MEHDI MODABBERIFAR¹⁾MILAD ROUDI²⁾EHSAN SOURY³⁾

NUMERICALLY BASED STATISTICAL ANALYSIS OF PARAMETERS EFFECTS ON FRP HONEYCOMB SANDWICH PANELS SUBJECTED TO TORSIONAL LOADING

ANALIZA STATYSTYCZNA WYNIKÓW NUMERYCZNEJ ANALIZY PARAMETRÓW KONSTRUKCYJNYCH PŁYT Z KOMPOZYTÓW FRP Z WYPEŁNIENIEM O STRUKTURZE PLAISTRA MIODU POD OBCIĄŻENIEM MOMENTEM SKRĘCAJĄCYM

STRESZCZENIE. Płyty z kompozytów FRP z wypełnieniem o strukturze plastra miodu znajdują w ostatnich latach coraz szersze zastosowanie w różnych gałęziach przemysłu. W niniejszej pracy przeprowadzono analizę numeryczno-statystyczną parametrów belek wykonanych z tego materiału w warunkach obciążenia momentem skręcającym. Artykuł przedstawia wyniki badania wpływu parametrów geometrycznych badanego materiału na maksymalne odkształcenia ścinające w warstwie okładziny i w wypełnieniu oraz na wartość kąta skręcenia pod obciążeniem momentem skręcającym. Metodami numerycznymi zbadano wpływ grubości wypełnienia i okładzin oraz kształtu, wielkości i grubości ścian komórek na właściwości mechaniczne ustroju. Za pomocą metody Taguchi opracowano projekt eksperymentu w celu wyznaczenia optymalnej kombinacji parametrów niezbędnych do uzyskania maksymalnej sztywności ustroju. Wyniki wskazują, że parametry, które mają największy wpływ na wartość kąta skręcenia oraz na maksymalne odkształcenia ścinające w warstwie okładziny i w wypełnieniu to wielkość komórki i grubość warstwy okładziny.

SŁOWA KLUCZOWE: element skończony, obciążenie momentem skręcającym, płyty z kompozytów FRP o strukturze plastra miodu.

ABSTRACT. In recent years, honeycomb fiber reinforced plastic (FRP) sandwich panels have been increasingly used in various industries. The objective of this study is to conduct a combined numerical-statistical investigation of honeycomb FRP sandwich beams subject to torsion load. In this paper, the effect of geometric parameters of sandwich panel on maximum shear strain in both face and core and angle of torsion in a honeycomb FRP sandwich structures in torsion is investigated. Effects of parameters including core thickness, face skin thickness, cell shape, cell size, and cell thickness on mechanical behavior of the structure were numerically investigated. Taguchi method was employed as experimental design and an optimum parameter combination for the maximum structure stiffness has been obtained. The results showed that cell size and face skin thickness have the most significant impacts on torsion angle, maximum shear strain in face and core.

KEYWORDS: finite element analysis, FRP, geometrical parameters, honeycomb sandwich panel, torsion.

DOI: 10.7409/rabdim.016.007

¹⁾ Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Arak University, Arak 3815688349, Iran; m-modabberifar@araku.ac.ir (✉)

²⁾ Department of Mechanical Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Arak 1477893855, Iran; milad.roudi@gmail.com

³⁾ Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Arak University, Arak 3815688349, Iran; e-soury@araku.ac.ir

1. WPROWADZENIE

Dzięki swej lekkości płyty warstwowe z wypełnieniem o strukturze plastra miodu znalazły w ostatnich latach szerokie zastosowanie w przemyśle samochodowym i lotniczym. W niektórych zastosowaniach wykorzystuje się ich zdolność do pochłaniania energii. Szczególnie cenioną zaletą tego materiału jest wysoki stosunek wytrzymałości do wagi. Zastosowanie coraz doskonalszych tworzyw zbrojonych włóknem szklanym umożliwiło wykorzystanie tego materiału w ustrojach o strukturze plastra miodu, w szczególności w pomostach obiektów mostowych oraz w zastosowaniach lotniczych. Konstrukcje z kompozytów FRP przy małej sztywności podlegają dużym odkształceniom. W tej sytuacji szczególnego znaczenia nabiera możliwość przewidywania ich pracy oraz reakcji na różne warunki obciążenia.

Coraz częściej konstrukcje o strukturze płyty warstwowej wykorzystywane są w celu zwiększenia sztywności na skręcanie. Spośród przykładowych zastosowań wymienić można karoserie i podłogi samochodów, skrzydła samolotów oraz pomosty drogowych obiektów mostowych. Przegląd modeli obliczeniowych wykorzystywanych do analiz płyt warstwowych znaleźć można w pracy Noor i in. [1]. Ying-sh i in. przeprowadzili analizę rozkładu naprężeń tnących wywołanych przez moment skręcający w skrzydle samolotu o strukturze plastra miodu [2]. Sztywność ścinania tego typu konstrukcji wyznaczyli metodą analityczną Qiao i in [3]. Autorem koncepcji wykorzystania belek warstwowych z kompozytów FRP w konstrukcji pomostu obiektów mostowych jest Plunkett [4]. Robinson i in. [5] przeprowadzili badanie wytrzymałości belek z kompozytu FRP z wypełnieniem typu plaster miodu o przebiegu falistym w kierunku poziomym i pionowym pomiędzy okładzinami. Wyniki analizy MES oraz badań doświadczalnych wskazują, że zastosowanie wartości zastępczych pozwala prawidłowo przewidzieć sposób pracy ustrojów z kompozytów FRP z wypełnieniem o strukturze plastra miodu. Metodę optymalizacji minimalnej masy własnej tego typu ustrojów z zachowaniem wymaganej sztywności na skręcanie i zginanie zaproponowali Li i in. [6, 7].

Wpływ parametrów geometrycznych płyt z kompozytów FRP o strukturze plastra miodu na właściwości mechaniczne konstrukcji jest zagadnieniem złożonym, które pomimo przeprowadzonych badań nie zostało dotąd w pełni rozpoznane. W niniejszym artykule szczególną uwagę zwrócono na kąt obrotu i maksymalne wartości odkształceń ścinających w okładzinach i wypełnieniu płyt z kompozytów FRP o strukturze plastra miodu pod wpływem obciążenia

1. INTRODUCTION

In recent years the honeycomb sandwich panels have been widely used in the automotive and aerospace industries due to the advantage of lightweight. In some applications these structures are used for energy absorbing. High strength-to-weight ratio is the prominent characteristic of this structure. By improving fiber-reinforced plastic (FRP) material, the use of these components in honeycomb sandwich structures, especially in the bridge deck and aerospace industries, was begun. Because of low stiffness, FRP structures exhibit large deformation. Therefore, predicting their behavior and response under different types of loading is important.

Sandwich structures are increasingly used to provide torsional rigidity. Examples include body and floor pan of automotive vehicles, airplane wings and highway bridge decks. The computational models of sandwich panels were reviewed by the Noor et al. [1]. Ying-sh et al. analyzed shear stress distribution of the torsional torque on the aircraft wing honeycomb structure [2]. Qiao et al. [3] calculated the shear stiffness of honeycomb sandwich structures using the analytical method. The idea of using FRP sandwich beam in highway bridge deck was introduced by Plunkett [4]. Robinson et al. [5] investigated the torsional and bending strength of FRP honeycomb sandwich beams with sinusoidal core geometry in the plane and extending vertically between face laminates. The results of the finite element modeling and experimental testing indicate that equivalent panel properties can be utilized to predict correctly the responses of the FRP honeycomb sandwich structure. Li et al. [6, 7] presented a minimum weight optimization method for sandwich structures to meet both torsion and bending rigidity requirements.

