:

$$C = \frac{C_A - C_B}{2} \quad (6)$$

and

$$F = \frac{F_A + F_B}{2}. \quad (7)$$

4. SHELL DEFORMATION DURING CONSTRUCTION

Fig. 7 shows an example of the values of the curvature radii of the analysed shell from Fig. 4 during backfilling (therefore, in relation to z_g) on measuring levels 1, 2 and 3, when the backfill level reached the value $z_g = 6.6$ m, that is 1.14 m above the crown (Fig. 2). In addition, Table 3 presents the compiled displacements of measuring points occurring during construction. The directions of these displacements correspond to the results shown in Fig. 1, while their values from Table 3 illustrate the shell deformation during the construction phase. The form of the shell deformation shows its substantial side decline. However, when orthogonal transformation of the measuring point system is performed (Fig. 5), it does not, in this case, lead to a significant change in the radius of curvature of the shell section. The relative horizontal displacement of the upper shell section, that is of the points A_1 , K and B_1 , is equal to:

$$2u = u_A - u_B = -20.72 + 27.84 = 7.12 \text{ mm}. \quad (8)$$

A similar conclusion applies to the vertical displacements:

$$\begin{aligned} w &= w_k - \frac{1}{2}(w_A + w_b) = \\ &= -30.09 - \frac{-33.17 + 14.14}{2} = -20.575 \text{ mm}. \end{aligned} \quad (9)$$

It concerns as well a rotation around point O, which is associated to the orthogonal transformation shown in Fig. 5. Thus, in the calculations of the radii of curvature R_{uw} the values of displacements are not as significant as the relations between them in the segment of the shell are, like in the formulas (8-9), and in Fig. 1. Significant (noticeable) deviation from the symmetry of shell deformation presented above is not a unique phenomenon, as was previously stated in the introduction. The technology of backfilling and especially the method of its compaction

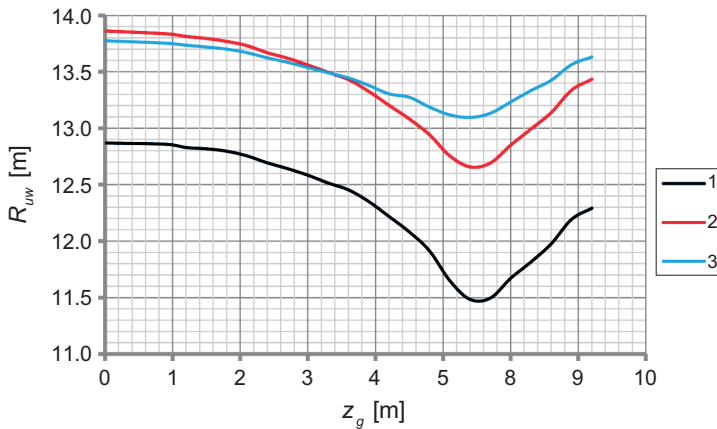


Fig. 7. Changes of the curvature radii of the shell from Fig. 4 during backfilling

Rys. 7. Zmiany promieni krzywizny podczas układania zasypki w powłoce z Rys. 4

Na Rys. 8 przedstawiono wykres zmiany parametru $\mu(z_g)$, obliczonego z (4) – jest on analogiczny do ugięcia punktu wierzchołkowego [6, 7], czyli w_k z Rys. 1. W przypadku analizowanego układu pomiarowego zmiany wartości $\mu(z_g)$ są małe, co wskazuje na słuszność wniosku o stosowanie uproszczonych wzorów (6) i (7). Z uwagi na niewielkie zmiany wartości $\mu(z_g)$ w analizowanym przypadku można korzystać ze wzoru uproszczonego [6]:

$$R_{uw} = \frac{(F - w)^2 + (C + u)^2}{2(F - w)}, \quad (10)$$

gdy C i F obliczone są w stanie początkowym układania zasypki gruntowej, z uwzględnieniem przemieszczenia powłoki w rozpatrywanym przypadku i składników podanych we wzorach (6-9). W rozpatrywanej wcześniej fazie budowy ze wzoru (10) otrzyma się:

$$R_{uw} = \frac{(0,2753 + 0,02058)^2 + (2,6475 + 0,00712)^2}{2(0,2753 + 0,02058)} = 12,056 \text{ m.}$$

Wynik ten różni się jedynie o 0,66% od podanego w Tabl. 3.

