

HENRYK ZOBEL<sup>1)</sup>ARTUR ZBICIAK<sup>2)</sup>RADOSŁAW OLESZEK<sup>3)</sup>RAFAŁ MICHALCZYK<sup>4)</sup>PRZEMYSŁAW MOSSAKOWSKI<sup>5)</sup>

## NUMERICAL IDENTIFICATION OF THE DYNAMIC CHARACTERISTICS OF A STEEL-CONCRETE RAILWAY BRIDGE

## NUMERYCZNA IDENTYFIKACJA CECH DYNAMICZNYCH STALOWO-BETONOWEGO MOSTU KOLEJOWEGO

**STRESZCZENIE.** W artykule przedstawiono wybrane elementy analizy dynamicznej kolejowego obiektu mostowego zlokalizowanego w ciągu Centralnej Magistrali Kolejowej (CMK). Zakres obliczeń obejmował rozwiązanie zadania własnego konstrukcji (teoretyczna analiza modalna) z użyciem kilku modeli obliczeniowych o zróżnicowanym sposobie dyskretyzacji (dokładności) oraz wyznaczenie dynamicznej odpowiedzi przęsła (analiza czasowa – całkowanie równań ruchu) na przejeździe pociągów dużych prędkości HSLM zgodnie z PN-EN 1991-2. Uzyskane wyniki obliczeń porównano z aktualnymi zaleceniami normowymi i przepisami kolejowymi dotyczącymi kolei dużych prędkości.

**SŁOWA KLUCZOWE:** analiza dynamiczna, HSLM, MES, mosty kolejowe, normy europejskie, obciążenia ruchome.

**ABSTRACT.** This article presents chosen elements of a dynamic analysis of a rail bridge located on the CMK trunk railway line in Poland. The solution of an eigenvalue problem for the structure (a theoretical modal analysis) using several computational models created with different discretization methods (different accuracy levels) is presented. The dynamic response of the bridge span (time-history analysis – integration of equations of motion) to loading with HSLM train models as per PN-EN 1991-2 is determined. The results were compared with the current code and regulations relating to high-speed rail systems.

**KEYWORDS:** dynamic analysis, Eurocodes, FEM, HSLM, moving loads, railway bridges.

DOI: 10.7409/rabdim.014.018

<sup>1)</sup> Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Lądowej; H.Zobel@il.pw.edu.pl

<sup>2)</sup> Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Lądowej; a.zbiciak@il.pw.edu.pl (✉)

<sup>3)</sup> Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Lądowej; R.Oleszek@il.pw.edu.pl

<sup>4)</sup> Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Lądowej; r.michalczyk@il.pw.edu.pl

<sup>5)</sup> Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Lądowej; p.mossakowski@il.pw.edu.pl

## 1. WSTĘP

Identyfikacja parametrów dynamicznych kolejowych konstrukcji mostowych znajduje odzwierciedlenie w aktualnej, lecz nieujednoliconej formie wymogów dotyczących kolei dużych prędkości. Dokładność i zakres obliczeń dynamicznych związany jest z planowanymi prędkościami ruchu pociągów  $v$  na danej linii kolejowej. W świetle obowiązującej wiedzy można wyróżnić cztery przedziały prędkości ruchu pociągów i związane z nimi zakresy wykonywanych analiz dynamicznych:

- $v \leq 160$  km/h – dynamiczny charakter obciążenia uwzględniany jest za pomocą obciążenia quasi-statycznego pomnożonego przez współczynniki dynamiczne (podejście klasyczne stosowane w wielu dotychczas obowiązujących normach do projektowania obiektów mostowych),
- $160$  km/h  $< v \leq 200$  km/h – w przypadku niektórych typów konstrukcji, przy określonych w normach PN-EN proporcjach częstotliwości form giętych i skrętnych drgań własnych, analiza dynamiczna może być ograniczona według PN-EN 1991-2 [1] do rozwiązania zadania własnego (teoretyczna analiza modalna). W przeciwnym wypadku konieczne jest wyznaczenie dynamicznej odpowiedzi konstrukcji na obciążenie wymuszające (analiza czasowa),
- $200$  km/h  $< v \leq 350$  km/h – w tym zakresie według PN-EN 1991-2 [1] wymagana jest pełna analiza dynamiczna obiektu mostowego obejmująca teoretyczną analizę modalną (wyznaczenie częstości i form drgań własnych) oraz analizę czasową (wyznaczenie dynamicznej odpowiedzi konstrukcji na przejazdy normowych pociągów modelowych, np. poprzez numeryczne całkowanie równań ruchu),
- $v > 350$  km/h – zakres prędkości ruchu pociągów nie objęty normami, w którym reguły projektowania określone są indywidualnie w odniesieniu do konkretnego typu linii kolejowej przez wyspecjalizowane ośrodki naukowo-badawcze.

Analizy dynamiczne są wykonywane na potrzeby oceny możliwości przystosowania istniejących obiektów kolejowych do dużych prędkości ruchu lub w projektowaniu nowych konstrukcji. Przeprowadza się je uwzględniając zapisy normowe [1 - 3], [7 - 10], kolejowe standardy techniczne [4 - 6] oraz literaturę techniczną [11 - 24].

W artykule przedstawiono wyniki pełnej analizy dynamicznej zespolonej, stalowo-betonowej konstrukcji nośnej kolejowego obiektu inżynierskiego. Identyfikacja cech dynamicznych konstrukcji obejmowała wyznaczenie metodą

## 1. INTRODUCTION

Identification of the dynamic characteristics of railway bridges is reflected in the current, not yet consistent form of specifications for high-speed rail (HSR) systems. The accuracy and the scope of the dynamic calculations is defined by the expected running speed  $v$  on the line in consideration. The following four speed ranges and the associated scopes of dynamic analyses are defined based on the current state of knowledge:

- $v \leq 160$  km/h – the dynamic effects of load are taken into account by multiplying the effects of quasi-static loading by the dynamic factors (a classical approach which has been used in developing a number of railway bridge design standards),
- $160$  km/h  $< v \leq 200$  km/h – for certain types of structures and certain proportions of bending and torsional mode shapes of free vibration as given in the European Standards the dynamic analysis can be reduced according to PN-EN 1991-2 [1] to solving an eigenvalue problem (a theoretical modal analysis). Otherwise it becomes necessary to determine the dynamic response of the structure to the external excitation force (a time-history analysis),
- $200$  km/h  $< v \leq 350$  km/h – the full dynamic analysis is required according to PN-EN 1991-2 [1] comprising theoretical modal analysis (determining of natural frequencies and mode shapes) and time-history analysis (determining the dynamic response of the structure to train model loading for example by numerical integration of the equations of motion)
- $v > 350$  km/h – these speeds are not covered by the standard and, as such, bespoke design guidelines are used, developed specifically for a given type of railway line by highly specialised research centres.

The dynamic analyses are performed to evaluate upgrading potential of existing bridges to the HSR requirements or as part of design of new built structures. The references include the provisions of general standards [1 - 3], [7 - 10], railway codes of practice [4 - 6] and publications [11-24].

This paper presents the results of a full dynamic analysis of a composite steel-concrete deck of a railway bridge. Identification of the dynamic characteristics of the structure included calculating natural frequencies and mode shapes through a theoretical modal analysis carried out with different computational models of different levels of discretization. The dynamic response of the deck to HSLM-A train model according [1] was also determined using the Newmark's direct integration method.

teoretycznej analizy modalnej częstotliwości i postaci drgań własnych modeli obliczeniowych o różnym stopniu dyskretyzacji. Określono również odpowiedź dynamiczną ustroju na przejazdy pociągów dużych prędkości HSLM-A według PN-EN [1], metodą bezpośredniego całkowania równań ruchu Newmarka.

The analysed bridge is located on the trunk line CMK at km 133+449 (Fig. 1 and Fig. 2) near Siedlów, a village located ca. 30 km to the south of Opoczno in Poland. The bridge spans the river Czarna and the adjacent flood plain. Currently (2012) the permissible line speed at the bridge location is 160 km/h. However, there are plans to upgrade selected sections of the CMK trunk line to accommodate trains with running speed of  $v = 300$  km/h.



Fig. 1. Overview of the bridge over Czarna river, located on the CMK trunk line at km 113+449  
Rys. 1. Widok ogólny mostu nad rzeką Czarną zlokalizowany w km 113+449 CMK

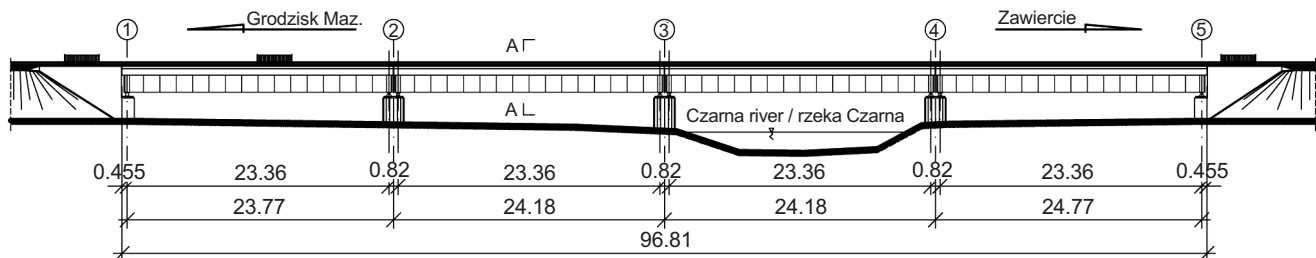


Fig. 2. Scheme of the bridge – side view  
Rys. 2. Schemat mostu – widok z boku

Analizowany most zlokalizowany jest w km 113+449 linii CMK (Rys. 1 i 2), w pobliżu miejscowości Siedlów położonej około 30 km na południe od Opoczna. Przeszkodą jest rzeka Czarna i jej teren zalewowy. Obecnie (2012 r.) maksymalna dozwolona prędkość pociągów na linii, w miejscu lokalizacji obiektu, wynosi 160 km/h. W dalszej perspektywie planowana jest jednak przebudowa wybranych odcinków linii CMK, celem dostosowania ich do dużych prędkości ruchu  $v = 300$  km/h.

## 2. DESCRIPTION OF THE STRUCTURE

The bridge under analysis was designed for NC load rating in the late 1960s according to [7 - 8], [10] to carry a railway line over the Czarna river. The bridge was completed in the mid 1970s. It is a four-span simply supported structure with the track structures separated by a longitudinal expansion (movement) joint (Fig. 2 and Fig. 3). The length of each span between centres of supports (effective design span) is ca.  $L_t = 23.40$  m and the overall length of each girder is ca.  $L_c = 24.0$  m. The total length of the bridge deck is ca. 96.8 m.

## 2. CHARAKTERYSTYKA OBIEKTU

Obiekt nad rzeką Czarną zaprojektowano pod koniec lat 60-tych XX wieku zgodnie z [7 - 8], [10] na obciążenie taborem kolejowym klasy NC. Wybudowany został w połowie lat 70-tych. Most jest konstrukcją czteroprzęsłową, przy czym każde przęsło stanowi oddzielna belka swobodnie podparta, zdylatowana podłużnie, niezależnie dla każdego toru (Rys. 2 i 3). Poszczególne przęsła mają rozpiętość teoretyczną wynoszącą  $L_t \approx 23,40$  m, a długość całkowita jednej belki to  $L_c \approx 24,0$  m. Całkowita długość ustroju nośnego wynosi w przybliżeniu 96,8 m.