Despite the above-mentioned studies, the effect of geometric parameters of FRP honeycomb sandwich panels on mechanical behavior of the structure has not been fully explored due to the complexity of the issue. In this paper a focus is made on investigating the angle of rotation and maximum shear strain in both face and core of a FRP honeycomb sandwich panel subjected to torsional loading. The aim of this research is to analyze the influence of geometric parameters including core thickness, cell thickness and shape, face skin thickness and cell size on mechanical behavior of the composite honeycomb sandwich panel using numerical-statistical method. This is done by means of variance analysis (ANOVA). Further regression analysis is used to establish the correlation

momentem skręcającym. Celem badania było ustalenie wpływu parametrów geometrycznych obejmujących grubość wypełnienia, grubość i kształt ściany komórki, grubość okładziny i wielkość komórki na właściwości mechaniczne badanych płyt przy użyciu metody numeryczno-statystycznej. W tym celu wykorzystano analizę wariancji (ANOVA). Następnie zastosowano analizę regresji w celu skorelowania czynników z wynikami procesu (kąt obrotu, maksymalne odkształcenia ścinające w warstwie okładziny i w wypełnieniu). Stwierdzono przydatność wyznaczonych równań regresji wielomianowej odpowiedniego stopnia do oceny równań prognostycznych. Na koniec ustalono i zweryfikowano optymalne poziomy wartości czynników wpływu.

2. KONSTRUKCJA PŁYT O STRUKTURZE PLAISTRA MIODU

Pod pojęciem konstrukcji warstwowych rozumie się sztywne i wytrzymałe elementy konstrukcji zbudowane z dwóch płyt okładzinowych z lekkim wypełnieniem pomiędzy nimi. Niska gęstość materiału rozdzielającego okładziny, który przenosi większą część przyłożonych obciążeń, pozwala zwiększyć moment bezwładności całego ustroju bez znaczącego wzrostu masy własnej, co w efekcie pozwala uzyskać racjonalnie zaprojektowaną konstrukcję. Płyty warstwowe produkowane są w różnych kształtach i wymiarach, a jedną z ich odmian stanowią płyty z wypełnieniem o strukturze plastra miodu. Komórki wypełnienia mogą przybrać różne kształty, np. kwadratowy, heksagonalny, trójkątny lub falisty (sinusoidalny). Ogólny schemat konstrukcji płyt o strukturze plastra miodu przedstawia Rys. 1. Dzięki swym niewątpliwym zaletom, takim jak wysoki stosunek wytrzymałości do masy własnej, wysoka sztywność oraz duża zdolność pochłaniania energii płyty warstwowe z kompozytów FRP znajdują coraz większe zastosowanie jako alternatywa dla tradycyjnie wykorzystywanych płyt metalowych. Konstrukcje warstwowe z kompozytów znalazły szerokie zastosowanie w konstrukcji statków, samolotów oraz pomostów obiektów mostowych. W większości zastosowań są one obciążone momentami skręcającymi. Na właściwości mechaniczne analizowanych płyt wpływ mają takie parametry jak grubość wypełnienia, kształt i grubość ściany komórki, grubość okładziny oraz wielkość komórki. Celem niniejszej pracy jest zbadanie wpływu tych parametrów na odkształcenia ścinania i kąt obrotu pod wpływem obciążenia momentem skręcającym.

between factors and responses (angle of rotation, maximum shear strain in face and core). The appropriate degrees of the found polynomial regression equations are considered to be useful evaluation of the predictive equations. Finally, the optimal factor levels are obtained and evaluated.

2. THE STRUCTURE OF HONEYCOMB SANDWICH PANELS

Rigid and strong structural members made of two faces which are separated by a lightweight core are known as sandwich structures. The separation of faces, which carry the majority of the applied load, by a low density core increases the moment of inertia of the structure with little increase in weight, producing an efficient structure. Sandwich panels in various shapes and sizes are used in industry, and one of them are honeycomb sandwich panels. Their core cell can be found in different forms, such as square, hexagonal, triangular and sinus. Fig. 1 shows the basic structure of honeycomb sandwich panels. FRP sandwich panels have been increasingly used as an alternative to traditional metallic panels due to its superior properties, like high strength to weight ratio, high stiffness and high energy absorption. The composite sandwich structures are widely used in boats, aircraft and bridge decks. Most of sandwich structures are subjected to torsional loading. The geometric characteristics of the honeycomb sandwich panels including core thickness, cell thickness and shape, face skin thickness and cell size are effective on mechanical behavior of the panels. The influence of these parameters of sandwich panels on the shear strain and the angle of rotation during torsional loading is investigated in the present paper.

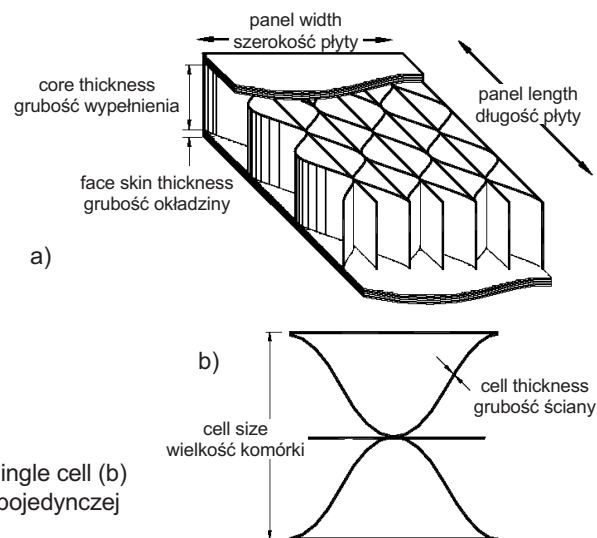


Fig. 1. The basic structure of honeycomb sandwich panels (a) and the single cell (b)
Rys. 1. Ogólny schemat konstrukcji płyt o strukturze plastra miodu (a) i pojedynczej komórki (b)

3. SYMULACJA MES KONSTRUKCJI
Z WYPEŁNIENIEM O STRUKTURZE
PLASTRA MIODU OBCIĄŻONYCH
MOMENTEM SKRĘCAJĄCYM

Symulację pracy belki o strukturze plastra miodu z kompozytu FRP obciążonej momentem skręcającym przeprowadzono przy wykorzystaniu metody elementów skończonych (MES). Model zbudowano z elementów powłokowych. Jako materiały na fazy składowe kompozytu FRP, z którego wykonano zarówno okładziny, jak i wypełnienie, wykorzystano włókno szklane typu E-glass oraz żywicę poliestrową, a ich właściwości materiałowe podano w Tabl. 1.