Określone na Rys. 7 promienie krzywizny R_{uw} mogą służyć do utworzenia rysunku deformacji powłoki, jak na Rys. 6, ale w ujęciu symetrycznym (w trójkącie równoramiennym), po transformacji ortogonalnej (Rys. 5). Istotne znaczenie ma w tym przypadku promień krzywizny w kluczu powłoki R_k . Przedstawiona wcześniej metodyka obliczania R_{uw} na podstawie współrzędnych punktów AKB nie pozwala na bezpośrednie wyznaczenie R_k , ponieważ gdy wymiary trójkąta są małe, czyli gdy równocześnie $F \rightarrow 0$ i $C \rightarrow 0$ ze

has an important influence on the course of shell deformation [1, 6, 11].

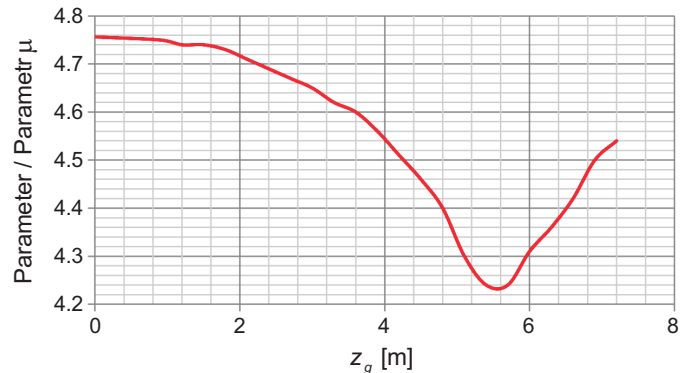


Fig. 8. Function $\mu(z_g)$ during backfilling from measurement level 1 (Fig. 4)

Rys. 8. Funkcja $\mu(z_g)$ podczas układania zasypki z poziomu pomiarowego 1 (Rys. 4)

Fig. 8 shows a diagram of variation of the parameter $\mu(z_g)$, calculated from (4) – it is analogous to the deflection of the vertex point [6, 7], as with w_k from Fig. 1. In the case of the analysed measurement system, changes of the value $\mu(z_g)$ are small and this indicates the validity of the application of simplified formulas (6) and (7). Due to the small changes in the value of $\mu(z_g)$ in the analysed case, the following simplified formula can be used [6]:

where C and F are calculated during the initial stage of backfilling, with consideration of the shell displacement in the analysed case and the components shown in formulas (6-9). In the previously presented construction phase from formula (10), the following will value be obtained:

$$R_{uw} = \frac{(0,2753 + 0,02058)^2 + (2,6475 + 0,00712)^2}{2(0,2753 + 0,02058)} = 12,056 \text{ m.}$$

This result differs by only 0.66% from the one given in Table 3.

The radii of curvature R_{uw} designated in Fig. 7 can be used to create a picture of the shell deformation, as in Fig. 6, but in a symmetrical approach (in an isosceles triangle) and after orthogonal transformation (Fig. 5). Important in this case is the radius of curvature in the shell crown R_k . The previously presented methodology of calculating R_{uw} on the basis of the coordinates of points AKB does not allow the direct determination of R_k , as when the dimensions of

wzoru (10), otrzymuje się niestabilne wyniki. Pozostaje więc ekstrapolacja. Dokładność takiego oszacowania jest większa, gdy punkty pomiarowe A i B są zbliżone do klucza, ale wówczas istotne znaczenie ma dokładność odczytów przemieszczeń.

5. DEFORMACJA POWŁOKI PODCZAS EKSPLOATACJI OBIEKTU

Przedstawione na Rys. 7 wyniki dotyczą fazy budowy jako funkcji $R_{uw}(z_g)$. Na tej podstawie można utworzyć funkcje zmiany promieni krzywizny z uwzględnieniem czasu pomiaru $R(t)$, również po zakończeniu budowy [9, 12]. Takie zmiany mogą przebiegać w zróżnicowany sposób. Na Rys. 9 przedstawiono wyniki pomiarów nietypowego zachowania się obiektu, w którym nie wystąpiła stabilizacja deformacji po zakończeniu budowy [12]. Obiekt ten charakteryzuje się typowymi parametrami geometrycznymi: $L = 13,5$ m, $H = 4,61$ m oraz $R = 9,9$ m. Powłokę wykonano z blachy faliastej typu SC 380×140×7 mm.