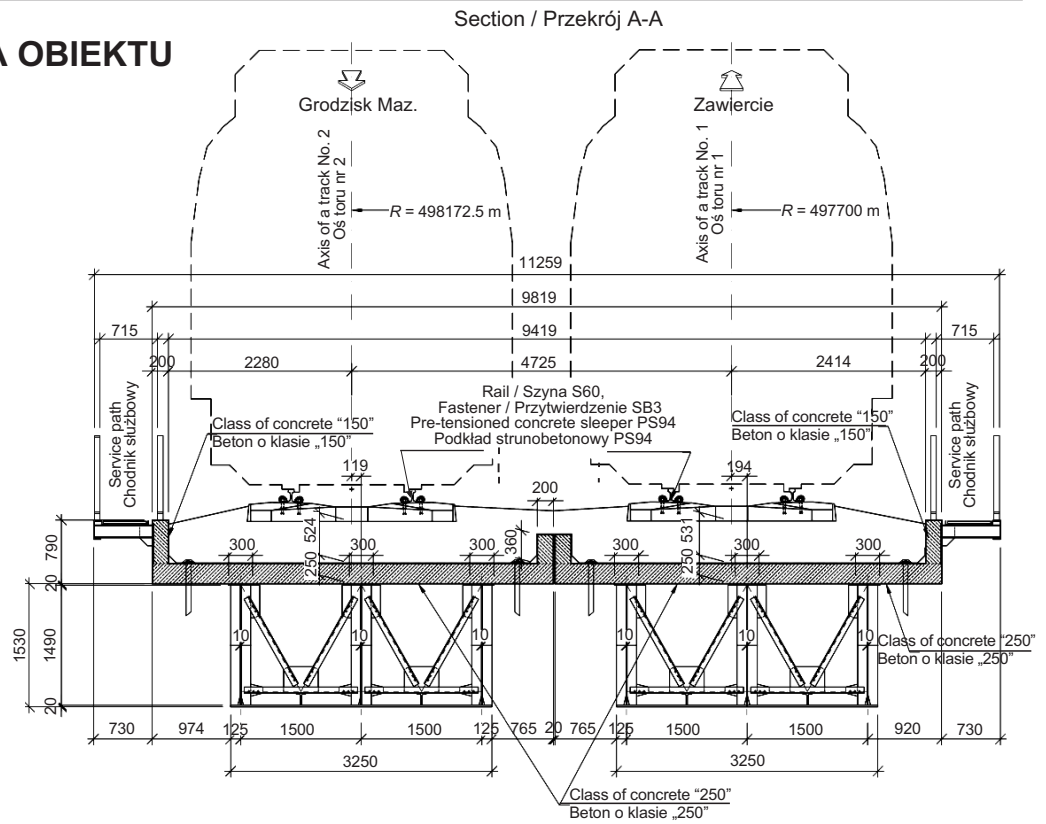


Fig. 3. Scheme of the bridge – a typical cross-section  
Rys. 3. Schemat mostu – typowy przekrój poprzeczny

Ustrój nośny jest konstrukcją zespoloną, złożoną ze stalowego dwukomorowego dźwigara skrzynkowego ze stali St3M i żelbetowej płyty współpracującej wykonanej z betonu marki „250” ( $R_w = 250 \text{ kG/cm}^2$ ). Przekrój skrzynkowy składa się z trzech średnic 1500 × 12 mm w rozstawie 150 cm, trzech pasów górnych, zespolonych z płytą, z blach 300 × 22 mm oraz wspólnego pasa dolnego 3250 × 20 mm. W komorach przekroju wykonano wewnętrzne stężenia wykonane z kątowników, teowników i dwuteowników oraz wzmocnienia z żeber (Rys. 3). Płyta żelbetowa ma grubość 200÷250 mm. Na krawędziach zewnętrznych płyty betonowej wykonano gzymsy żelbetowe z betonu marki „150” ( $R_w = 150 \text{ kG/cm}^2$ ), stanowiące boczne ściany koryta balastowego. Typowy przekrój poprzeczny pokazano na Rys. 3. Przyczółki i podpory pośrednie wykonano jako masywne, monolityczne, posadowione bezpośrednio w ścianie szczelnej. Tor składa się z podkładów strunobetonowych PS94 z przytwierdzeniem SB3 i szyn S60, na podsypce tłuczniowej.

The bridge deck is a composite structure made of steel double-cell box girder, steel class St3M interacting with a reinforced concrete slab made of class “250” concrete ( $R_w = 250 \text{ kG/cm}^2$ ). The girder cells are made up of three 1500 × 12 mm webs spaced 150 cm apart, three top flanges made of 300 × 22 mm steel plate, bonded to the concrete topping slab and a common bottom flange of 3250 × 20 mm in size. Inside the cells there are braces made of steel angle, tees or I-beams and stiffening ribs (Fig. 3). The topping slab has a varying thickness of 200-250 mm. The concrete slab has raised edges made of class “150” concrete ( $R_w = 150 \text{ kG/cm}^2$ ) which function as sides of the ballast pan. A typical cross-section is presented in Fig. 3. The bridge deck is supported on solid, in-situ concrete abutments and intermediate piers resting on shallow (spread) foundations surrounded by sheet piling. The tracks are made of pre-tensioned sleepers, SB3 rail fastenings and S60 rails laid on ballast.



### 3. PODSTAWY TEORETYCZNE ANALIZ DYNAMICZNYCH

#### 3.1. ZAGADNIENIE WŁASNE

Pełna analiza modalna obejmuje wyznaczenie współczynników tłumienia, rozprzęgnięcie układu równań ruchu opisującego dynamikę modelu i identyfikację własności dynamicznych obiektu. Jest metodą dyskretyzacji konstrukcji o ciągłym rozkładzie parametrów i jednocześnie metodą redukcji modelu. Dzieli się na analizę modalną teoretyczną, eksperymentalną i eksploatacyjną. Zagadnienie własne można interpretować jako teoretyczną analizę modalną, która stanowi część znacznie szerszej analizy dynamicznej konstrukcji określanej w literaturze jako analiza modalna [25].

W teoretycznej analizie modalnej konstrukcji rozwiązaniem zadania własnego jest ustalenie okoliczności, w których równanie ruchu pozbawione składników reprezentujących opory ruchu i siłę wzbudzącą może mieć niezerowe rozwiązanie [26]. Częstotliwości drgań własnych otrzymane na podstawie rozwiązania zagadnienia własnego są indywidualną cechą rozważanego obiektu i nie zależą od czynników zewnętrznych. Drgania własne nie są zatem procesem fizycznym ale opisują pewną dyspozycję ustroju.

W analizie dynamicznej obiektów kolejowych, zgodnie z aktualnym stanem wiedzy i wymogami formalnymi, częstotliwości  $f$  [Hz] i formy drgań własnych wyznacza się z kilku powodów:

- stanowią informację o dynamicznym zachowaniu się konstrukcji pod kątem dominujących postaci drgań własnych i ich proporcji oraz wrażliwości konstrukcji na pewne formy drgań,
- determinują konieczność ewentualnego wykonywania analizy czasowej (odpowiedź dynamiczna) w przypadku konstrukcji, na których przewiduje się ruch pociągów z prędkościami  $v < 200$  km/h,
- w analizie czasowej (odpowiedzi dynamiczna) z wykorzystaniem metody Newmarka (całkowanie równań ruchu) stosuje się je w procedurze określenia współczynników proporcjonalności tłumienia masowego i konstrukcyjnego w modelu Reylaigha,
- w analizie czasowej konstrukcji wykonywanej numerycznie metodą superpozycji modalnej stanowią podstawowy parametr metody – sposób (macierz) transformacji równania ruchu określany jest na podstawie rozwiązania problemu własnego.

### 3. THEORETICAL BASIS OF DYNAMIC ANALYSES

#### 3.1. EIGENVALUE PROBLEM

A full modal analysis includes determining the damping factors, uncoupling of the equations of motion describing the dynamic behaviour of the model and identification of its dynamic characteristics. It comprises discretizing a structure with continuous distribution of parameters and reduction of the size of the obtained numerical model. Three types of modal analysis can be distinguished: theoretical, experimental and operational. The eigenvalue problem can be classified as a theoretical modal analysis which is an element of a much wider dynamic analysis of the structure termed modal analysis [25].

In the theoretical modal analysis of the structure the eigenvalue problem is solved by determining the conditions under which a non-zero solution can be obtained for the equation of motion without components representing resistance and excitation force [26]. The natural frequency values obtained by solving the eigenvalue problem are specific to the analysed structure and independent of any external factors. As such, free vibration, rather than being a physical process, describes a certain disposition of the structural system.

The natural frequencies  $f$  [Hz] and mode shapes are determined as part of the dynamic analysis of railway bridges, according to the current practice and formal requirements because they:

- provide information on the dynamic behaviour of the system in terms of prevailing free vibration mode shapes and their proportions and sensitivity of the structure to certain vibration mode shapes,
- define the need for a time-history analysis (dynamic response) for structures located on lines with permissible line speed of  $v < 200$  km/h,
- are used to determine the mass-proportional and stiffness-proportional damping coefficients of the Reylaigh model in the time-history analysis (dynamic response) using the Newmark's method (integration of the equations of motion),
- are the primary input for modal superposition method used in the time-history analysis – the transformation matrix of the equation of motion is determined on the basis of solution of eigenvalue problem.

### 3.2. INTERAKCJA OBCIĄŻENIA KOLEJOWEGO Z KONSTRUKCJĄ

W analizie dynamicznej kolejowych obiektów inżynierskich istotną rolę odgrywają zadania drgań układów, w których następuje interakcja pomiędzy obiektem inżynierskim a pociągiem. Z punktu widzenia projektanta obiektu ważne jest wyznaczenie wyteżenia elementów nośnych ustroju bez określenia zachowania się pojazdu. W tym celu stosuje się dyskretno-ciągłe modele ustrojów nośnych, w których belka lub płyta mostowa modelowana jest jako układ ciągły, opisywany równaniami różniczkowymi cząstkowymi, natomiast pociąg, lub jego pojedyncza oś, odpowiada modelowi dyskretnego oscylatora [27]. Rozwiązanie zagadnienia drgań układu tego typu wymaga zastosowania procedury dyskretyzacji względem zmiennych przestrzennych z wykorzystaniem np. metody elementów skończonych (MES) lub metody różnic skończonych (MRS). W ten sposób otrzymuje się sprzężony układ równań różniczkowych zwyczajnych, który można rozwiązać stosując znane algorytmy: metodę różnic centralnych, metodę Newmarka, Rungego-Kutty i inne [27].

Drgania układu most-tor-pociąg (MTP), w przypadku pociągów poruszających się z dużymi prędkościami, mają charakter przestrzenny i nieliniowy. Wynika to m.in. z inercyjnego charakteru obciążenia pociągiem, charakterystyk sprężysto-tłumiących zawieszenia pociągu i samej konstrukcji torowiska, a także wężykowania i uderzeń bocznych zestawów kołowych o szyny. Złożoność zagadnienia powoduje trudności w sformułowaniu algorytmów matematycznych i fizycznych umożliwiających symulację tych procesów. Obszerne zasady obliczania tych układów przedstawiono w [15 - 16], [19], [23 - 24], [27 - 28]. Wymagają one jednak wyspecjalizowanych procedur numerycznych niedostępnych w większości stosowanych powszechnie komercyjnych programach komputerowych wykorzystujących MES.