Material / Materiał	<i>E</i> [GPa]	<i>G</i> [GPa]	<i>ν</i> [-]	<i>ρ</i> [g/cm ³]
E-glass fiber / Włókno szklane typu E-glass	72.4	28.8	0.255	2.55
Polyester resin / Żywica poliestrowa	5.06	1.63	0.300	1.14

Zbrojenie okładzin stanowiących przedmiot badania zbudowane jest z dwóch warstw dwuwarstwowej maty o budowie kombinowanej z tkanin zszywanych (SF) o ułożeniu 0°/90° oraz warstwy maty z ciągłych włókien szklanych (ContSM) o przypadkowej orientacji. Konstrukcję uzupełnia sześć warstw jednokierunkowej maty o budowie kombinowanej obejmującej warstwę jednokierunkową, warstwę z ciągłych włókien szklanych (ContSM) oraz jedną warstwę szepiąjącą z krótkich włókien ciętych (ChopSM) o przypadkowej orientacji, dzięki czemu materiał uzyskuje prawie izotropowe właściwości w płaszczyźnie płyty. Materiał wypełnienia zbudowany jest z jednej warstwy ContSM. Po ustaleniu właściwości mechanicznych płyty przeprowadzono siatkowanie jej modelu. Następnie zastosowano warunki brzegowe i warunki obciążenia. Jako że podstawowym kształtem funkcjonalnym wypełnienia jest sinusoida, część falistą wypełnienia przedstawiono za pomocą elementów powłokowych opisanych krzywymi parabolicznymi. W ten sposób wypełnienie zostało zamodelowane przy pomocy 8-węzłowych elementów powłokowych z wykorzystaniem techniki całkowania zredukowanego. W celu jak najwierniejszego oddania rzeczywistej geometrii płyty każdy czterocalowy odcinek przebiegu fali zamodelowano za pomocą 8 elementów. W przypadku elementów płaskich każdy odcinek czterocalowy zamodelowano za pomocą 4 elementów. Górny i dolny arkusz okładziny zamodelowano za pomocą 6-węzłowych trójkątnych warstwowych elementów powłokowych, uzyskując model materiału ortotropowego w płaskim stanie naprężenia. Jako

3. FINITE ELEMENT SIMULATION
OF HONEYCOMB SANDWICH
STRUCTURES UNDER TORSION

In order to simulate the responses of the FRP honeycomb sandwich beam under torsion, finite element analysis was performed. The model was created using shell elements. The constituent materials used for the FRP honeycomb sandwich panel (both face laminates and core) are E-glass fibers and polyester resin, and their material properties can be found in Table 1.

Table 1. Properties of the constituent materials
Tablica 1. Właściwości materiałów stanowiących fazy składowe kompozytu

In this research, the fiber system of the face laminate includes two layers of specified bi-ply combination mat consisting of a 00/900 stitch fabrics (SF) and a continues strand mat (ContSM) layer, compound of continuous randomly oriented fibers. It consists as well of six layers of unidirectional combination mat comprising an unidirectional layer, a ContSM layer, and one bonding layer chopped strand mat (ChopSM), which is made of randomly oriented short fibers, resulting in nearly isotropic in-plane properties. The core consists of one ContSM layer. After determining the mechanical properties of the sandwich panel, it was meshed. Next boundary and loading conditions were applied. Since the main shape function of the core is sinusoidal, shell elements defined by parabolic curves were used in creating the sinusoidal portion of the core. Thus, the core consisted of 8-node shell elements using reduced integration. Eight elements were used in each four-inch span of wave, attempting to match the actual panel geometry as best as possible. For the flat parts, four elements were used in a four-inch span. The top and bottom face sheets were modeled using 6-node triangular layered shell elements with orthotropic 2D material properties. The boundary conditions used in the finite element analysis are fixed at one end of the panel and free at the opposite end. The torque was applied using a coupled traction loading on the edge nodes of the free end of the model. The amount of applied torque was 1000 pounds-inch. The angle of rotation and shear strains of interest can be directly obtained from

warunki brzegowe analizy MES przyjęto jednostronne utwierdzenie płyty ze swobodnym podparciem na drugim końcu. Moment obrotowy wprowadzono w formie sprzężonego obciążenia odrywającego oddziałującego na węzły brzegowe swobodnego końca modelu. Zastosowano moment obrotowy 1000 funtów na cal⁴⁾. Z wartości momentu można bezpośrednio obliczyć interesujące nas odkształcenia ścinające i kąt obrotu. Schemat modelu oraz wprowadzone do niego warunki brzegowe i warunki obciążenia przedstawiono na Rys. 2.

Fig. 2. The model with boundary and loading conditions
Rys. 2. Model uwzględniający warunki brzegowe i warunki obciążenia

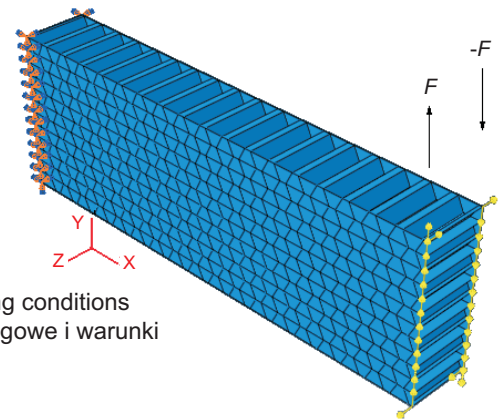
W celu określenia sposobu reakcji konstrukcji na obciążenie skręcające w analizie uwzględniono kąt obrotu oraz odkształcenia ścinające, jak również kryterium wyznaczania sztywności na skręcanie. Maksymalne odkształcenia ścinające w wypełnieniu i w okładzinach oraz kąt obrotu mogą wskazywać na koncentrację naprężeń i odkształceń w analizowanej konstrukcji. Przesunięcie poprzeczne węzłów centralnych górnej i dolnej płyty można wykorzystać do wyznaczenia trójkąta prostokątnego. Ponadto korzystając z techniki przybliżenia małych kątów możliwe jest obliczenie kąta skręcenia, dzieląc sumę przemieszczeń przez odległość między nimi w płaszczyźnie pionowej. Kąt skręcenia wyznaczono korzystając z poniższego wzoru, a oznaczenia są zgodne ze szkicem obrotu przekroju na Rys. 3:

$$\theta = (|\delta_1| + |\delta_2|) / h. \quad (1)$$

Odształcenia sprężyste i trwałe pod wpływem obciążenia skręcającego wyznaczono osobno dla ściany komórki i płyty okładziny ze względu na różne grubości obu tych elementów. W ustrojach o przekroju prostokątnym maksymalne naprężenia występują na zewnętrznej okładzinie (w połowie długości większego boku). Wyniki symulacji potwierdzają, że maksymalne odkształcenia w wypełnieniu i w warstwie okładziny występują w punktach położonych w połowie długości boków. W celu ustalenia wpływu parametrów geometrycznych na sposób reakcji konstrukcji na obciążenie momentem skręcającym konieczne jest przeprowadzenie szeregu symulacji. Analizę wpływu parametrów geometrycznych przeprowadzono przy wykorzystaniu metody statystycznej. Ze względu na długi okres symulacji do zaprojektowania eksperymentów wykorzystano metodę Taguchi.

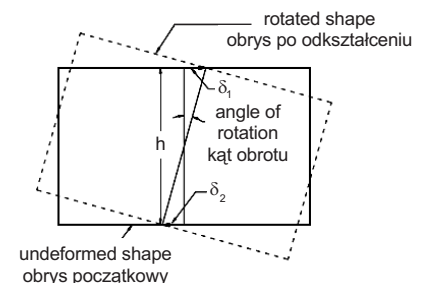
Fig. 3. Rotated cross-section of a FRP beam sample in torsion
Rys. 3. Próbkę belki z kompozytu FRP odkształconą w wyniku przyłożenia momentu obrotowego

it. Fig. 2 shows the model as well as boundary and loading conditions.



In order to study the mechanical behavior of the structure subjected to torsional loading, the angle of rotation and shear strain were considered, as well as the criterion for determining the torsional stiffness. The maximum shear strain in the core and face, as well as the angle of rotation can indicate stress concentration and strain in the structure. The lateral displacement of the center nodes on the top and bottom plates can be used to define a right triangle. Furthermore, using the small angle theory, the sum of their displacements can be divided by their vertical distance to give the angle of a twist. Fig. 3 presents a sketch of the rotation of the cross-section, which is used to calculate the angle of a twist as:

Since the cell and face have different thickness, strain and deformation of the structures under torsion were investigated in each case. In structures with rectangular cross-section, the maximum stress occurs on the external face (in the middle of the larger side). Here, the simulation results confirm that the maximum strain in the core and face occurs in the middle of the sides. To determine the effect of geometric parameters on the mechanical behavior of the structure under torsional loading, numerous simulations are needed. In this paper, effects of geometric parameters were analyzed using statistical method. Due to the long duration of the simulations, the method of Taguchi was selected for designing the experiments.