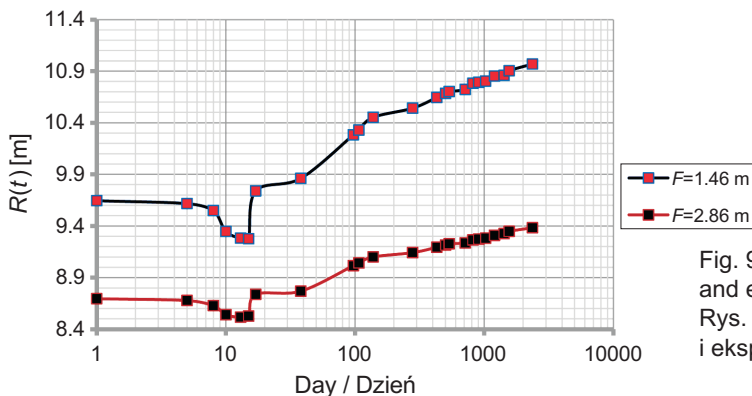


Fig. 9. Changes of shell curvature radii $R(t)$ during construction and exploitation of the object [12]

Rys. 9. Zmiany promieni krzywizny powłoki $R(t)$ podczas budowy i eksploatacji obiektu [12]

Przyjęto w badaniach dwa poziomy położenia punktów pomiarowych A i B, określone przez F , stąd uzyskano również dwie funkcje $R(t)$. Wartościami odnoszącymi w tych wykresach są promienie krzywizny w stanie początkowym, czyli na podstawie geometrii zmontowanej, poddanej ciężarowi własnemu powłoki. Gdy $F_1 = 1,46$ m, stąd $R_o(F_1) = 9,646$ m, a w przypadku niższego poziomu pomiarowego $F_2 = 2,86$ m, otrzymuje się $R_o(F_2) = 8,696$ m. Na Rys. 9 przedstawiono zmiany promieni krzywizn, gdy na osi poziomej podano czas od momentu rozpoczęcia układania zasypki gruntowej. W początkowej fazie budowy maleje promień krzywizny $R(t)$. Gdy zasypka układana jest ponad kluczem następuje przyrost $R(t)$ i trwa to przez cały okres obserwacji podczas eksploatacji. Oznacza to prostowanie się wycinka obwodowego w obszarze klucza powłoki, co stanowi odosobniony przypadek w tych obiektach.

the triangle are small, i.e. when at the same time $F \rightarrow 0$ and $C \rightarrow 0$ from formula (10), unstable results are obtained. For such cases extrapolation should be used. The accuracy of such estimation is higher when measuring points A and B are close to the crown, but the accuracy of displacement readings is then crucial.

5. SHELL DEFORMATION DURING EXPLOITATION

The results shown in Fig. 7 relate to the construction phase as a function of $R_{uw}(z_g)$. On this basis the function of change of curvature radii, which includes the time measurement $R(t)$, can be formulated – also for the period after construction completion [9, 12]. Such changes may have a different course. Fig. 9 shows the results of measurements of untypical behaviour of an object, in which the stabilization of deformation did not occur after construction [12]. This structure is characterized by typical geometrical parameters: $L = 13.5$ m, $H = 4.61$ m and $R = 9.9$ m. The shell is made of a SC 380×140×7 mm corrugated metal sheet.

Two levels of the location of measuring points A and B, defined by F , were assumed in the study, and from this two functions of $R(t)$ were also obtained. The relating values in these schemes are the curvature radii in the initial state, i.e. based on the geometry of an assembled shell subjected to its self-weight. When $F_1 = 1.46$ m, hence $R_o(F_1) = 9.646$ m, and in the case of a lower measurement level $F_2 = 2.86$ m, then $R_o(F_2) = 8.696$ m is obtained. Fig. 9 shows the change in curvature radii with the horizontal axis indicating the time from the moment of the beginning of backfilling. In the initial phase of the construction the curvature radius $R(t)$ is decreasing. When the backfilling is over the crown, an increase of $R(t)$ occurs and it lasts for the entire time of observation during the exploitation stage. This indicates a straightening of the circumferential section in the area of the shell crown, which is an isolated case in the analysed type of structure.

Doraźna (wyrzykowa) kontrola geometrii powłoki oparta jest na pomiarze współrzędnych wybranych punktów pasm obwodowych. Na tej podstawie oblicza się charakterystyki trójkąta równobocznego wpisanego w okrąg (Rys. 5). Z podstawy trójkąta o długości $2C$ wylicza się, jak w (2), wartość:

$$C = \frac{1}{2} \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (z_A - z_B)^2}. \quad (11)$$

Wskaźnik transformacji μ z (4) obliczany jest ze wzoru:

$$\mu = \frac{(x_K - x_A)(x_B - x_K) - (z_A - z_K)(z_B - z_K)}{(z_A - z_K)(x_B - x_K) + (x_K - x_A)(z_B - z_K)}, \quad (12)$$

stąd jest określana wysokość trójkąta F ze wzoru (3), a promień krzywizny R_t z (5). W takim przypadku nie jest wyznaczana deformacja początkowa po montażu i budowie obiektu.