W wielu opracowaniach układ MTP dzieli się na szereg współzależnych podukładów: konstrukcja nośna mostu, tor kolejowy na moście, ruchome pojazdy szynowe. Tak dokładne symulowanie drgań wymaga precyzyjnego określenia geometrii, materiałów konstrukcyjnych, rozkładu masy i więzów, a ponadto zdefiniowania właściwości sprężystych i tłumiących wyodrębnionych podukładów i nałożonych na nie więzów (połączeń) oraz określenia zmian konfiguracji podukładów w czasie [15]. Osobnym zagadnieniem jest matematyczne modelowanie układu MTP. Przepisy [1], [5 - 6] umożliwiają uproszczone potraktowanie tego zagadnienia. Z uwagi na brak znajomości

### 3.2. VEHICLE / STRUCTURE INTERACTION

Vibration problems in systems in which interaction between the bridge and the vehicle takes place are an important part of dynamic analyses of railway bridges. From the point of view of the bridge engineer one of the primary issues is to determine the stress-strain status of the load-bearing components with undefined behaviour of the railway vehicle. For this purpose discrete-continuous models of bridge decks are used, in which the girder or deck is modelled as a continuous system described by partial differential equations while the train or a single axle is represented by discrete oscillator model [27]. The problem of vibrations in a system of this type requires application of discretization procedure in relation to spatial variables using, for example, the Finite Elements Method (FEM) or Finite Difference Method (FDM). In this way we obtain a coupled set of ordinary differential equations which can be solved by employing one of the available methods, including, without limitation, central differences method, Newmark method, Runge-Kutta method, etc. [27].

The vibrations of the train/track/bridge system generated by trains running at a high speed are spatial and non-linear in character. The factors responsible for that include inertial nature of load, spring-damping characteristics of the rolling stock suspension and of the track structure itself, as well as swaying and side impacts of wheel assemblies. The complexity of the problem causes problems in formulating the mathematical and physical algorithms needed to simulate these processes. The rules of carrying out numerical analyses of such systems are extensive and are presented in [15 - 16], [19], [23 - 24], [27 - 28]. However, such analyses require highly-specialised numerical procedures which are not available in most of the popular and commercially available finite-element computer programs.

In a number of studies the train/track/bridge system is subdivided into interacting sub-systems: load bearing structure, track installed on the bridge and the moving vehicle. Such precise simulation of vibration requires precise definition of the geometry, structural materials, distribution of mass and stiffness fixed points and, moreover, defining the spring and damping characteristics of the identified sub-systems and superimposed stiffness fixed points (connections), as well as determining the changes in the sub-systems configuration over time [15]. Mathematical modelling of the train/track/bridge system is a separate issue. The provisions of [1], [5 - 6] allow for a simplified approach to this problem. A number of parameters are

na etapie projektowania lub weryfikacji numerycznej konstrukcji mostu, jej parametrów takich jak: sprężystość i tłumienie konstrukcji torowiska czy charakterystyki zawieszania wózków jezdnych pociągów poruszających się aktualnie lub planowanych na danej linii kolejowej. Z tego powodu oraz z uwagi na trudności w przewidzeniu typów pociągów, które będą się poruszały po modernizowanej linii, analizy dynamiczne przeprowadza się zwykle zgodnie z PN-EN [1] (zawiera reguły dla pociągów poruszających się z prędkościami  $v < 350$  km/h), na podstawie „normowych” pociągów modelowych dużych prędkości HSLM-A oraz HSLM-B [5 - 6], [12 - 14], [29].

### 3.3. DYNAMICZNA ODPOWIEDŹ UKŁADU

W rzeczywistych konstrukcjach inżynierskich, modelowanych jako układy jednowymiarowe, dwuwymiarowe i trójwymiarowe, do rozwiązania równań ruchu niezbędne jest zastosowanie metod numerycznych. W przypadku analizowanego mostu (Rys. 1, 2, 3), obliczenia odpowiedzi dynamicznej ustroju nośnego (reakcji konstrukcji na obciążenia wymuszające) przeprowadzono za pomocą modułu DYNA środowiska SOFiSTiK [30]. Wykorzystano algorytm bezpośredniego całkowania równań ruchu Newmarka (metoda całkowania „krok po kroku”). Jest to metoda numerycznego rozwiązywania znanego równania równowagi elementów konstrukcji w zadaniach dynamicznych:

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = P(t), \quad (1)$$

w którym:

- $M$  – macierz mas charakteryzująca rozkład masy (bezwładność) elementów konstrukcji,
- $C$  – macierz tłumienia charakteryzująca własności tłumiące systemu konstrukcyjnego,
- $K$  – macierz sztywności charakteryzująca proporcje sztywności (długości, momenty bezwładności, przekroje) elementów składowych struktury,
- $P(t)$  – macierz obciążeń w funkcji czasu (widmo obciążenia),

$\ddot{u}(t)$ ,  $\dot{u}(t)$ ,  $u(t)$  – wektor przyspieszenia, prędkości i przemieszczeń uogólnionych.

W metodzie Newmarka równanie równowagi macierzowej (1) dotyczy analizowanej chwili  $t + k\Delta t$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ) i przyjmuje postać (2). To równanie wraz z zależnościami na prędkość (3) i przemieszczenia (4) stanowi układ równań metody:

unknown at the time of bridge design or numerical verification of the structure, including: elasticity and damping behaviour of the track structure and characteristics of the bogie suspension of the vehicles which run or will be running on the line. For this reason as well as due to some uncertainties as to the types of trains which will be running on the modernised line the dynamic analyses are most often carried out according to PN-EN [1] (which gives rules for trains with running speed of  $v < 350$  km/h) with application of HSLM-A and HSLM-B train models [5 - 6], [12 - 14], [29].

### 3.3. DYNAMIC RESPONSE OF THE ANALYSED SYSTEM

For solving equations of motion defined for real life structures, modelled as one-dimensional, two-dimensional and three-dimensional systems numerical methods must be employed. In the present research module DYNA of the SOFiSTiK package [30] was used to predict the dynamic response of the deck (reaction of the structure to an external excitation force) (Figs. 1, 2, 3). The equations of motion were integrated with the Newmark's direct integration algorithm (step-by-step integration method). It is a numerical method for solving known equilibrium equations in dynamic analyses:

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = P(t), \quad (1)$$

where:

- $M$  – mass matrix defining the mass distribution (inertia) of the structure components,
- $C$  – damping matrix characterising the damping properties of a structural system,
- $K$  – stiffness matrix defining the stiffness proportions (lengths, moments of inertia, sections) of the structural components,
- $P(t)$  – matrix of time-varying force (response spectrum),

$\ddot{u}(t)$ ,  $\dot{u}(t)$ ,  $u(t)$  – acceleration, velocity and total displacement vectors.

In the Newmark method the equilibrium equation (1) concerns the analysed point in time  $t + k\Delta t$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ) and thus it takes form (2). This equation is coupled with the velocity (3) and displacement (4) relationships to give the following system of equations of the Newmark method:

$$M\ddot{u}(t + \Delta t) + C\dot{u}(t + \Delta t) + Ku(t + \Delta t) = P(t + \Delta t), \quad (2)$$

$$\dot{u}(t + \Delta t) = \dot{u}(t) + [(1 - \delta)\dot{u}(t) + \delta\dot{u}(t + \Delta t)] \cdot \Delta t, \quad (3)$$

$$u(t + \Delta t) = u(t) + \dot{u}(t)\Delta t + (\Delta t)^2 \left[ \left( \frac{1}{2} - \alpha \right) \ddot{u}(t) + \alpha \ddot{u}(t + \Delta t) \right], \quad (4)$$

w którym:

$\Delta t$  – krok całkowania,

$t + k \cdot \Delta t$  – punkty czasowe, w których poszukiwana jest równowaga układu,

$\alpha, \delta$  – parametry stabilności i dokładności metody,

$u(t + k \cdot \Delta t)$  – przemieszczenie, prędkość i przyspieszenie w analizowanej chwili czasowej.

Tłumienie (macierz tłumienia) w zagadnieniach dynamiki przyjmowane jest najczęściej jako tłumienie modalne (masowo-sztywnościowe, proporcjonalne, Rayleigha). Tłumienie masowe jest proporcjonalne do pędu masy, natomiast sztywnościowe jest proporcjonalne do prędkości reakcji sprężystej. Oznacza to, że macierz tłumienia  $C$  konstruowana jest jako pewna proporcja macierzy mas  $M$  i macierzy sztywności  $K$ , zgodnie ze wzorem:

$$C = \alpha M + \beta K, \quad (5)$$

w którym:  $\alpha, \beta$  – współczynniki proporcjonalności tłumienia zewnętrznego i wewnętrznego wyznaczone na podstawie udziału poszczególnych postaci i częstotliwości drgań własnych oraz liczby tłumienia. W analizowanym obiekcie współczynniki proporcjonalności oszacowano zgodnie z wymaganiami systemu z zależności [30]:

$$\alpha = \frac{\zeta \cdot 4\pi \cdot f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2}, \quad (6)$$

$$\beta = \frac{\zeta}{\pi(f_1 + f_2)}, \quad (7)$$

w których:

$\zeta$  – liczba tłumienia (procent tłumienia krytycznego),

$f_1, f_2$  – częstotliwości drgań własnych.

Wartość tłumienia jest inna dla każdej częstotliwości własnej. W związku z tym, w praktyce tłumienie dobierane jest w odniesieniu do przedziału interesujących (dominujących) drgań własnych, co skutkuje zaniżeniem liczby tłumienia w analizowanym zakresie częstości i zawyżeniem poza tym zakresem. W większości programów MES parametry  $\alpha$  i  $\beta$  są dobierane (proponowane) automatycznie, co zwalnia

where:

$\Delta t$  – integration step,

$t + k \cdot \Delta t$  – points in time for which equilibrium of the system is sought,

$\alpha, \delta$  – stability and accuracy parameters,

$u(t + k \cdot \Delta t)$  – displacement, velocity and acceleration at the point in time concerned.

Modal damping (mass- and stiffness-proportional damping, a.k.a. Rayleigh damping) is the type of damping (damping matrix) typically applied in dynamic analyses. The mass damping is proportional to the momentum of mass and the stiffness-proportional damping is proportional to the rate of elastic response. This means that the damping matrix  $C$  is made by combining the mass matrix  $M$  and the stiffness matrix  $K$  at specific proportions according to the following formula:

$$C = \alpha M + \beta K, \quad (5)$$

where:  $\alpha, \beta$  – coefficients of proportionality of internal and external damping calculated according to the percentages of the respective free vibration mode shapes and frequencies and the damping ratio value. In the subject analysis the coefficients of proportionality were estimated according to the system requirements using the following relationships [30]:

$$\alpha = \frac{\zeta \cdot 4\pi \cdot f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2}, \quad (6)$$

$$\beta = \frac{\zeta}{\pi(f_1 + f_2)}, \quad (7)$$

where:

$\zeta$  – damping ratio (coefficient of critical damping),

$f_1, f_2$  – natural frequencies.

For different natural frequencies different damping ratios are obtained. Hence, in practical engineering, damping is determined for a chosen range of natural frequencies (prevailing ones) resulting in underrated values of damping ratio in the analysed frequency range and overrated values



użytkownika z konieczności każdorazowej dogłębnej analizy zagadnienia. Można je oszacować tylko z pewnym przybliżeniem na podstawie zależności przedstawionych w normach lub skorzystać z wyników badań wykonanych na obiektach o podobnej konstrukcji opisywanych w literaturze. Na etapie projektowania konstrukcji nie jest możliwe dokładne określenie parametrów tłumienia, natomiast w przypadku konstrukcji istniejących wymaga to kosztownych badań.