⁴⁾ 1 cal (ang. in) = 25,4 mm; 1 funt (ang. pound) = 0,454 kg

4. EKSPERYMENTALNA OCENA
SYMULACJI MES

W celu oceny wyników symulacji MES wyprodukowano i poddano badaniom w maszynie do badania wytrzymałości na skręcanie jedną próbkę belki z kompozytu FRP o strukturze plastra miodu. Próbką ta miała długość 12 cali i szerokość 12 cali (kształt komórki: kwadrat, wielkość komórki: 2 cale, grubość okładziny: 0,2 cala, grubość ściany komórki: 0,08 cala, moment obrotowy: 1000 funtów na cal). Badanie polegało na trzykrotnym obciążeniu i odciążeniu próbki. Stanowisko badawcze przedstawiono na Rys. 4. W Tabl. 2 zestawiono wyniki próby skręcania próbki belki z kompozytu FRP o strukturze plastra miodu z wynikami analizy symulacji MES modelu takiego ustroju obciążonego momentem skręcającym. Z porównania wartości wyniku rozbieżność między wynikiem badania eksperymentalnego a wynikiem symulacji numerycznej. Wśród możliwych przyczyn rozbieżności wymienić można niedokładność procedury badawczej, niedokładność stałych materiałowych – modułu ścinania w płaszczyźnie i prostopadle do płaszczyzny oraz jakość wykonania próbki.

Table 2. Comparison of FEM and experimental values of rotation
Tablica 2. Porównanie wartości kąta obrotu uzyskanych w analizie MES z wartościami zmierzonymi

Sample Próbka #1	Angle of rotation Kąt obrotu [rad]				Average difference from FEM Średnia różnica w stosunku do wartości MES [%]
	FEM MES	Experimental Wartości zmierzone			
	0.000511	0.000555	0.000572	0.000565	
					10.46

5. PLANOWANIE EKSPERYMENTÓW
W CELACH SYMULACJI

Rodzaje i wartości parametrów przyjęto na bazie dostępnej na rynku belki z kompozytu FRP o strukturze plastra miodu (Kansas Structural Composites Inc. z siedzibą w Russell, Kansas). Analizowany ustrój miał długość 36 cali i szerokość 12 cali. Jako parametry wyjściowe (czynniki) przyjęto pięć parametrów decydujących o sztywności na skręcanie i rozkładzie naprężeń w konstrukcji. Uwzględnione w badaniu czynniki oraz ich poziomy przedstawiono w Tabl. 3. Jak wspomniano wcześniej w planowaniu eksperymentów wykorzystano metodę Taguchi [8].

4. EXPERIMENTAL EVALUATION OF
FINITE ELEMENT SIMULATION

For validating finite element simulation results, torsion testing was performed on one fabricated sample of FRP honeycomb sandwich beam using a torsion testing machine. Sandwich structure with a length of 12 inches and a width of 12 inches was chosen (cell shape: square, cell size: 2 (in), face thickness: 0.2 (in), cell thickness: 0.08 (in), torque: 1000 pounds-inch). The sample was loaded and unloaded three times. Fig. 4 shows an experimental setup. The experimental torsion test results of the FRP sandwich beam sample versus the finite element modeling (FEM) result of the sample in torsion are shown in Table 2. The comparison of the experimental test results and numerical simulation result reveal a difference between the finite element modelling and experimental evaluation. There are several possible reasons for this discrepancy, including testing inaccuracies, inaccuracy of the in-plane and out-of-plane shear moduli material constants, as well as the quality of manufactured FRP honeycomb sandwich beam.

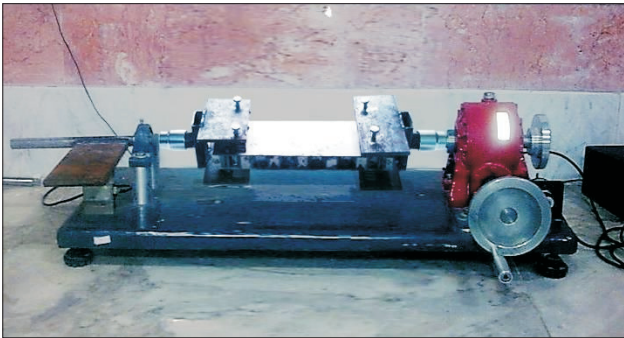


Fig. 4. Experimental setup of torsion testing
Rys. 4. Widok stanowiska badawczego do próby skręcania

5. DESIGN OF EXPERIMENTS FOR
SIMULATIONS

Selection of parameters and their levels was based on a commercial FRP honeycomb sandwich beam (KSCI, Russell, Kansas). Sandwich structure with a length of 36 inches and a width of 12 inches was chosen. Input parameters (factors) are five important parameters influencing torsional stiffness and stress distribution in the structures. Table 3 shows the factors and their levels determined in this study. As mentioned before, the design of experiments was performed through Taguchi method of the experimental design [8].

Opisane w niniejszej pracy eksperymenty polegały na symulacji warunków obciążenia za pomocą metody elementów skończonych oraz przy zastosowaniu zadanych parametrów. Liczba i poziomy czynników wymagały przeprowadzenia łącznie 16 symulacji (L-16). Zbadano wpływ zmiany parametrów na wartość kąta obrotu oraz na maksymalne wartości odkształceń ścinających w okładzinach i wypełnieniu badanej belki. Powyższe parametry wynikowe decydują o sztywności na skręcanie pod wpływem przyłożonego momentu obrotowego.

Table 3. Factors and their levels
Tablica 3. Czynniki i poziomy ich wartości

Factor / Czynniki	Level / Poziom 1	Level / Poziom 2	Level / Poziom 3	Level / Poziom 4
A – Face skin thickness [in] A – Grubość okładziny [cal]	0.2	0.3	0.4	0.5
B – Cell thickness [in] B – Grubość ściany komórki [cal]	0.08	0.09	0.1	0.11
C – Core thickness [in] C – Grubość wypełnienia [cal]	3.5	4	4.5	5
D – Cell size [in] D – Wielkość komórki [cal]	2	3	4	5
E – Cell shape E – Kształt komórki [cal]	square (1) kwadratowa	hexagonal (2) heksagonalna	triangle (3) trójkątna	sinusoidal (4) sinusoidalna

6. ANALIZA STATYSTYCZNA WYNIKÓW SYMULACJI

6.1. WPŁYW CZYNNIKÓW NA KĄT OBROTU I MAKSYMALNE ODKSZTAŁCENIE ŚCINAJĄCE

Wykresy efektów głównych mogą posłużyć do wstępnej oceny wpływu czynników. Wykresy te przedstawiono na Rys. 5-7. Z wykresów na Rys. 5a, 6a and 7a wynika istotny wpływ grubości okładziny na sztywność materiału na skręcanie. Można również zauważyć, że wraz ze wzrostem grubości okładziny spadają wartości kąta obrotu i maksymalnego odkształcenia ścinającego. Wpływ grubości ściany komórki na sztywność na skręcanie przedstawiają wykresy na Rys. 5b, 6b i 7b. Z wykresów wynika, że wraz ze wzrostem grubości ściany komórki maleje zarówno kąt obrotu, jak i maksymalne odkształcenie ścinające. Wykresy na Rys. 5c, 6c i 7c przedstawiają wpływ grubości wypełnienia na sztywność na skręcanie. Jak widać, wraz ze wzrostem tej grubości maleje kąt obrotu i maksymalne odkształcenie ścinające. Wzrost grubości wypełnienia zwiększa moment bezwładności ustroju i tym samym rośnie również jego wytrzymałość na skręcanie. Wykresy na Rys. 5d, 6d i 7d

In this study, experiments consist in a simulation of the loading condition with desired parameters using finite element method. Accordingly, based on the number of factors and their levels, 16 simulations have been required (L-16). The effect of changing parameters in simulation on the angle of rotation and the maximum shear strain in both face and core of FRP honeycomb sandwich beam (responses) was investigated. These responses indicate the torsional stiffness of the structure under applied torque.