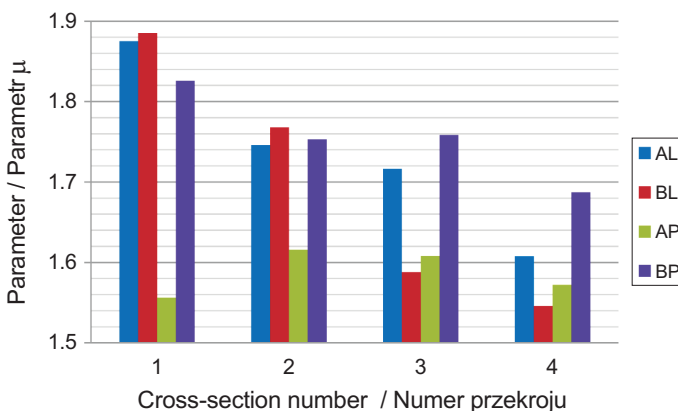


Fig. 10. Values of parameter μ in twin shells
Rys. 10. Wartości parametru μ w powłokach bliźniaczych

Jako przykład zastosowania podanego wyżej algorytmu na Rys. 10 i 11 przedstawiono wyniki badań bliźniaczych obiektów ekologicznych nad autostradą A2 wybudowanych w okolicach Świecka [13]. Analizowano dwa obiekty, stąd cztery powłoki (oznaczone jako AL, AP, BL, BP), przy przyjęciu w każdym obiekcie czterech pasm obwodowych na ich długości (oznaczonych jako 1, 2, 3, 4). Parametry geometryczne powłok o symbolu technicznym SC57S charakteryzują się następującymi wymiarami: wysokość $H = 5,46$ m; rozpiętość $L = 17,67$ m oraz $R = 13,735$ m. Z wartości obliczonych według (1) i podanych na Rys. 10 promieni krzywizny wynika ich znaczne rozproszenie. Zróżnicowane wartości parametru μ , przedstawione na Rys. 11, wynikają również z różnic poziomów pomiarowych, czyli wartości F_A i F_B (zakres zmian 1,23-2,33 m). Z tych pomiarów nasuwa się ogólny wniosek, że w większości

A random verification of the shell geometry is based on the measurement of the coordinates of the selected points of the circumferential band. On this basis, the characteristics of an equilateral triangle inscribed in a circle (Fig. 5) are calculated. From the base of the triangle with the length of $2C$, as was the case in (2), the following value is calculated:

The transformation indicator from (4) is calculated using the formula:

hence the height of the triangle F is determined using formula (3), and the radius of curvature R_t from (5). In such case the initial deformation, after assembly and construction of the object, is not determined.

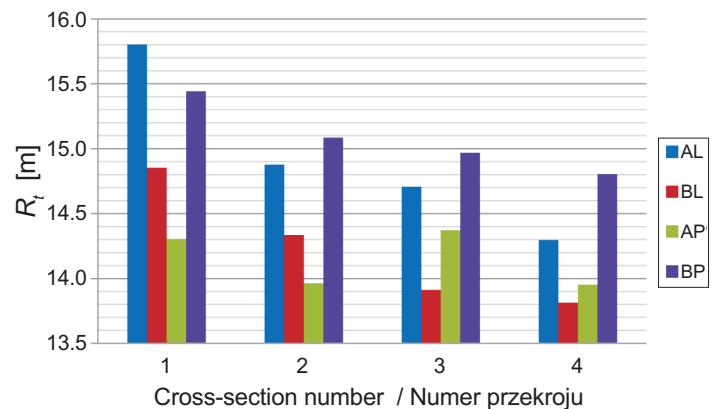


Fig. 11. Radii of curvature of twin shells
Rys. 11. Promienie krzywizny powłok bliźniaczych

As an example of the application of the algorithm indicated above, Fig. 10 and 11 show the results of tests of twin animal overpasses constructed above the A2 motorway near Świecko [13]. Two structures, therefore four shells (designated as AL, AP, BL, BP) and four circumferential bands along the length of each object (marked as 1, 2, 3, 4) were analysed. The geometric parameters of the shells with a technical symbol of SC57S have the following dimensions: height $H = 5.46$ m, span $L = 17.67$ m and $R = 13.735$ m. Results calculated according to (1) given in Fig. 10 indicate their considerable dispersion. The varied values of parameter μ , shown in Fig. 11, also result from the differences of measurement levels, therefore from values F_A and F_B (the range of change 1.23-2.33 m). These measurements form the general conclusion that the backfill self-weight causes straightening,

pasm obwodowych powłok w tych obiektach od ciężaru naziomu występuje ich prostowanie, czyli $R_t > R$.