#### 4. PODSTAWY FORMALNE ANALIZ DYNAMICZNYCH OBIEKTÓW KOLEJOWYCH

W nieaktualnych polskich normach [8 - 9] dynamiczny charakter obciążenia kolejowego uwzględniano w analizach quasi-statycznych, poprzez zwiększenie obciążenia statycznego mnożonego przez współczynnik dynamiczny  $\varphi$  (nie uwzględnia rezonansu). Normy [1 - 2] prezentują odmienne jakościowo podejście do zagadnień dynamicznych obiektów kolejowych, których zakres znacznie rozbudowano w porównaniu do wcześniejszych przepisów [8 - 9], [21], [31]. W PN-EN zamieszczono diagram określający czy wymagana jest zaawansowana analiza dynamiczna (analiza czasowa). Algorytm ma zastosowanie do typowych, nieskomplikowanych obiektów mostowych obciążonych pociągami poruszającymi się z prędkościami do 200 km/h. Przy prędkościach  $v > 200$  km/h analiza taka jest obowiązkowa. Wymaga rozwiązania zagadnienia własnego – wyznaczenia podstawowych cech (parametrów) dynamicznych konstrukcji, tj. częstotliwości  $f$  i postaci drgań własnych. W obliczeniach dynamicznej odpowiedzi układu na obciążenia wymuszające uwzględniana jest interakcja drgającego układu i obciążenia [15 - 16], [19], [27 - 28], przy czym norma dopuszcza pewne uproszczenia w tym zakresie. Obciążenie pociągiem traktowane jest jako bezinercyjne, natomiast interakcję układu MPT oszacowuje się w sposób pośredni za pomocą korekty parametrów tłumienia. Uproszczone uwzględnianie tych zjawisk prowadzi do przeszacowania wartości przyspieszeń w modelu numerycznym w stosunku do obiektu rzeczywistego [1], [13], a więc jest korzystne dla bezpieczeństwa. Z uwagi na „projektowy” charakter zaleceń zawartych w Eurokodach, bezpiecznego oszacowania wspomnianych efektów dokonuje się, poprzez zwiększenie (nadwyżkę) wartości tłumienia  $\Delta\zeta$  dodawaną do dolnej granicy wartości tłumienia zgodnie z zależnością:

$$\zeta_{TOTAL} = \zeta + \Delta\zeta, \quad (8)$$

beyond this range. Most finite element programs have default values of  $\alpha$  and  $\beta$  eliminating the need of an in-depth analysis of the problem. Otherwise, these values can be estimated with some approximation using the relationships provided in the relevant standards or on the basis of published experimental data obtained for structures of similar design. Accurate determination of the damping parameters, while impracticable at the design stage, for existing structures would require expensive research.

#### 4. FORMAL BASIS OF DYNAMIC ANALYSES OF RAILWAY BRIDGES

In the quasi-static analyses defined by the withdrawn Polish Standards [8 - 9] the dynamic effects of rolling stock load was accounted for by applying dynamic factor  $\varphi$  (ignoring resonance effects) to the calculated static load. The dynamic behaviour of railway bridges is much more considered in the current European Standards [1 - 2] as compared to the previously binding codes [8 - 9], [21], [31]. The European Standard provides a flow chart for determining whether a complete dynamic (time-history) analysis is required. This algorithm applies to typical, simple structures with train speeds up to 200 km/h. Such analyses are obligatory for maximum train speeds exceeding 200 km/h. These cases require solving of an eigenvalue problem i.e. determining the primary dynamic features (parameters) of the structure: natural frequencies  $f$  and mode shapes of free vibration. The dynamic response of the system to the excitation force is calculated with taking into account the interaction between the vibrating system and the load [15 - 16], [19], [27 - 28] with some simplifications being allowed for by the standard. It disregards the inertia effect of loading by train and the train/track/bridge dynamic interaction is estimated indirectly by adjusting the values of the damping parameters. Simplified approach to these phenomena leads to some overrating the acceleration values in the numerical model in relation to the actual structure [1], [13] which is good from the point of view of safety. Due to “design” nature of the Eurocode recommendations the above-mentioned effects can be safely estimated by using the additional damping value  $\Delta\zeta$  added to the lower limit of the coefficient of critical damping according to the following equation:

$$\zeta_{TOTAL} = \zeta + \Delta\zeta, \quad (8)$$

where:

$\zeta$  – lower limit of the coefficient of critical damping [%],

w którym:

$\zeta$  – dolna granica procentu tłumienia krytycznego [%],

$\Delta\zeta$  – nadwyżka tłumienia uwzględniająca współdziałanie pociągu i konstrukcji w funkcji  $L$ , dla rozpiętości  $L < 30$  m.

Nadwyżkę tłumienia  $\Delta\zeta$  można odczytać, z zawartego w [1] nomogramu (Rys. 4) lub wyznaczyć ze wzoru analitycznego:

$$\Delta\zeta = \frac{0,0187L - 0,00064L^2}{1 - 0,0441L - 0,0044L^2 + 0,000255L^3}, [\%]. \quad (9)$$

Fig. 4. Graph of additional damping  $\Delta\zeta$  [%] as a function of span length  $L$  [m] according to PN-EN [1]  
Rys. 4. Wykres tłumienia dodatkowego  $\Delta\zeta$  [%] jako funkcji długości przęsła  $L$  [m] według PN-EN [1]

Jak widać na wykresie (Rys. 4), maksymalna liczba tłumienia dotyczy rozpiętości przęsła oscylującej wokół wartości 15,0 m. W większości mostów kolejowych o konstrukcji zespolonej wybudowanych w Polsce, w ciągu linii „dużych prędkości” (CMK), rozpiętości dochodzą do 20,0÷30,0 m. Powoduje to, że w konstrukcjach tych tłumienie jest stosunkowo niewielkie – liczba tłumienia dodatkowego nie przekracza 0,3 %, a całkowitego około 0,8 %.

## 5. ANALIZA MODALNA - DRGANIA WŁASNE

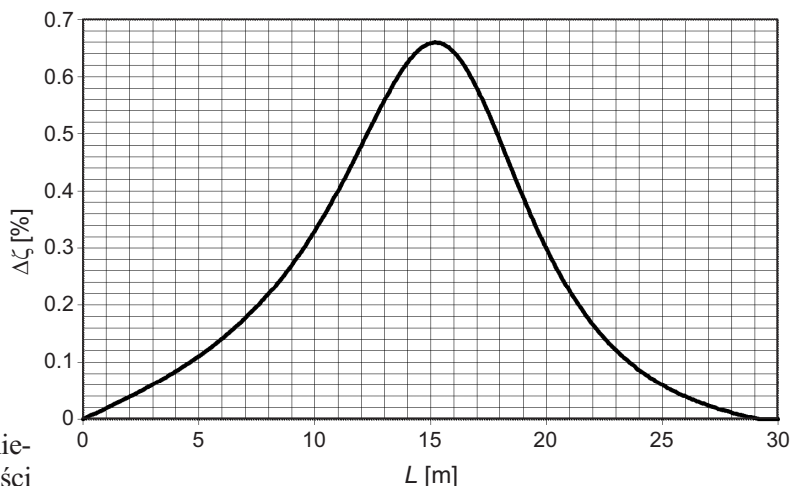
### 5.1. CEL I ZAKRES OBLICZEŃ PORÓWNAWCZYCH

Obliczenia porównawcze drgań własnych przeprowadzono w celu określenia wpływu klasy modelu numerycznego analizowanego mostu na otrzymywane wyniki. Starano się odpowiedzieć na pytanie jaki poziom dokładności modelu numerycznego jest konieczny do określenia podstawowych, fizycznie możliwych form drgań własnych tego typu obiektów, biorąc pod uwagę strukturę obciążenia wymuszającego (modele pociągów dużych prędkości HSLM według PN-EN).

$\Delta\zeta$  – additional damping to account for the train-bridge interaction in relation to the span length  $L$  for the span lengths greater than 30 m.

The additional damping  $\Delta\zeta$  may be figured out from the nomograph provided in [1] (Fig. 4) or calculated with the following formula:

$$\Delta\zeta = \frac{0.0187L - 0.00064L^2}{1 - 0.0441L - 0.0044L^2 + 0.000255L^3}, [\%]. \quad (9)$$



As it can be seen in the graph (Fig. 4) the peak of the damping ratio coincides with span length of ca. 15.0 m. Most of the composite railway bridges located in Poland on the CMK “high-speed” line have span lengths in the range 20.0-30.0 m. This results in relative small damping values with the additional damping value not exceeding 0.3% and ca. 0.8% total damping value.

## 5. MODAL ANALYSIS - FREE VIBRATION

### 5.1. OBJECTIVE AND SCOPE OF COMPARATIVE CALCULATIONS

Free vibration comparative calculations were carried out to determine the effect of the model accuracy class on the obtained results. The objective was to find the accuracy level required to determine the main, physically possible free vibration mode shapes for these structures, taking into account the excitation load conditions (HSLM according to the European Standard).

## 5.2. MODELE OBLICZENIOWE

Na potrzeby identyfikacji drgań własnych konstrukcji wykonano, w trzech systemach komputerowych, pięć modeli numerycznych, o zróżnicowanym stopniu dyskretyzacji. Charakterystykę odwzorowań numerycznych przedstawiono w Tabl. 1. Wizualizacje wykonanych modeli obliczeniowych przedstawiono na Rys. 5 - 9. W przyjętych oznaczeniach litera „e” oznacza typ elementu skończonego ( $e^1$  – belkowy lub prętowy,  $e^2$  – element powłokowy,  $e^3$  – bryłowy) natomiast „p” wymiar przestrzeni, w której analizowano zagadnienie ( $p^1$  – jednowymiarowa,  $p^2$  – dwuwymiarowa, płaska,  $p^3$  – układ trójwymiarowy).

## 5.2. COMPUTATIONAL MODELS

The total of five numerical models with different level of discretization were developed for identification of free vibrations of the analysed structure. The modelling details are presented in Table 1. Moreover, the models are displayed in Figs. 5 - 9. In the adopted notation system “e” denotes the type of finite element ( $e^1$  – beam or bar,  $e^2$  – shell,  $e^3$  – solid) and “p” denotes the finite element space ( $p^1$  – one-dimensional,  $p^2$  – two-dimensional, flat and  $p^3$  – three-dimensional).

Table 1. Characteristics of analysed numerical model

Tablica 1. Charakterystyka analizowanych modeli numerycznych

	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4	Model 5
Computation system System obliczeniowy	Robot Millennium	SOFiSTiK	Robot Millennium	Robot Millennium	ABAQUS
Model class Klasa modelu	$e^1, p^2$	$e^1, p^3$	$e^1, p^3$	$e^1+e^2, p^3$	$e^1+e^2, p^3$
Model design Typ modelu	single-beam, 2D jednobelkowy płaski	single-beam, 3D jednobelkowy przestrzenny	3D frame rama przestrzenna	3D shell and beam powłokowo-belkowy przestrzenny	3D shell and beam powłokowo-belkowy przestrzenny
Finite element type Typ elementu skończonego	Euler-Bernoulli beam pręt Bernoulliego	Timoshenko beam belka Timoszenki	Euler-Bernoulli beam pręt Bernoulliego	3-node trilateral and 4-node quadrilateral elementy trójkątne 3-węzłowe i czworokątne 4-węzłowe	linear and quadratic approximation elements elementy skończone o aproksymacji liniowej i kwadratowej
Box section modelled Modelowanie przekroju skrzynkowego	as bars jako pręty	as bars jako pręty	as bars separated from the section jako pręty wydzielone z przekroju	shell elements elementami powłokowymi	shell elements elementami powłokowymi
V and X braces modelled Modelowanie stężeń V i X	not available brak	not available brak	bar elements elementy prętowe	bar elements elementy prętowe	bar elements elementy prętowe

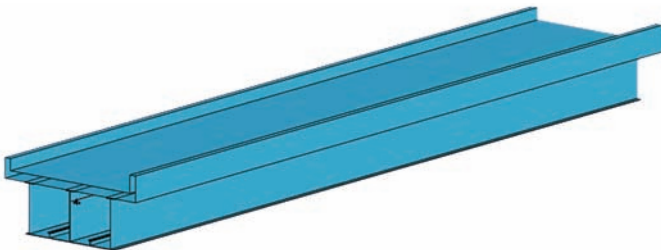


Fig. 5. Model 1 - single beam of class  $e^1, p^2$  (Robot Millennium)  
Rys. 5. Model 1 - jednobelkowy klasy  $e^1, p^2$  (Robot Millennium)