6. STATISTICAL ANALYSIS OF SIMULATION RESULTS

6.1. EFFECTS OF FACTORS ON THE ANGLE OF ROTATION AND MAX SHEAR STRAIN

Main effects plot of factors can be used for a preliminary conclusion about the factors influence. These plots are presented in Figs. 5-7. Figs. 5a, 6a and 7a show that face skin thickness has a significant influence on torsional stiffness. It can also be deduced from these figures that the angle of rotation and max shear strain decrease when face skin thickness increases. Figs. 5b, 6b and 7b illustrate the effect of cell thickness on torsional stiffness. These figures explain that the angle of rotation and max shear strain decrease when cell thickness increases. Figs. 5c, 6c and 7c indicate the effect of core thickness on torsional stiffness, showing that the angle of rotation and max shear strain decrease when core thickness increases. By increasing core thickness the moment of inertia of the structure increases and thus the torsional resistance increases as well. Figs. 5d, 6d and 7d show the influence of cell size on torsional stiffness. They demonstrate that by

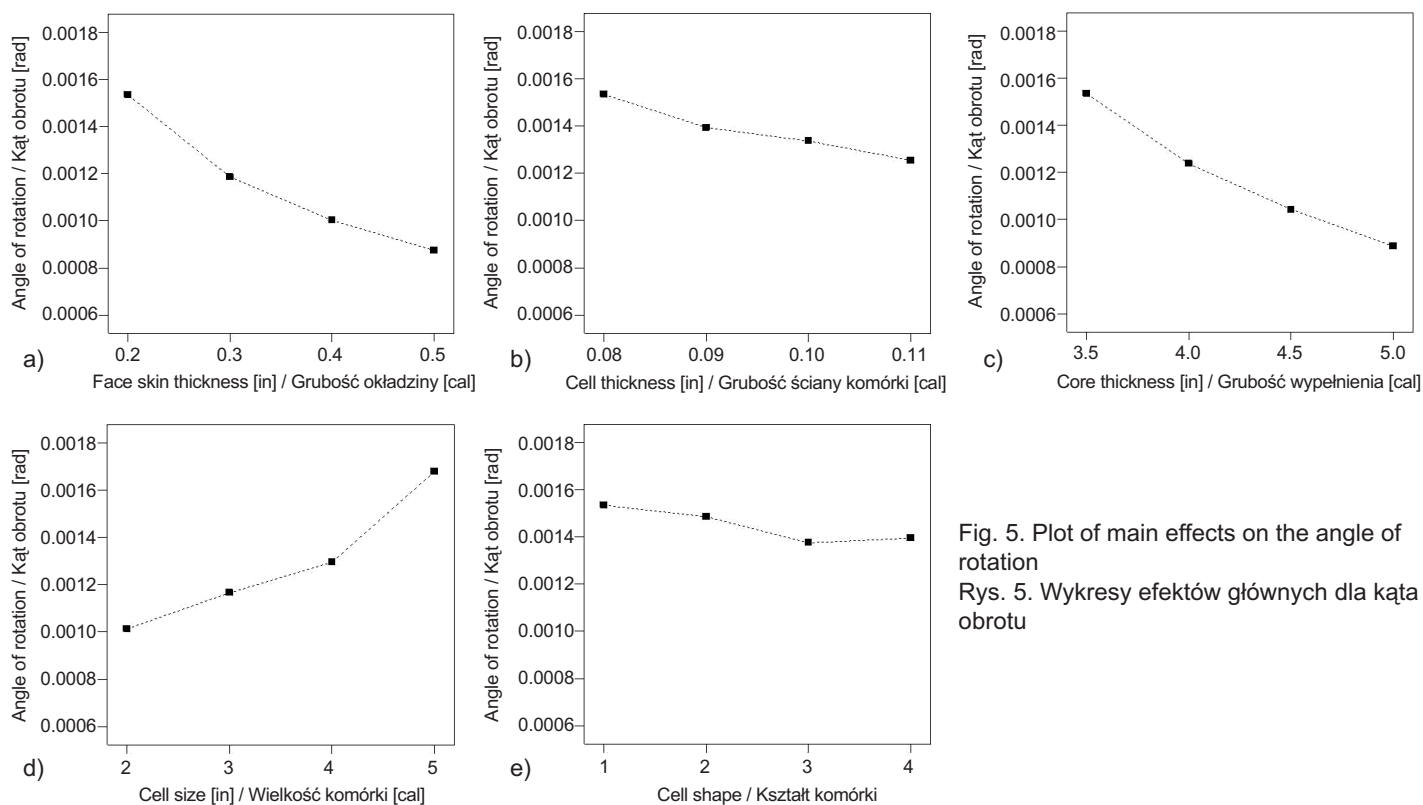


Fig. 5. Plot of main effects on the angle of rotation
Rys. 5. Wykresy efektów głównych dla kąta obrotu