6. ZMIANA KRZYWIZNY POWŁOKI

Przemieszczenia towarzyszące deformacji powłoki jak na Rys. 1 wykorzystuje się do obliczeń promienia krzywizny R_{uw} , jak we wzorze (10). Jeżeli R_{uw} odnosi się do R_o (po zmontowaniu powłoki), otrzymuje się zmianę krzywizny wycinka pasma obwodowego powłoki [6, 7, 12, 14]:

$$\rho(R_o) = \frac{R_o - R_{uw}}{R_{uw}}, \quad (13)$$

a gdy odnosi się R_{uw} do promienia projektowego R , otrzymuje się:

$$\rho(R) = \frac{R - R_{uw}}{R_{uw}}. \quad (14)$$

Wobec tego w obliczonej zmianie krzywizny ważny jest poziom odniesienia, czyli stan idealny (projektowy) czy też rozpoczynający układanie zasypki (początkowy). We wzorze (13) w R_o ujmuje się faktyczny stan geometrii powłoki przed rozpoczęciem układania zasypki. W przypadku wzoru (14) nie są ujęte efekty obciążeń ciężarem własnym, jak również niedokładności wytwórcze i montażowe powłoki. Nie jest zatem określone w jakim stopniu wpłynęły one na siły wewnętrzne (momenty zginające) w powłoce. Ze wzorów (13) i (14) oraz wyników obliczeń otrzymanych z analizy przykładowego obiektu (Rys. 4) biorą się znaczne różnice, podane w Tabl. 4. Na Rys. 12 przedstawiono wykresy zmian krzywizny w trakcie układania zasypki obliczone ze wzoru (13) przy wykorzystaniu wyników podanych na Rys. 7. W wyniku zastosowanie ekstrapolacji uzyskano wartości ρ , gdy $F = 0$, zestawione w Tabl. 4.

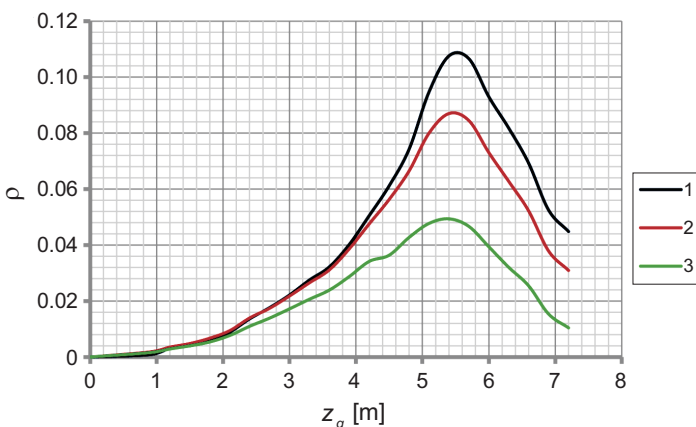


Fig. 12. Changes of the curvature of the shell from Fig. 4 during backfilling
Rys. 12. Zmiany krzywizny podczas układania zasypki w powłoce z Rys. 4

i.e. $R_t > R$, of most of the circumferential bands of shells in these objects.

6. SHELL CURVATURE CHANGE

The displacements accompanying the shell deformation, as shown in Fig. 1, are used to calculate the radius of curvature R_{uw} , as in formula (10). If R_{uw} refers to R_o (after the assembling of the shell), the change in the curvature of the circumferential band section of the shell is obtained as follows [6, 7, 12, 14]:

and when it refers to the designed radius R , the following is obtained:

Therefore, the reference level – the ideal state (designed state) or the one starting the backfilling (initial state) – is important for the calculated change of curvature. In formula (13), the actual state of the shell geometry in R_o before backfilling is included. Whereas in the case of formula (14), the effects of loading with self-weight, as well as manufacturing and assembly inaccuracies of the shell, are not taken into account. It is therefore not determined to what extent they affected the internal forces (bending moments) in the shell. Formulas (13) and (14) and the calculation results obtained from the analysis of the sample object (Fig. 4) give significant differences which are presented in Table 4. Fig. 12 shows the diagrams of curvature changes during backfilling that were calculated from formula (13) using the results shown in Fig. 7. As a result of the application of extrapolation, values ρ when $F = 0$ were obtained and compiled in Table 4.