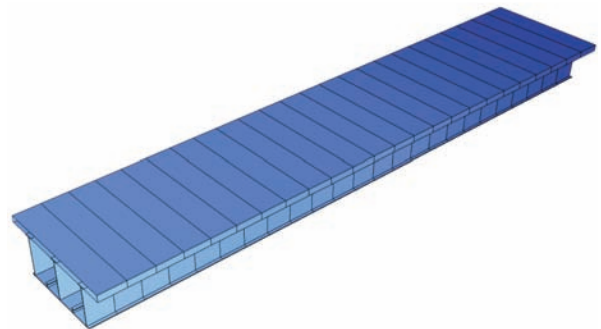


Fig. 6. Model 2 - single beam of class  $e^1, p^3$  (SOFiSTiK)  
Rys. 6. Model 2 - jednobelkowy klasy  $e^1, p^3$  (SOFiSTiK)

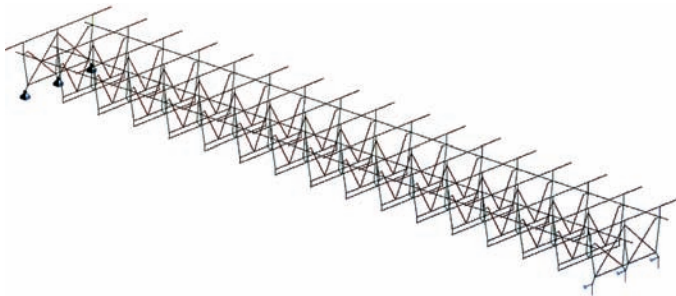


Fig. 7. Model 3 - three-dimensional frame of class  $e^1, p^3$  (Robot Millennium)

Rys. 7. Model 3 - rama przestrzenna klasy  $e^1, p^3$  (Robot Millennium)

### 5.3. WYNIKI OBLICZEŃ DRGAŃ WŁASNYCH

Częstotliwości i postacie drgań własnych są cechami dynamicznymi kolejowych konstrukcji mostowych stanowiącymi podstawę dokładniejszych analiz dynamicznych w świetle aktualnych przepisów [1 - 2], [5 - 6]. Umożliwiają określenie podatności konstrukcji na wybrane formy deformacji (giętne pionowe, giętne poziome, skrętne, giętno-skrętne). W przeprowadzonych symulacjach zbadano czy istotne jest również określenie wyższych częstotliwości drgań, które dotyczą zwykle pracy poszczególnych elementów składowych ustrojów nośnych, takich jak: płyta pomostu, blachy środników lub pasów, stężeń itd., z punktu widzenia możliwości generowania drgań konstrukcji mostowej przez pociągi poruszające się z dużymi prędkościami. W związku z tym, nie bez znaczenia jest stopień dyskretyzacji struktur umożliwiające obliczenia dynamicznej odpowiedzi układu z akceptowalną technicznie dokładnością i jednoczesnym ograniczeniem rozmiaru zadania numerycznego. Z tego powodu rozbudowane modele powłokowe stosuje się zwykle jako odwzorowania referencyjne, umożliwiające oszacowanie podstawowych częstotliwości drgań własnych i kalibrację modeli uproszczonych stosowanych do analiz metodami bezpośredniego całkowania równań ruchu lub superpozycji modalnej [13].

Wizualizacje podstawowych form drgań własnych i odpowiadające im częstotliwości  $f$  różnych modeli obliczonych w kilku systemach komputerowych przedstawiono na Rys. 10 - 14. Zestawienie porównawcze częstotliwości zamieszczono w Tabl. 2.

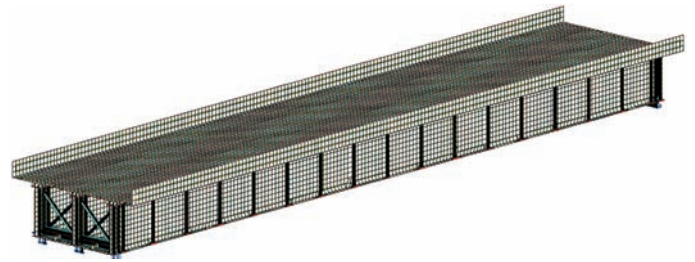


Fig. 8. Model 4 - beam-shell model of class  $e^1, p^3$  (Robot Millennium)

Rys. 8. Model 4 - powłokowo-belkowy klasy  $e^1, p^3$  (Robot Millennium)

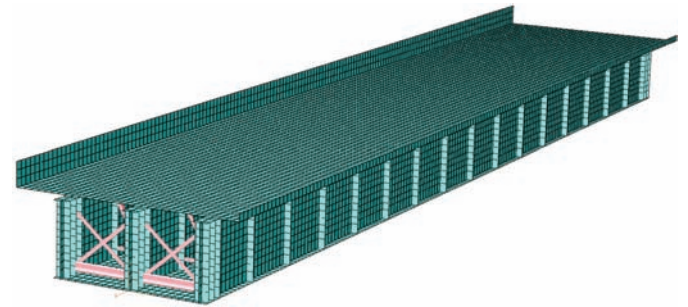


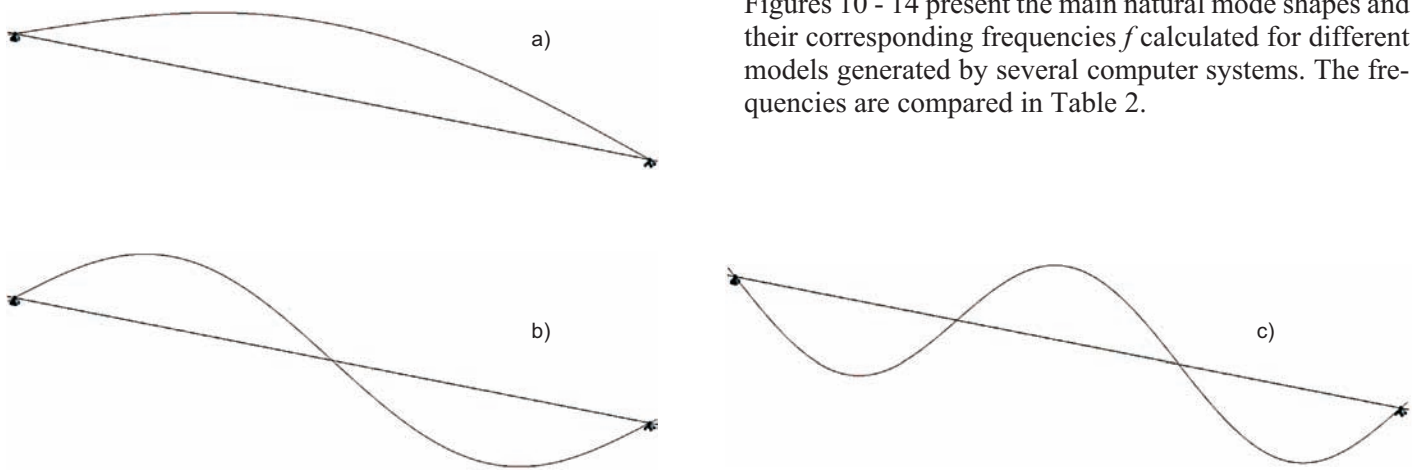
Fig. 9. Model 5 - beam-shell model of class  $e^1+e^2, p^3$  (ABAQUS)

Rys. 9. Model 5 - powłokowo-belkowy klasy  $e^1+e^2, p^3$  (ABAQUS)

### 5.3. RESULTS OF FREE VIBRATION CALCULATIONS

The natural frequencies and mode shapes are the dynamic characteristics of railway bridges which, in accordance with the current regulations [1 - 2], [5 - 6], are used as inputs for more detailed dynamic analyses. Using these parameters it is possible to determine the sensitivity of the structure to certain deformation modes (vertical bending, horizontal bending, torsional, combined bending and torsional). Under this research simulations were carried out to verify the relevance of higher frequencies which generally concern the behaviour of the respective components of the deck i.e. the slab, web plates, flange plates, braces, etc. from the point of view of bridge structure vibrations generated by high-speed rail traffic. Thus an appropriate level of discretization must be found, which ensures satisfactory accuracy level of the calculated dynamic response of the system without undesired increase of the computation burden. For this reason, extensive shell models are generally used as reference representations used for estimating the fundamental natural frequencies and calibrating simplified models used in direct integration of equations of motion or modal superposition techniques [13].





Figures 10 - 14 present the main natural mode shapes and their corresponding frequencies  $f$  calculated for different models generated by several computer systems. The frequencies are compared in Table 2.

Fig. 10. Chosen natural frequencies and modes of vibration of the load carrying structure Model 1 of class  $e^1, p^1$  (Robot Millennium): a)  $f_1 = 5.16$  Hz (vertical bending, single half-sine wave), b)  $f_2 = 20.66$  Hz vertical bending, two half-sine wave (complete sine wave), c)  $f_4 = 46.47$  Hz (vertical bending, three half-sine wave)

Rys. 10. Wybrane częstotliwości i postacie drgań własnych ustroju nośnego Model 1 klasy  $e^1, p^1$  (Robot Millennium): a)  $f_1 = 5,16$  Hz (giętna pionowa, fala pojedyncza), b)  $f_2 = 20,66$  Hz (giętna pionowa, fala podwójna), c)  $f_4 = 46,47$  Hz (giętna pionowa, fala potrójna)

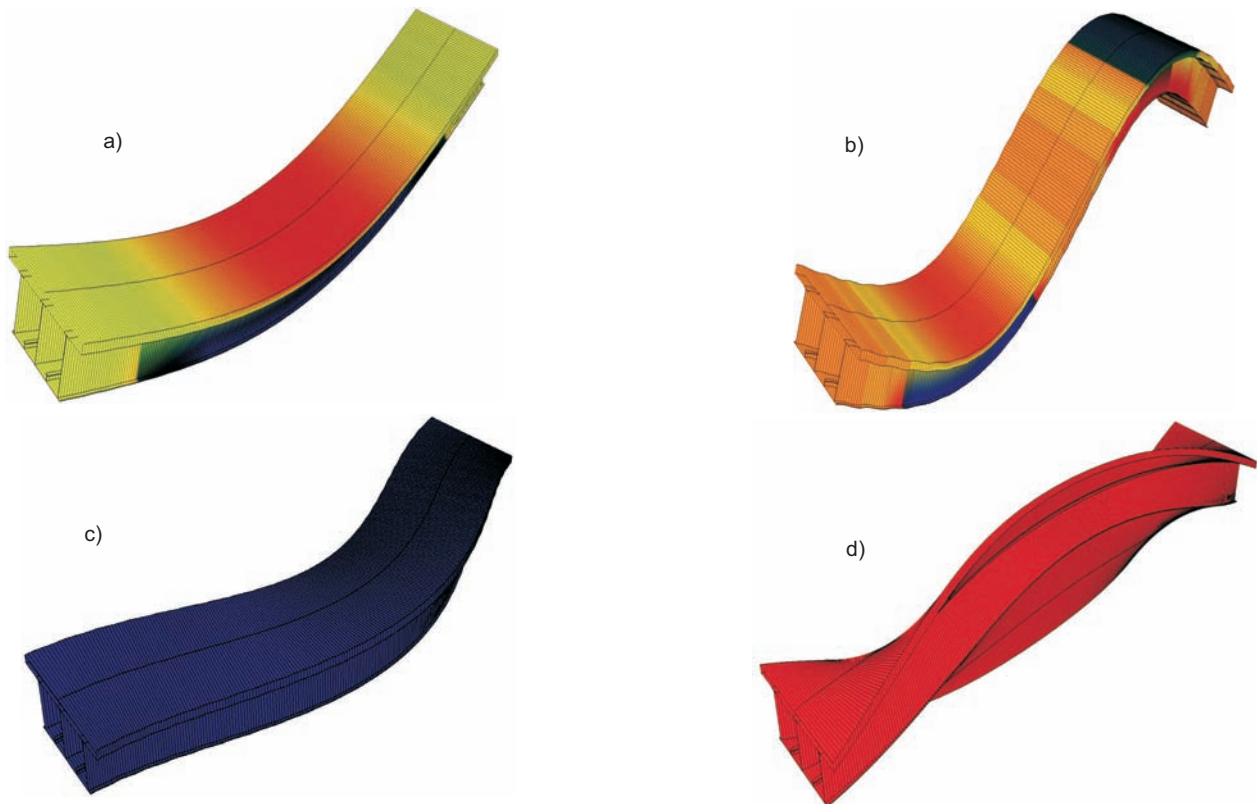


Fig. 11. Chosen natural frequencies and modes of vibration of the load carrying structure Model 2 of class  $e^1, p^3$  (SOFiSTiK): a)  $f_1 = 4.54$  Hz (vertical bending), b)  $f_2 = 15.40$  Hz (vertical bending), c)  $f_3 = 15.75$  Hz (horizontal bending), d)  $f_5 = 26.53$  Hz (first torsional)