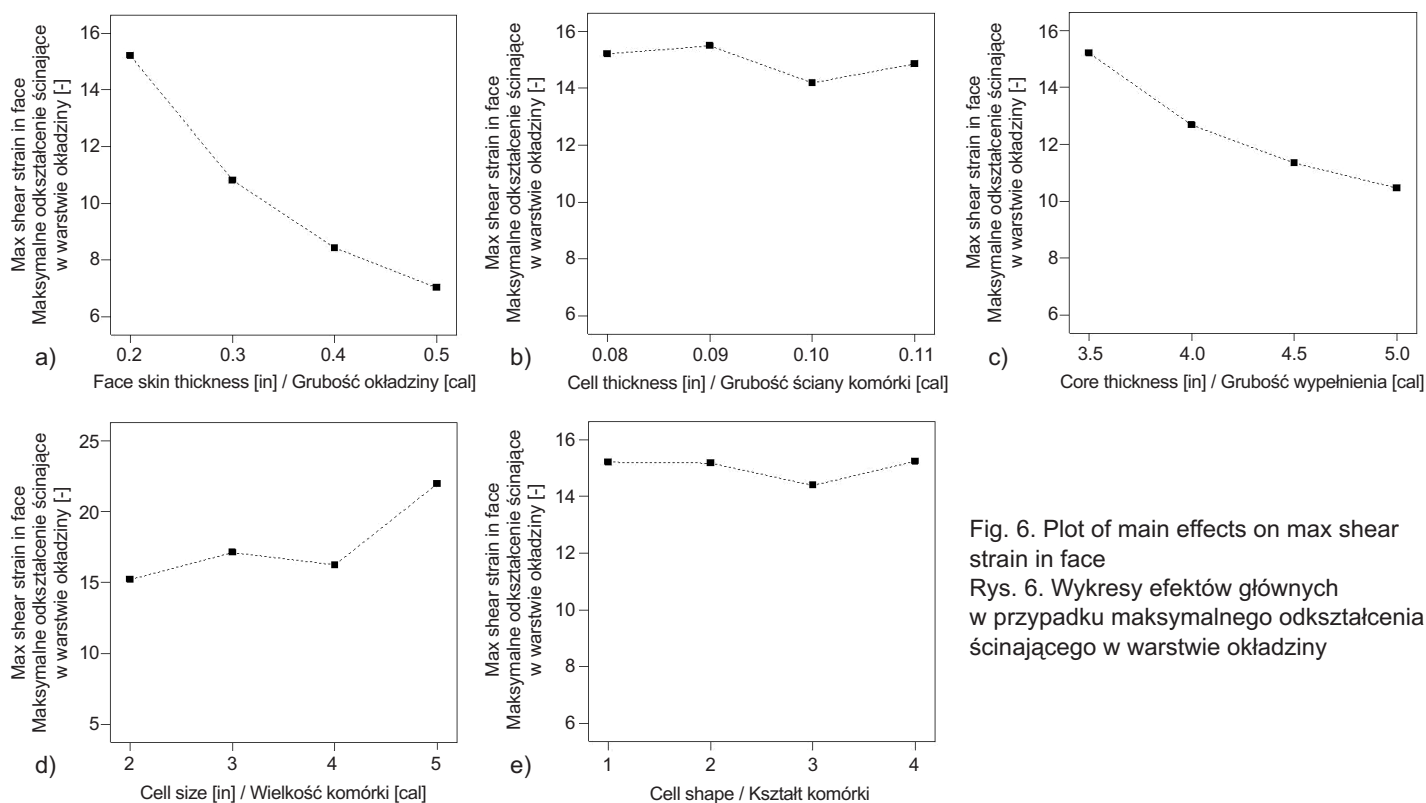


Fig. 6. Plot of main effects on max shear strain in face
Rys. 6. Wykresy efektów głównych w przypadku maksymalnego odkształcenia ścinającego w warstwie okładziny

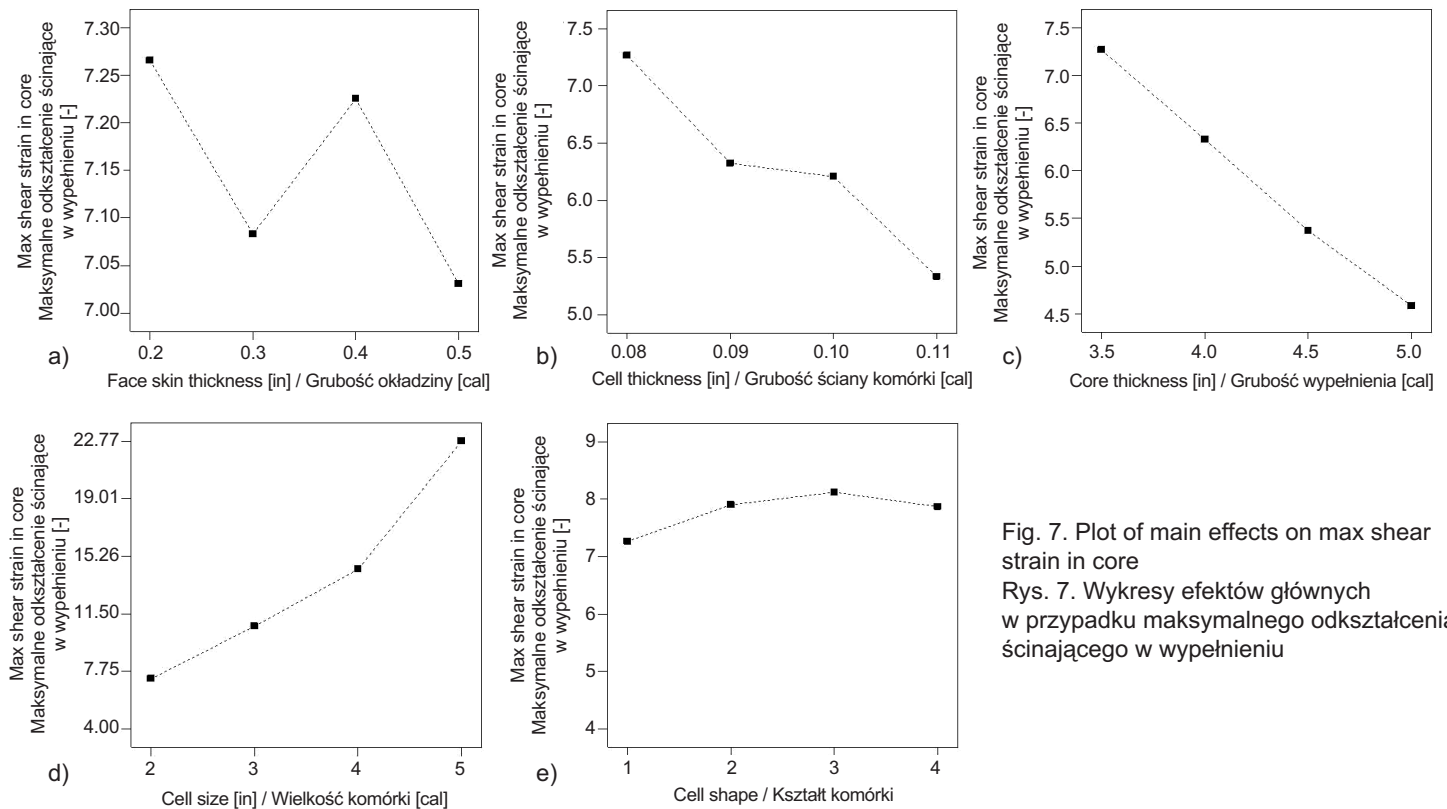


Fig. 7. Plot of main effects on max shear strain in core

Rys. 7. Wykresy efektów głównych w przypadku maksymalnego odkształcenia ścinającego w wypełnieniu

przedstawiają wpływ wielkości komórki na sztywność materiału na skręcanie. Zwiększenie wielkości komórki zmniejsza sztywność na skręcanie, zmniejszając jednocześnie wagę ustroju. Ostatnie z serii wykresów zamieszczonych na Rys. 5b, 6b i 7b przedstawia zależność sztywności na skręcanie od kształtu komórki. Komórki trójkątne dają najmniejszy kąt obrotu i najmniejszą wartość odkształcenia ścinania w warstwie okładziny, a komórki kwadratowe pozwalają uzyskać najmniejsze odkształcenia ścinania w wypełnieniu.

Rys. 8 przedstawia wykres kołowy wpływu parametrów geometrycznych na kąt skręcenia oraz odkształcenie ścinające w warstwie okładziny i w wypełnieniu. Z wykresu wynika, że największy wpływ na wartość kąta obrotu i odkształcenia ścinającego w wypełnieniu ma wielkość komórki, podczas gdy odkształcenie ścinające w warstwie okładziny zależy w największym stopniu od jej grubości.

Należy zaznaczyć, że wykresy na Rys. 5-7 są zbyt niedokładne, by mogły służyć jako podstawa wyciągania jednoznacznych wniosków. Ich wykorzystanie ograniczone jest więc wyłącznie do analizy porównawczej. W przypadku tego rodzaju problemów rozwiązaniem często stosowanym przez naukowców jest analiza wariancji (ANOVA).

increasing the cell size, the torsional stiffness as well as the structure weight decrease. Eventually, Figs. 5e, 6e and 7e illustrate the effect of cell shape on torsional stiffness. They show that the triangle shape causes the lowest angle of rotation and shear strain in face, while the lowest shear strain in core is in square shape.

Fig. 8 presents the pie chart of influence of parameters on the angle of torsion and shear strain in face and core. It shows that cell size has the greatest impact on the angle of rotation and shear strain in core, while the face skin thickness exert the biggest influence on the shear strain in face.