Table 4. Curvature of the circumferential section of the shell
Tablica 4. Krzywizny wycinka obwodowego powłoki

Measurement level Poziom pomiarowy	$\rho(R)$	$\rho(R_o)$
0 (crown ^{*)} / klucz ^{*)}	0.175000	0.11500
1	0.127980	0.10173
2	0.044560	0.06988
3	0.025096	0.03358

^{*)} extrapolation shown in Fig. 13 / ekstrapolacja podana na Rys. 13

Z wartości $\rho(R_o)$ obliczonej według (13), po uwzględnieniu sztywności na zginanie pasma obwodowego blachy powłoki o szerokości a , czyli EI/a , otrzymuje się moment zginający:

$$M_x = \frac{EI}{a \cdot R_o} \rho(R_o), \quad (15)$$

a stąd naprężenia normalne spowodowane zginaniem w kierunku osi x . Największe wartości ρ w powłokach o kształcie łukowym, jak w analizowanym przypadku, powstają w kluczu powłoki, gdy zasypka osiąga poziom klucza ($z_g \approx H$, Rys. 1). Takiej wartości nie można obliczyć na podstawie przedstawionej w pracy metodyki, bowiem poziomy pomiarowe 1, 2, 3, 4, 5, jak na Rys. 3, są oddalone od klucza. Do oszacowania wartości $\rho(F=0)$ wykorzystuje się ekstrapolację wykresu $\rho(F)$ podaną na Rys. 13 i Tabl. 4. Zatem dokładność wyniku zależy od rozmieszczenia punktów pomiarowych w części górnej powłoki [6-8].

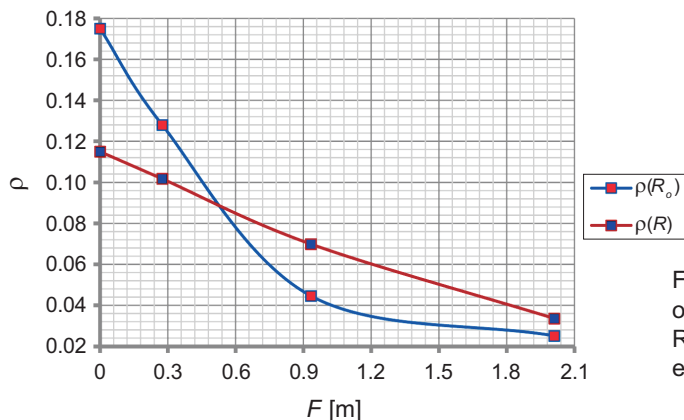


Fig. 13. Estimation of the curvature in the shell crown with the use of extrapolation of function $\rho(F)$
Rys. 13. Szacowanie krzywizny w kluczu powłoki z wykorzystaniem ekstrapolacji funkcji $\rho(F)$

W przypadku stosowania w badaniach powłoki pomiarów odkształceń jednostkowych (tensometrycznych) wyznacza się siły osiowe i momenty zginające w kierunku obwodowym pasma [2, 6, 14]. Wobec tego korzystając z zależności (15) można również określić krzywiznę, tym razem w analizowanym przekroju, a nie w wycinku powłoki, jak w niniejszej pracy. Wynik obliczeń uzyskany ze wzoru:

$$\rho(R_o) = \frac{a \cdot R_o}{EI} M_x \quad (16)$$

można odnosić do rezultatów uzyskanych z deformacji pasma obwodowego powłoki, jak w tej pracy. Zatem wyniki pomiarów tensometrycznych i obliczonych na tej podstawie momentów zginających podanych w pracach [2, 6, 15-18] można bezpośrednio odnosić np. do wykresów podanych na Rys. 8, 9 i 11. W tym przypadku w wartościach M_x ujmując się poziom odniesienia, co widoczne jest we wzorze:

From the value $\rho(R_o)$ calculated according to (13), and after taking into account the bending stiffness of the circumferential band of the shell with width a , that is EI/a , the following bending moment is obtained:

and from this also normal stresses caused by the bending in the direction of the x axis. The highest values of ρ in the arc-shaped shells, as in the presented case, occur in the shell crown when the backfill reaches its level ($z_g \approx H$, Fig. 1). Such a value cannot be calculated on the basis of the methodology that is presented in the paper, as measurement levels 1, 2, 3, 4 and 5, as shown in Fig. 3, are distant from the crown. To estimate the value of $\rho(F=0)$, extrapolation of the diagram $\rho(F)$, which is given in Fig. 13 and Table 4, is used. Thus, the accuracy of the result depends on the distribution of measuring points on the upper part of the shell [6-8].