Rys. 11. Wybrane częstotliwości i postacie drgań własnych ustroju nośnego Model 2 klasy  $e^1, p^3$  (SOFiSTiK): a)  $f_1 = 4,54$  Hz (giętna pionowa), b)  $f_2 = 15,40$  Hz (giętna pionowa), c)  $f_3 = 15,75$  Hz (giętna pozioma), d)  $f_5 = 26,53$  Hz (pierwsza skrętna)

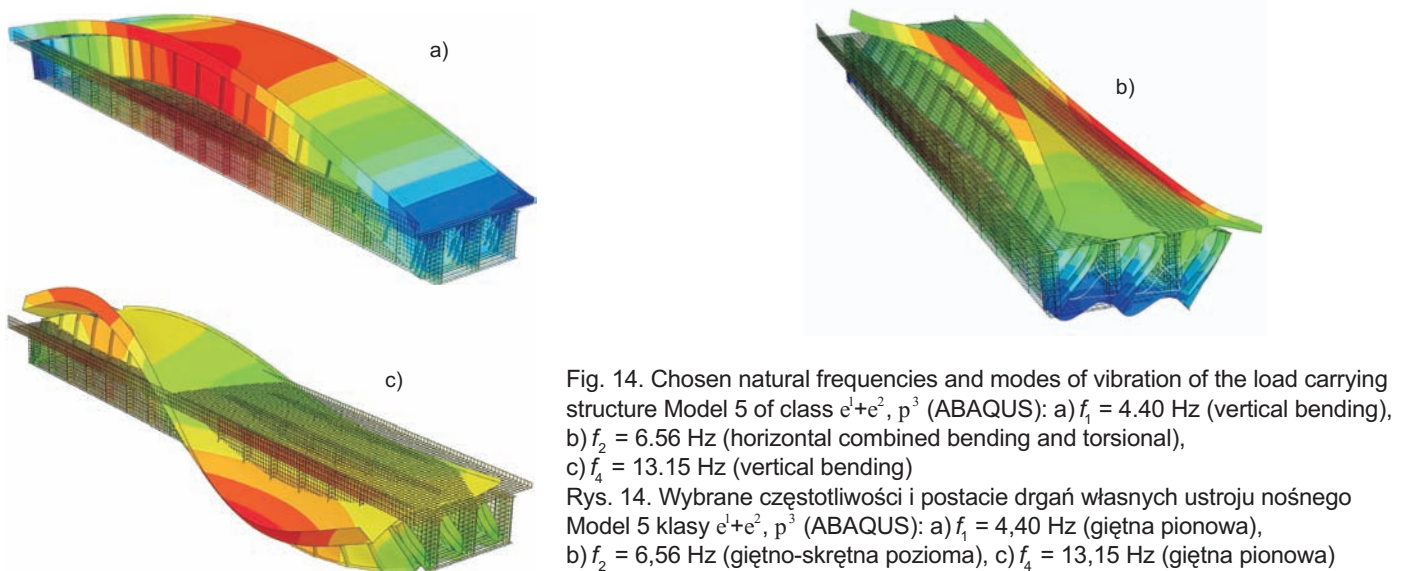
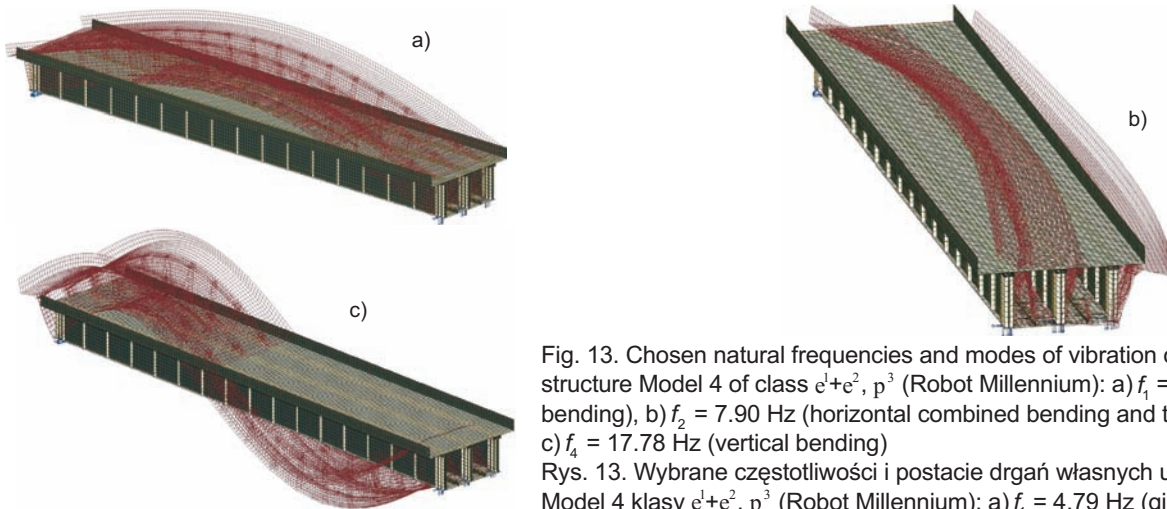
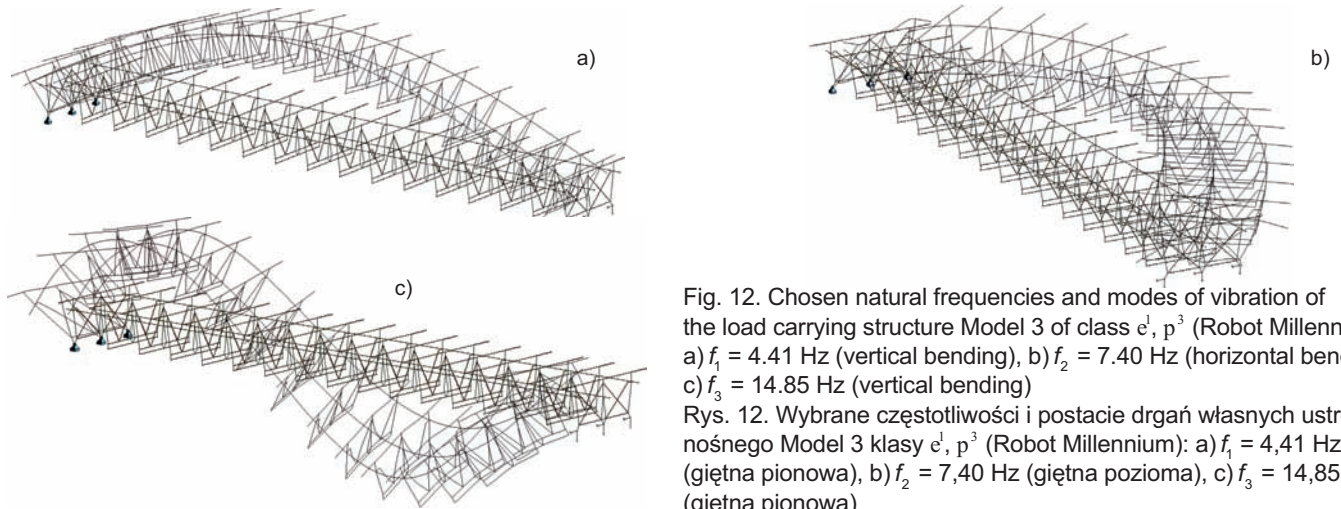


Table 2. Results of modal analysis of the developed numerical models  
 Tablica 2. Wyniki analizy modalnej wykonanych modeli numerycznych

Model class Klasa modelu	Model 1		Model 2		Model 3	
	No. Lp.	Mode shape Postać drgań	$f$ [Hz]	Mode shape Postać drgań	$f$ [Hz]	Mode shape Postać drgań
		2D beam model belkowy płaski $e^1, p^2$ (Robot Millennium)		beam model in 3D space belkowy w przestrzeni trójwymiarowej $e^1, p^3$ (SOFISTIK)		spatial frame (beam model in 3D space) rama przestrzenna (belkowy trójwymiarowy) $e^1, p^3$ (Robot Millennium)
1	5.16	vertical bending, single half-sine wave giętna pionowa, fala pojedyncza	4.54	vertical bending, single half-sine wave giętna pionowa, fala pojedyncza	4.41	vertical bending, single half-sine wave giętna pionowa, fala pojedyncza
2	20.66	vertical bending, complete sine wave giętna pionowa, fala podwójna	15.40	vertical bending, complete sine wave giętna pionowa, fala podwójna	7.40	vertical bending, single half-sine wave giętna pozioma, fala pojedyncza
3	26.65	longitudinal vibration drżania podłużne	15.75	horizontal bending, single half-sine wave giętna pozioma, fala pojedyncza	14.85	vertical bending, two half-sine wave giętna pionowa, fala podwójna
4	46.47	vertical bending, three half-sine wave giętna pionowa, potrójna fala	25.65	longitudinal vibration drżania podłużne	19.80	torsional, single half-sine wave skrętna, fala pojedyncza
5	79.96	longitudinal vibration drżania podłużne	26.53	torsional, single half-sine wave skrętna, fala pojedyncza	22.05	second torsional, two half-sine wave druga skrętna, fala podwójna
6	82.61	vertical bending, four half-sine wave giętna pionowa, fala 4-krotna	28.65	vertical bending, complete sine wave giętna pionowa, potrójna fala	23.03	combined bending and torsional, two half-sine wave giętno-skrętna pionowa, fala podwójna
7	129.07	vertical bending, five half-sine wave giętna pionowa, fala 5-krotna	36.19	horizontal bending, two half-sine wave giętna pozioma, fala podwójna	33.15	horizontal bending, three half-sine wave pozioma, fala potrójna
8	133.24	longitudinal vibration drżania podłużne	42.39	vertical bending, four half-sine wave giętna pionowa, fala poczwójna	37.13	vertical bending, three half-sine wave giętna pionowa, fala potrójna
9	185.84	vertical bending, six half-sine wave giętna pionowa, fala 6-krotna	53.21	second torsional, complete sine wave druga skrętna, fala podwójna	42.90	horizontal bending, four half-sine wave giętna pozioma, fala poczwójna
10	186.48	longitudinal vibration drżania podłużne	56.04	vertical bending, five half-sine wave giętna pionowa, fala pięciokrotna	45.74	torsional, complete sine wave skrętna, fala podwójna

Table 2 (continued). Results of modal analysis of the developed numerical models  
 Tablica 2 (ciąg dalszy). Wyniki analizy modalnej wykonanych modeli numerycznych