Note that plots depicted in Figs. 5-7 are not used to make any conclusions since they are not accurate. Only in case of comparison, they are allowed to be used. To cope with this problem, the analysis of variance (ANOVA) was applied by previous researchers. ANOVA is used for evaluating parameter effects on processes and it finds the significant factor effects based on the desired confidence interval. One of the most important factor in ANOVA is p -value which is used to examine the conformity of experimental data to the normal distribution. It is applied in hypothesis tests to help decide whether to reject or fail to reject a null hypothesis. The p -value is the probability of

ANOVA pozwala ocenić wpływ parametru na proces oraz znaleźć czynniki o istotnym wpływie na wynik procesu dla danego przedziału ufności. Jednym z najważniejszych czynników w metodzie ANOVA jest wartość p służąca do badania zgodności danych doświadczalnych z rozkładem normalnym. Jest ona wykorzystywana do testowania hipotez jako narzędzie przydatne przy podejmowaniu decyzji o odrzuceniu lub nieodrzuceniu hipotezy zerowej. Wartość p oznacza prawdopodobieństwo uzyskania statystyki testowej, która jest co najmniej tak ekstremalna, jak rzeczywista wartość obliczeniowa w przypadku prawdziwości hipotezy zerowej [9, 10]. Wyniki analizy ANOVA podano w Tabl. 4. Przedział ufności przyjęto na poziomie 95%. Oznacza to istotność wpływu danego czynnika dla warunku $p < 0,05$. Jak można wywnioskować z wyników zamieszczonych w Tabl. 4 najbardziej istotny wpływ na wartość kąta obrotu ma wielkość komórki i grubość okładziny. Czynniki te mają również istotny wpływ na maksymalne odkształcenie ścinające w warstwie okładziny (grubość okładziny) oraz w wy pełnieniu (wielkość komórki).

Fig. 8. The pie chart of parameters effect on the angle of torsion (a) and shear strain in face (b) and core (c)
Rys. 8. Wykres kołowy wpływu parametrów na kąt skręcenia (a) oraz odkształcenie ścinające w warstwie okładziny (b) i w wypełnieniu (c)

obtaining a test statistic that is at least as extreme as the actual calculated value, if the null hypothesis is true [9, 10]. ANOVA results are listed in Table 4. A confidence level is chosen to be 95% in this study. Therefore the p -values which are less than 0.05 indicate that the effect of the respective factor is significant. It can be seen in Table 4 that cell size and face skin thickness have the most significant impact on the angle of rotation. Also, face skin thickness and cell size exhibit significant effect on max shear strain in face and core respectively.

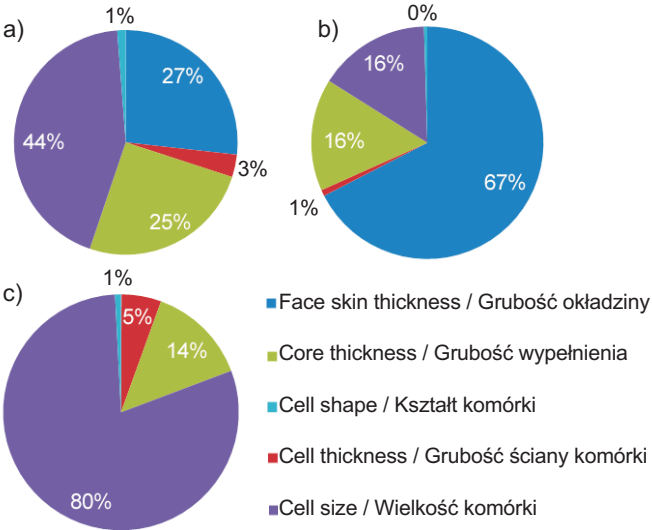


Table 4. Calculated p -value in ANOVA
Tablica 4. Wartość p obliczona w analizie wariancji (ANOVA)

	Max shear strain in core Maksymalne odkształcenie ścinające w wypełnieniu [-]	Max shear strain in face Maksymalne odkształcenie ścinające w warstwie okładziny [-]	Angle of rotation Kąt obrotu [rad]
Face skin thickness Grubość okładziny	0.2582	0.0001	0.0155
Cell thickness Grubość ściany komórki	0.0751	0.1614	0.1135
Core thickness Grubość wypełnienia	0.0010	0.0010	0.0169
Cell size Wielkość komórki	0.0001	0.0010	0.0077
Cell shape Kształt komórki	0.0924	0.2630	0.1154

6.2. ANALIZA REGRESJI

Za pomocą analizy regresji wyznaczono kąt obrotu oraz maksymalne odkształcenie ścinania w warstwie okładziny i w wypełnieniu zgodnie z parametrami podanymi w Tabl. 2.

6.2. REGRESSION ANALYSIS

Using the regression analysis, the angle of rotation and maximum shear strain in face and core are obtained in accordance with the parameters of Table 2.

Kąt obrotu [rad]:

Angle of rotation [rad]:

$$\begin{aligned}
&= 0.00130436 - 0.0000290759C - 0.0000224261C^2 + 0.0000460748E + 0.0000188219E^2 + \\
&+ 0.000437772A + 0.000407147CA - 0.000222335EA + 0.00358115A^2 + 0.000186615D - 0.000017508CED + \\
&- 0.000350576AD + 0.0000272054D^2 + 0.00904436B - 0.000349844CEB - 0.0300359AB - 0.00423941CAB + \\
&- 0.00107605EAB - 0.000386725CDB + 0.000227054CEDB + 0.00494774ADB - 0.00129297CADB + \\
&- 0.00001353CEADB - 0.00844604B^2.
\end{aligned} \quad (2)$$

Maksymalne odkształcenie ścinające w okładzinie:

Max shear strain in face:

$$\begin{aligned}
&= 21.0357 + 3.09783C - 0.570271C^2 + 8.78042E - 1.96526E^2 + 3.89221A - 2.53965CA + 34.3704EA + \\
&+ 21.2517A^2 - 6.29876D - 0.314264CED - 4.76738AD + 0.479678D^2 + 107.04B - 37.6477CEB - 130.169AB + \\
&- 61.9573CAB - 58.9717EAB + 2.68442CDB + 11.0345CEDB - 29.2986ADB + 26.9336CADB + \\
&- 21.5639CEADB - 553.907B.
\end{aligned} \quad (3)$$

Maksymalne odkształcenie ścinające w wypełnieniu:

Max shear strain in core:

$$\begin{aligned}
&= 1.64227 - 1.629C + 0.0446487C^2 - 0.230371E + 0.503303E^2 + 1.78369A + 5.47604CA - 13.3927EA + \\
&+ 0.423661A^2 + 4.36464D - 0.0147756CED + 0.18505AD + 0.180844D^2 + 34.714B + 8.25999CEB + \\
&- 219.525AB - 5.00203CAB + 16.5229EAB - 5.27991CDB - 2.72065CEDB + 63.1559ADB - 20.3394CADB + \\
&+ 8.81298CEADB + 198.949B^2.
\end{aligned} \quad (4)$$

6.3. USTALENIE WARUNKÓW OPTYMALNYCH

Warunki optymalne określono metodą stosunku sygnału do szumu SNR . W metodzie tej chodzi o znalezienie warunków, w których wpływ sygnałów (czynników kontrolowanych przez użytkownika) będzie większy od wszystkich porównywanych wpływów szumów (będących poza kontrolą czynników wynikowych). Wartość stosunku sygnału do szumu η oblicza się korzystając z równania (5):

$$\eta = -10 \log_{10} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i^2} \right), \quad (5)$$

gdzie: y_i jest i -tą obserwacją kombinacji warunków obróbki, a n stanowi liczbę replikacji badania. Poziom czynnika, przy którym uzyskuje się najwyższą wartość η uznawany jest za poziom warunków optymalnych. Analogicznie, optymalne poziomy czynników A , B , C , D i E będą wynosiły 4, 4, 3, 1 i 1. Wartości odpowiadające poszczególnym poziomom czynników odczytać można z Tabl. 3.