In the case of using measurements of unit deformations of the shell (with strain gauges), axial forces and bending moments in the circumferential direction of the band are determined [2, 6, 14]. Therefore, using relation (15) the curvature can also be determined, but this time in the analysed cross-section and not in the section of the shell as in the presented study. The calculation result obtained from the formula:

can be, as in this paper, referred to the results obtained from the deformation of the circumferential band of the shell. Thus, the results of strain gauge measurements and bending moments, calculated on their basis and given in [2, 6, 15-18], can be directly related to e.g. the diagrams presented in Fig. 8, 9 and 11. In this case, the values of M_x include the reference level, which is shown in the formula:

$$R_{uw} = \frac{R_o}{1 + \rho(R_o)} = \frac{\frac{EI_x}{a}}{M_x + \frac{a}{R_o}} \quad (17)$$

Przyrost promienia krzywizny ($R_{uw} > R_o$) zależy od znaku krzywizny $\rho(R_o)$, a więc momentu zginającego. Ponadto porównanie momentów zginających i naprężeń normalnych uzyskanych z przemieszczeń, czyli wyników pomiarów geodezyjnych, oraz obliczonych na podstawie odczytów tensometrycznych (traktowanych jako dokładne) przedstawiono w pracach [6, 14]. Wyniki te wskazują na skuteczność pomiarów geodezyjnych stosowanych na budowie do oceny bezpieczeństwa obiektów gruntowo-powłokowych podczas ich budowy.

7. WNIOSKI

W założeniach projektowych obiektów gruntowo-powłokowych promień krzywizny górnej części pasma obwodowego powłoki wynosi R . Po zmontowaniu powłoki z arkuszy blach falistych i podczas układania zasypki oraz podbudowy z nawierzchnią, a także w trakcie eksploatacji obiektu konstrukcja kształtu powłok jest złożona. W pracy analizuje się deformację górnego wycinka powłoki z zastosowaniem jako miary promienia krzywizny. Wyznacza się go z zależności geometrycznych na podstawie współrzędnych trzech punktów położonych na wycinku powłoki: dwóch punktów tworzących cięciwę oraz punktu środkowego w kluczu powłoki. Te trzy punkty tworzą dowolny trójkąt wpisany w koło o poszukiwanym promieniu krzywizny.

Współrzędne takiego trójkąta zmieniają swoje położenie podczas budowy i eksploatacji obiektu, w związku z tym tworzą się trójkąty o dowolnej geometrii. W pracy zaproponowano procedurę transformacji ortogonalnej takich trójkątów, utworzonych ze współrzędnych punktów pomiarowych, do trójkąta równobocznego o poziomej podstawie. Z uwagi na powstawanie niesymetrycznej deformacji powłoki wprowadza się dodatkowy punkt wierzchołkowy o zmiennym położeniu.

Wyznaczana w ten sposób zmiana promienia krzywizny pozwala na szacowanie momentów zginających i naprężeń normalnych. Takie wyniki służą do oceny bezpieczeństwa powłoki podczas budowy i użytkowania obiektu. W pracy podano przykłady analizy zmian promienia krzywizny powłoki. Rozpatrzono cztery przypadki deformacji powłoki:

- po montażu powłoki R_o ,

The increase in the radius of curvature ($R_{uw} > R_o$) depends on the sign of curvature $\rho(R_o)$, and therefore the bending moment. Furthermore, a comparison of the bending moments and normal stresses that were obtained from the displacements, thus the geodetic measurements, and those calculated on the basis of strain gauge measurements (treated as precise) is shown in papers [6, 14]. These results indicate the effectiveness of geodetic measurements used on construction sites to evaluate the safety of soil-steel structures during their construction.

7. CONCLUSIONS

In the design assumptions of soil-steel structures, the radius of curvature of the upper part of the circumferential band of the shell is equal to R . After installation of a shell made of corrugated metal sheets and during backfilling, and road paving, but also during the exploitation, the structural shape of the shell is complex. The paper analyses the deformation of the upper section of the shell with the use of a radius of curvature as a measurement. It is determined from the geometrical relations on the basis of coordinates of three points located on the section of the shell: two points forming the chord and the midpoint in the shell crown. These three points form a random triangle inscribed in a circle with the required radius of curvature.

The coordinates of such a triangle change their position during the construction and exploitation of a structure, and therefore new triangles of any geometry are created. The paper proposes a procedure of orthogonal transformation of such triangles, which are formed from the coordinates of the measuring points, to an equilateral triangle with a horizontal base. Due to the formation of asymmetrical deformations of the shell, an additional vertex point with a variable location is introduced.