Model class	Model 4		Model 5	
No. Lp.	$f$ [Hz]	Mode shape Postać drgań	$f$ [Hz]	Mode shape Postać drgań
		spatial beam and shape system belkowo-powłokowy przestrzenny $e^1, e^2, p^3$ (Robot Millennium)		spatial beam and shape system belkowo-powłokowy przestrzenny $e^1, e^2, p^3$ (ABAQUS)
1	4.70	vertical bending, single half-sine wave giętna pionowa, pojedyncza fala	4.40	vertical bending, single half-sine wave giętna pionowa, pojedyncza fala
2	7.88	combined bending and torsional, horizontal, single half-sine wave giętno-skrętna, pozioma, pojedyncza fala	6.56	combined bending and torsional, horizontal, single half-sine wave giętno-skrętna pozioma, pojedyncza fala
3	13.63	torsional, single half-sine wave skrętna, pojedyncza fala	12.25	torsional, single half-sine wave skrętna, pojedyncza fala
4	14.58	vertical bending, complete sine wave giętna pionowa, podwójna fala	13.15	combined bending and torsional, horizontal, complete sine wave giętno-skrętna, pozioma, podwójna fala
5	17.12	second torsional, complete sine wave druga skrętna, podwójna fala	14.30	torsional, complete sine wave skrętna, podwójna fala
6	19.78	vertical bending, complete sine wave, symmetrical to 4 giętna pionowa, podwójna fala, symetryczna do 4	18.34	vertical bending, complete sine wave giętna pionowa, podwójna fala
7	24.75	torsional, complete sine wave, web vibration skrętna, podwójna fala, drgania środków	21.29	torsional, complete sine wave, web vibration skrętna, podwójna fala, drgania środków
8	26.50	torsional, three half-sine wave web vibration skrętna, potrójna fala, drgania środków	22.09	torsional, three half-sine wave web vibration skrętna, potrójna fala, drgania środków
9	27.98	vertical bending, three half-sine, vibration of web, bottom flange and concrete topping giętna pionowa, potrójna fala, drgania środków, drgania pasa dolnego, drgania płyty nadbetonu	25.07	vertical bending, three half-sine, vibration of web, bottom flange and concrete topping giętna pionowa, potrójna fala, drgania środków, drgania pasa dolnego, drgania płyty nadbetonu
10	29.58	vibration of bottom flange, slab, web, diagonal braces drgania pasa dolnego, płyty, środków, skratowań stężających	27.78	vibration of bottom flange, slab, web, diagonal braces drgania pasa dolnego, płyty, środków, skratowań stężających



W Tabl. 3 przedstawiono wyniki obliczeń częstotliwości drgań własnych modelu belkowo-powłokowego (Model 5) przeprowadzone w systemie ABAQUS, w dwóch wariantach aproksymacji, tj. liniowej i kwadratowej, z zastosowaniem siatki elementów o różnym zagęszczeniu. Z zestawienia wynika, że gęstość siatki wpływa nieznacznie na rozwiązanie. Im gęstsza siatka lub wyższy stopień aproksymacji tym struktura numeryczna jest mniej przeszywniona i częstotliwość minimalnie niższa.

Table 3 presents the calculated natural frequencies of beam and shell model (Model 5) carried out with ABAQUS system using two approximation variants: linear and quadratic and different grid refinements levels. As it can be seen, the grid density has little effect on the results. Increasing the grid density or the degree of approximation makes the numerical structure excessively stiff and slightly reduces the frequency.

Table 3. Selected natural frequencies obtained in multi-level discretization with Model 5

Tablica 3. Wybrane częstotliwości drgań własnych uzyskane z wielopoziomowej dyskretyzacji wykonane w ramach Modelu 5

Grid size / Podział	Linear approximation Aproksymacja liniowa			Quadratic approximation Aproksymacja kwadratowa		
	coarse zgrubny	moderate średni	fine dokładny	coarse zgrubny	moderate średni	fine dokładny
Finite element size / Wymiar elementu [m]	0.30	0.15	0.075	0.30	0.15	0.075
Unknown / Niewiadome	33852	106272	404598	95484	305004	867192
No. Lp.	$f$ [Hz]					
1	4.3978	4.3992	4.399	4.4043	4.4069	4.4015
2	6.3256	6.2594	6.1286	6.5776	6.5587	6.3289
3	12.013	11.933	11.880	12.273	12.248	12.067
4	12.927	12.851	12.703	13.137	13.156	12.930
5	14.039	13.976	13.887	14.304	14.303	14.041
6	18.136	18.082	18.064	18.315	18.343	18.183
7	20.593	20.367	20.251	21.367	21.291	20.762
8	21.682	21.554	21.509	21.965	22.096	21.745

#### 5.4. OCENA WYNIKÓW OBLICZEŃ DRGAŃ WŁASNYCH W KONTEKŚCIE ZALECEŃ NORMOWYCH

Wartości uzyskane z najprostszego modelu belkowego, w przestrzeni dwuwymiarowej (klasy  $e^1$ ,  $p^2$ ), wykonanego w systemie Robot Millennium, w przypadku wyższych częstotliwości odbiegają znacznie od wyników uzyskanych w innych modelach. Odwzorowania tej klasy pozwalają jedynie oszacować podstawowe pionowe formy drgań własnych przy niskich częstotliwościach. Nie umożliwiają uzyskania informacji o drganiach skrętnych, w związku z czym są nieprzydatne w określaniu wrażliwości konstrukcji na skrętne formy deformacji wymaganej przez [1]. Postacie drgań własnych silnie zależą od warunków brzegowych, które w przyjętym modelu odwzorowano w sposób

#### 5.4 ANALYSIS OF FREE VIBRATION CALCULATION RESULTS AGAINST THE EUROPEAN STANDARD REQUIREMENTS

The values obtained with the most basic beam model in 2D space (class  $e^1$ ,  $p^2$ ) made in Robot Millennium for higher frequencies differ markedly from the values obtained with other models. Therefore, application of representations of this class is limited to estimating the main vertical mode shapes of low frequency natural vibrations. They are not capable of determining the sensitivity of structure to torsional deformation, as required by [1]. The natural vibration mode shapes depend heavily on the boundary conditions, which are represented in the model in a simplified way in that the model does not provide accurate representation of the bearing system of the actual

uproszczone – niewystarczająco dokładnie odzwierciedlono układ łożyskowania realnej konstrukcji, który zapewnia m.in. blokadę kąta skręcenia przekrojów podporowych. Powodem rozbieżności są również ograniczenie rozwiązania do płaszczyzny pionowej i zastosowanie zbyt niskiej klasy elementów skończonych – model pręta Bernoulliego-Eulera oraz trudności w precyzyjnym odzwierciedleniu sztywności przekroju stalowo-betonowego (sprowadzone charakterystyki geometryczne przekrojów).

Na podstawie przeprowadzonych symulacji można stwierdzić, że w przypadku modelu belkowego w przestrzeni trójwymiarowej ( $e^1, p^3$ ) zbudowanego w systemie SOFiSTiK, zaobserwowano zadawalającą zbieżność wyników w stosunku do najbardziej rozbudowanego powłokowo-belkowego odwzorowania referencyjnego (Model 5) wykonanego w systemie ABAQUS. Zastosowanie elementu skończonego w postaci belki Timoshenki umożliwiło uzyskanie poprawnych wyników w stosunkowo prostym modelu numerycznym (Model 2). W przypadku belki Timoshenki kąt deformacji elementu nie odpowiada kątowi czystego zginania jak w belce Bernoulliego-Eulera. Użyty element wzbogacony jest o wpływ odkształcenia postaciowego (uwzględnia wpływ ścinania) oraz korektę z uwagi na skręcanie skrępowane. Na wartości drgań skrętnych znaczny wpływ miało pominięcie zdegradowanych (uszkodzonych) gzymsów realnej konstrukcji.

Złożone postacie drgań poszczególnych elementów konstrukcyjnych uwidaczniają się w odwzorowaniach klasy  $e^1+e^2, p^3$ , a pojawiają się dopiero przy częstotliwościach przekraczających  $f = 21 \div 24$  Hz (drgania środników). Z uwagi na strukturę obciążenia kolejowego zakres drgań konstrukcji istotny przy sprawdzaniu dopuszczalnych wartości przyspieszeń pionowych przęseł  $a_z$  dotyczy częstotliwości nie przekraczającej  $f_{\max} = 20$  Hz [6], [32]. Stosunek najniższej częstotliwości drgań skrętnych mostu (czysta forma skrętna bez zginania) do pierwszej częstotliwości drgań giętnych pionowych uzyskanej w Modelu 5 (ABAQUS) wynosi  $n_T = \min f_2 = 12,25 \text{ Hz} / n_0 = f_1 = 4,40 \text{ Hz} = 2,78 > 1,2$ . W świetle PN-EN [1] analizowana konstrukcja jest więc niewrażliwa na drgania skrętne. Wszystkie otrzymane wartości częstotliwości drgań skrętnych z różnych modeli spełniają powyższy warunek normowy. Czyste formy skrętne drgań (bez zginania) występują w modelach z użyciem belkowych elementów skończonych przy częstotliwościach 19,83 Hz (rama przestrzenna – Model 3) i 26,53 Hz (belka Timoshenki w przestrzeni trójwymiarowej – Model 2). W modelach najdokładniejszych belkowo-powłokowych (klasy  $e^1+e^2, p^3$ ) te postacie drgań pojawiają się przy niższych częstotliwościach o zbliżonych wartościach – 13,63 Hz w Modelu 4

structure, which defines the maximum angle of torsion at support sections. Another reason of the above-mentioned difference is limiting of the solution to the vertical plane and too low finite elements class (Euler-Bernoulli beam model) and problems with accurate representation of the stiffness of composite steel-concrete section (corrected geometrical parameters of sections).

The performed simulations allow us to state that there is sufficient degree of fit between the results obtained with a beam model in 3D space ( $e^1, p^3$ ) made in SOFiSTiK system and the results obtained with the most sophisticated, shell and been reference representation (Model 5) made in ABAQUS system. With Timoshenko beam finite element correct results were obtained with a relatively simple numerical model (Model 2). In the case of the Timoshenko beam the deformation angle of element is not equivalent to pure bending angle as in the case of Euler-Bernoulli beam. The element is expanded with the effect of shape deformation (includes the effect of shearing) and correction to account for torsional restraint. The values of torsional vibration were considerably affected by ignoring the deteriorated (damaged) fascia panels of the actual structure.

The composite vibration modes of the respective components can be seen in  $e^1+e^2, p^3$  representations and appear at frequencies higher than  $f = 21 - 24$  Hz (web vibrations). Taking into account the structure of the traffic load, the limit of structure vibration relevant for verifying the maximum allowable vertical acceleration of spans  $a_z$  is defined by the maximum frequency value of  $f_{\max} = 20$  Hz [6], [32]. The ratio of the lowest frequency of torsional vibration (pure torsion without bending) to the first frequency of vertical bending obtained with Model 5 (ABAQUS) is  $n_T = \min f_2 = 12.25 \text{ Hz} / n_0 = f_1 = 4.40 \text{ Hz} = 2.78 > 1.2$ . As such, the structure is insensitive to torsional vibration, according to [1]. The above requirement of the standard is fulfilled by all the torsional vibration frequencies obtained with the models used in this research. Pure torsional mode shapes (without bending) occur in beam finite element models at two frequencies: 19.83 Hz (spatial frame – Model 3) and 26.53 Hz (Timoshenko beam system in 3D space – Model 2). In the most accurate, beam and shell models (classes  $e^1+e^2, p^3$ ) these mode shapes appear at lower frequencies, which are quite similar in the two models, namely 13.63 Hz in Model 4 (Robot Millennium) and 12.25 Hz in Model 5 (Abaqus), the latter being the most accurate model of all. This is due to taking into consideration the stiffness of braces and spatial character of the structure. The minimum

(Robot Millennium) oraz 12,25 Hz w najdokładniejszym Modelu 5 (Abaqus). Wynika to z uwzględnienia w odwzorowaniach tej klasy sztywności stężeń (skratowań) oraz przestrzennego charakteru konstrukcji. Minimalna częstotliwość drgań bocznych (giętych poziomych), z różnych modeli numerycznych, przekracza 1,2 Hz, a więc spełnia warunki normowe, tj.  $f_h = 7,40 \text{ Hz} > f_{h0} = 1,2 \text{ Hz}$ .