Korzystając z otrzymanych optymalnych poziomów czynników wprowadzono zmiany w konstrukcji ustroju, tj. przyłożono obciążenie momentem skręcającym i powtórzono symulację. Wyniki symulacji MES potwierdzają wyniki uzyskane na drodze analizy statystycznej, określając optymalne właściwości mechaniczne ustroju. W Tabl. 5

6.3. DETERMINATION OF THE OPTIMAL CONDITIONS

The optimal conditions are detected by means of a S/N ratio method. The rationale behind this method is to find the conditions in which the effect of signals (controllable factors) is the greatest of all compared with the effects of noises (uncontrollable factors). S/N ratio statistic η can be obtained by Eq. 5:

where: y_i is the i -th observation of a treatment combination and n stands for the number of replications. The factor level which produces the largest η is detected as the factor level which pertains to the optimal condition. Accordingly, the optimal levels of A , B , C , D and E factors would be equal to 4, 4, 3, 1 and 1. The corresponding value of each factor level can be found out referring to Table 3.

Using the obtained optimal factor levels, the structure was redesigned, that is torsional loading was applied and simulation was repeated. The results of the finite element simulation confirm the statistical results and show the optimum mechanical properties of this structure. Table 5 compares the results of simulation of optimal conditions

zestawiono wyniki symulacji dla warunków optymalnych z optymalnymi wynikami uzyskanymi za pomocą analizy statystycznej. W Tabl. 6 zestawiono maksymalne wartości odkształceń w warstwie okładziny oraz kąta obrotu próbki litej oraz o strukturze komórkowej (plastra miodu). Podane wyniki uzyskano za pomocą analizy MES. Jak widać, zmiana struktury z litej na komórkową przynosi 1,5-krotny wzrost kąta obrotu i maksymalnego odkształcenia ścinającego, ale przy 5-krotnie mniejszej masie własnej ustroju.

with optimal results obtained from statistical analysis. Table 6 shows the maximum strain in the face and angle of rotation in a solid sample and a honeycomb sample. The results are obtained from finite element analysis. It can be seen that by changing the structure from the solid state to honeycomb sandwich panel, the angle of rotation and maximum shear strain increase 1.5 times, but the weight of the structure is reduced to 5 times.

Table 5. Comparison between obtained optimal conditions from statistical analysis and finite element simulation
Tablica 5. Porównanie warunków optymalnych wynikających z analizy statystycznej oraz wyznaczonych za pomocą analizy MES

	Max shear strain in core Maksymalne odkształcenie ścinające w wypełnieniu [-]	Max shear strain in face Maksymalne odkształcenie ścinające w warstwie okładziny [-]	Angle of rotation Kąt obrotu [rad]
Statistical analysis Analiza statystyczna	0.000038154	0.000051204	0.0004867
Finite element analysis Metoda elementów skończonych	0.000035782	0.000044898	0.0004264
Error / Błąd	0.07	0.14	0.14

Table 6. Comparison between mechanical behavior of honeycomb and solid state structure in torsion
Tablica 6. Porównanie parametrów mechanicznych ustroju litego i o strukturze komórkowej przy obciążeniu momentem skręcającym

	Max shear strain Maksymalne odkształcenie ścinające [-]	Angle of rotation Kąt obrotu [rad]
Honeycomb sandwich structure / Struktura komórkowa	0.0000448980	0.0004264
Solid state / Struktura lita	0.0000291249	0.0002820

7. WNIOSKI

Przedmiotem niniejszej pracy było zbadanie wpływu parametrów geometrycznych płyty warstwowej z kompozytu FRP z wypełnieniem o strukturze plastra miodu na właściwości mechaniczne pod obciążeniem momentem skręcającym. Analizę przeprowadzono metodą ANOVA. Stwierdzono, że czynnikami mającymi najbardziej znaczący wpływ na kąt obrotu oraz na maksymalne odkształcenie ścinające w warstwie okładziny i w wypełnieniu są:

- 1) grubość okładziny,
- 2) grubość ściany komórki,
- 3) grubość wypełnienia,
- 4) wielkość komórki.

Korelacje między wartościami czynników i kątem obrotu oraz maksymalnymi odkształceniami ścinającymi w warstwie okładziny i w wypełnieniu wyznaczono za pomocą

7. CONCLUSION

During this study the influence of geometric parameters of a FRP honeycomb sandwich panel under torsion on its mechanical behavior was studied. ANOVA was used for this analysis. Factors which are detected to exert most significant effect on the angle of rotation and max shear strain in face and core are:

- 1) face skin thickness,
- 2) cell thickness,
- 3) core thickness,
- 4) cell size.

The correlations between factors and the angle of rotation as well as max shear strain in face and core were derived using a regression analysis, and an optimum parameter combination for the maximum torsional stiffness was obtained using the analysis of *S/N* ratios.

analizy regresji, a kombinację parametrów optymalną z punktu widzenia uzyskania maksymalnej sztywności na skręcanie wyznaczono przeprowadzając analizę stosunku sygnału do szumu *SNR*.

BIBLIOGRAFIA / REFERENCES

- [1] *Noor A.K., Burton W.S., Bert C.W.*: Computational models for sandwich panels and shells. *Applied Mechanic Review*, **49**, 3, 1996, 155-99
DOI:10.1115/1.3101923
- [2] *Ying-sh Z., Xing Z.*: Analytical solution of restrained torsional stresses and displacement for rectangular-section box bar with honeycomb core. *Applied Mathematics and Mechanics*, **25**, 7, 2004, 779-785
DOI:10.1007/BF02437569
- [3] *Qiao P., Xu X.*: Refined analysis of torsion and in-plane shear of honeycomb sandwich structure. *Journal of Sandwich Structure and Materials*, **7**, 4, 2005, 289-305
DOI: 10.1177/1099636205050083
- [4] *Plunkett J.D.*: Fiber-reinforcement polymer honeycomb short span bridge for rapid installation. IDEA Program, Washington, 1997
- [5] *Davalos J.F., Qio P., Xu X., Robinson J., Barth K.E.*: Modeling and characterization of fiber-reinforced plastic honeycomb sandwich panels for highway bridge application. *Composite Structure*, **52**, 3, 2001, 441-452
DOI:10.1016/S0263-8223(01)00034-4
- [6] *Li X., Li G., Wang C.H.*: Optimisation of composite sandwich structures subjected to combined torsion and bending stiffness requirements. *Applied Composite Materials*, **19**, 6, 2011, 1-16
DOI 10.1007/s10443-011-9221-z
- [7] *Li X., Li G., Wang C.H., You M.*: Minimum-weight sandwich structure optimum design subjected to torsional loading. *Applied Composite Materials*, **19**, 2, 2012, 117-126
DOI: 10.1007/s10443-010-9185-4
- [8] *Montgomery D.C.*: Design and analysis of experiments. John Wiley & Sons, New York, 2000
- [9] *Walpole R.E., Myers R.H.*: Probability and Statistics for Engineers and Scientists. Macmillan Publishing Co., New York, 1978
- [10] *Mason R.L., Gunt R.F., Hess J.L.*: Statistical design and analysis of experiments. John Wiley & Sons, Hoboken, 2003