The change of the curvature radius, which was determined in this way, allows bending moments and normal stresses to be estimated. These results are used to assess the safety of a shell during the construction and exploitation of a structure. The paper presents examples of analysis of changes in the curvature radius of a shell. The following four cases of shell deformation were considered:

- obiektu podczas układania zasypki gruntowej R_{uw} ,
- zmian podczas eksploatacji obiektu $R(t)$,
- wyrywkowej kontroli geometrii obiektu ekologicznego R_l .

Do analizy takich przypadków wystarczające są pomiary geodezyjne z określeniem położenia punktów w układzie przestrzennym [14].

- after installation of a shell R_o ,
- during backfilling R_{uw} ,
- changes during the exploitation stage $R(t)$,
- random verification of the R_l geometry.

For the purpose of analysis of such cases, surveying that specifies the location of points in a spatial arrangement are sufficient [14].

BIBLIOGRAFIA / REFERENCES

- [1] Machelski C., Mońka M.: Prognosis and measurements of deformation of soil-steel structure settled on steel corrugated plate foundations. Archives of Institute of Civil Engineering, **12**, 2012, 147-156
- [2] Kunecki B., Korusiewicz L.: Field tests of large-span metal arch culvert during backfilling. Roads and Bridges - Drogi i Mosty, **12**, 3, 2013, 283-295
- [3] Machelski C., Janusz L.: Deformations of Corrugated Steel Tunnel During Construction, in: Underground Infrastructure of Urban Areas 3. Taylor & Francis Group, London, 2015, 97-104
- [4] Kunecki B.: Field Test and Three-Dimensional Numerical Analysis of Soil-Steel Tunnel During Backfilling. Solid Mechanics, **2462**, 2014, 55-60
- [5] Wadi A., Pettersson L., Karoumi R.: Flexible culverts in sloping terrain. Numerical simulation of soil loading effects. Engineering Structures, **101**, 2015, 111-124
- [6] Machelski C.: Budowa konstrukcji gruntowo-powłokowych. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław, 2013
- [7] Machelski C.: Zmiany promienia krzywizny powłoki mostowego obiektu gruntowo-powłokowego podczas budowy. Roads and Bridges - Drogi i Mosty, **9**, 4, 2010, 47-67
- [8] Machelski C.: Dependence of deformation of soil-shell structure on the direction of load passage. Roads and Bridges - Drogi i Mosty, **13**, 3, 2014, 223-233
- [9] Machelski C., Mońka M.: The changes of forces and displacements of a soil-steel structure in the function of time. V Międzynarodowa Konferencja Mostowa "Mosty Tradycja i Nowoczesność", Bydgoszcz, 2015, 113-121
- [10] Cowherd D.C., Corda L.J.: Lesson learned from culvert failures and non-failures. 89th Annual Meeting Transportation Research Board, Washington, 2010, 10-0903
- [11] Czerepak A., Zouhar J.: Deformation control during assembly and backfilling of a corrugated steel structure. Archives of Institute of Civil Engineering, **12**, 2012, 85-93
- [12] Machelski C., Janusz L., Michalski J.B.: Estimation of Stress level in the Corrugated Soil-Steel Structure Based on deformation in the Crown. 95th Annual Meeting Transportation Research Board, Washington, **620**, 2016, 15-3359
- [13] Madaj A., Bednarek B.: Animal passages over the A2 motorway. Archives of Institute of Civil Engineering, **12**, 2012, 167-174
- [14] Machelski C.: Skuteczność pomiarów geodezyjnych podczas budowy obiektów gruntowo-powłokowych. Mosty, **8**, 2016, 24-28
- [15] Pettersson L.: Full Scale Tests and Structural Evaluation of Soil Steel Flexible Culverts with low High of Cover. Doctoral Thesis in Civil and Architectural Engineering, Stockholm, 2007
- [16] Bayoglu Flener E., Sundquist H.: Full-scale testing of two corrugated steel box culverts with different crown stiffness. Archives of Institute of Civil Engineering, **1**, 2007, 35-44
- [17] Manko Z., Bęben D.: Research on Steel Shell of a Road Bridge Made of Corrugated Plates during Backfilling. Journal of Bridge Engineering, **10**, 5, 2005, 592-603
- [18] Pettersson L., Bayoglu Flener E., Sundquist H.: Design of Soil-Steel Composite Bridges. Structural Engineering International, **25**, 2, 2015, 159-172