## 6. ANALIZA CZASOWA – ODPOWIEDŹ DYNAMICZNA UKŁADU

### 6.1. ZAŁOŻENIA I ZAKRES ANALIZY CZASOWEJ

W celu wyznaczenia charakterystyk dynamicznych konstrukcji – częstotliwości i postaci drgań własnych, rozwiązano problem własny wykorzystując pięć modeli obliczeniowych konstrukcji o różnym stopniu dyskretyzacji. Analizę czasową przeprowadzono na modelach belkowych z uwzględnieniem mas niekonstrukcyjnych. Zgodnie z PN-EN [1] pominięto dokładne [15 - 16], [19], [27 - 28] określenie efektu współdziałania mas pojazdu, resorowania z konstrukcją najazdową i konstrukcją przęsła. Efekt ten uwzględniono w sposób uproszczony, w przypadku konstrukcji o rozpiętości przęsła  $L < 30,0 \text{ m}$ , poprzez naddatek zwiększający wartość tłumienia  $\Delta\zeta$  dodawany do dolnej wartości tłumienia konstrukcyjnego  $\zeta = 0,5\%$  według [1]. Zastosowano model tłumienia proporcjonalnego, masowo-sztywnościowego (Reylaigha) [30]. Przyjęto przedział (krok) czasowy  $\Delta t = 0,01 \text{ s}$ .

Wykonane obliczenia miały na celu określenie czy konstrukcja spełnia warunki stanów granicznych nośności (SGN) i użyteczności (SGU). W odniesieniu do SGN sprawdzano czy wartości sił wewnętrznych wywołanych oddziaływaniami dynamicznymi nie przekraczają odpowiadających wartości od modelu obciążenia statycznego z okresu projektowania. W przypadku SGU określano czy maksymalne ugięcia pionowe przęsła  $u_z$  oraz maksymalne przyspieszenia pionowe przęsła  $a_z$  nie przekraczają wartości uznanych w przepisach za dopuszczalne [1 - 7], [10].

### 6.2. MODEL OBLICZENIOWY I OBCIĄŻENIA KONSTRUKCJI

W obliczeniach dynamicznych wykorzystano model belkowy (Rys. 15 i 16) w układzie przestrzennym ( $e^1, p^3$ ). Zastosowano element skończony typu Timoshenko wzbogacony o efekt ścinania. Klasę modelu obliczeniowego przyjęto z uwagi na ograniczenie rozrostu zadania numerycznego.

frequency of lateral (horizontal bending) vibration obtained with different models always exceeds 1.2 Hz, this meeting the standard requirement of  $f_h = 7.40 \text{ Hz} > f_{h0} = 1.2 \text{ Hz}$ .

## 6. TIME-HISTORY ANALYSIS – DYNAMIC RESPONSE OF THE SYSTEM

### 6.1. ASSUMPTIONS AND SCOPE

The dynamic response characteristics of the structure, namely free vibration frequency and mode shapes were determined by solving an eigenvalue problem using five computational models of the structure of different level of discretization. Beam systems were used in the time-history analysis, taking into account non-structural masses. Detailed determination of the effect of sprung mass interaction with the approach slab and with the bridge spans was omitted [15 - 16], [19], [27 - 28] as allowed by the European Standard [1]. This effect was taken into account in a simplified manner for bridge spans of  $L < 30.0 \text{ m}$  by increasing the lower structural damping value  $\zeta = 0.5\%$  with additional damping value  $\Delta\zeta$  according to [1]. Mass- and stiffness-proportional (Reylaigh) damping model was applied [30]. The time step was  $\Delta t = 0.01 \text{ s}$ .

The purpose of the calculations was to analyse the bridge for both ultimate limit state (ULS) and service limit state (SLS) conditions. The ULS analysis was carried out by checking whether the internal forces excited by the dynamic actions do not exceed the relevant values from the static load model applied during initial bridge design work. The SLS analysis was carried out by checking if the maximum vertical deflections of the bridge span  $u_z$  and the maximum vertical acceleration values  $a_z$  are within the code limits [1 - 7], [10].

### 6.2. COMPUTATIONAL MODEL AND LOADS ON THE STRUCTURE

The dynamic calculations were carried out on a beam model (Figs. 15 and 16) set in a 3D space ( $e^1, p^3$ ). The Timoshenko beam finite element was used, modified to include shearing. Excessive computations were avoided by choosing appropriate class of computational model. The level of discretization was taken in the same way for example in [13], [15 - 16]. The beam systems, modified to include shearing and shell systems related to enclosed box girders give satisfactory and consistent results,

Analogiczny stopień dyskretyzacji przyjęto m.in. w pracach [13], [15 - 16]. Modele prętowe, uwzględniające ściskanie, i powłokowe, odniesione do zamkniętych dźwigarów skrzynkowych, dają zadowalające i zbieżne wyniki, wyłączając strefy występowania efektów lokalnych [11]. Wynika to m.in. z małej podatności przekrojów skrzynkowych na skręcanie, która nie generuje złożonych postaci deformacji przy niskich częstotliwościach.

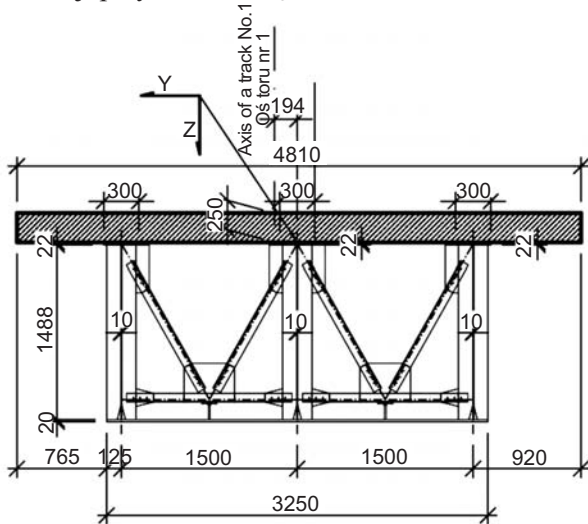


Fig. 15. Design cross-section of the analysed structure  
Rys. 15. Przekrój obliczeniowy konstrukcji

Konstrukcję obciążano strumieniami sił skupionych, symulujących oddziaływanie pociągów modelowych HSLM-A (wykorzystano pociągi typów A1÷A10 różniące się liczbą i długością wagonów pasażerskich, rozstawami osi wózków jezdnych i naciskami na oś) zgodnie z [1] i schematem obciążenia przedstawionym na Rys. 17. Przeprowadzono obliczenia dla 10 typów pojazdów HSLM, w zakresie prędkości  $v = 160 \div 360$  km/h, ze skokiem prędkości co 10 km/h. W sumie przeprowadzono 200 symulacji przejazdów pociągów.

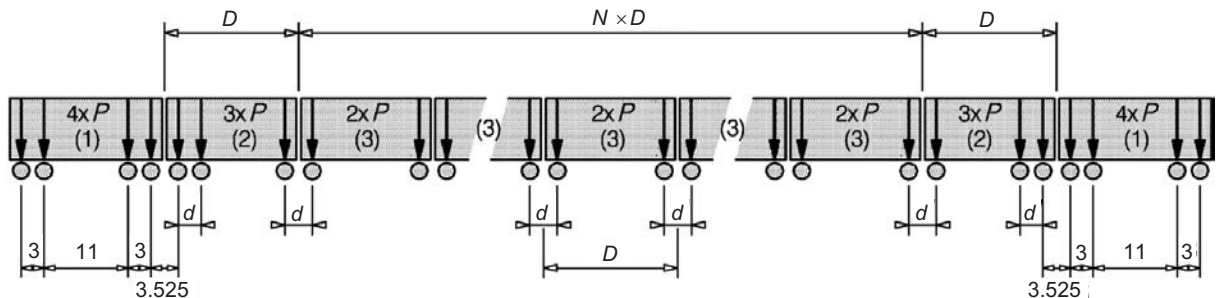


Fig. 17. HSLM-A load case

Rys. 17. Schemat obciążenia kolejowego HSLM-A

except for places subjected to local effects [11]. The factors responsible for that include low sensitivity of box sections to torsional deformation thus avoiding complex deformation modes at low frequencies.

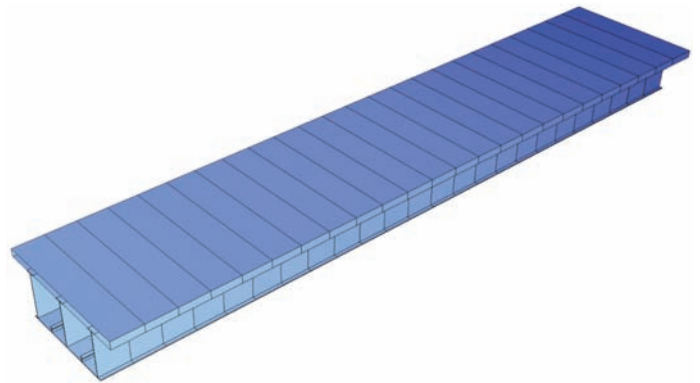


Fig. 16. Numerical model class  $e^1, p^3$

Rys. 16. Model numeryczny konstrukcji klasy  $e^1, p^3$

The structure was loaded with series of point loads simulating the action of HSLM-A train model (A1-A10 train types were used with different coach numbers and lengths, bogie axle spacing and axle load) according to [1] and loading case illustrated in Fig. 17. Calculations were carried out for ten (10) types of HSLM train models and 160-360 km/h running speeds in 10 km/h increments. Two hundred (200) moving load simulations were carried out in total.



### 6.3. WYNIKI DYNAMICZNEJ ODPOWIEDZI KONSTRUKCJI

Wybrane wyniki analizy czasowej przedstawiono w formie wykresów:

- przebiegów czasowych wybranych wielkości (przemieszczenia  $u_z$ , przyspieszenia  $a_z$ , momenty zginające w środku przęsła  $M_{y \max}$ ) – Rys. 18 ÷ 21,
- zależności badanych wielkości od prędkości ruchu z zakresu  $v = 160 \div 360$  km/h i pociągów modelowych z grupy HSLM-A (A1÷A10) – Rys. 22 ÷ 24.

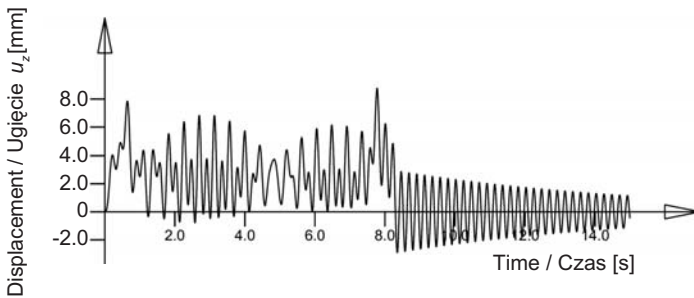


Fig. 18. Midspan deflection  $u_z$  as a function of time for HSLM-A4 train running at 180 km/h

Rys. 18. Zmiany ugięcia środka przęsła  $u_z$  w funkcji czasu dla przejazdu pociągu HSLM-A4 z prędkością 180 km/h

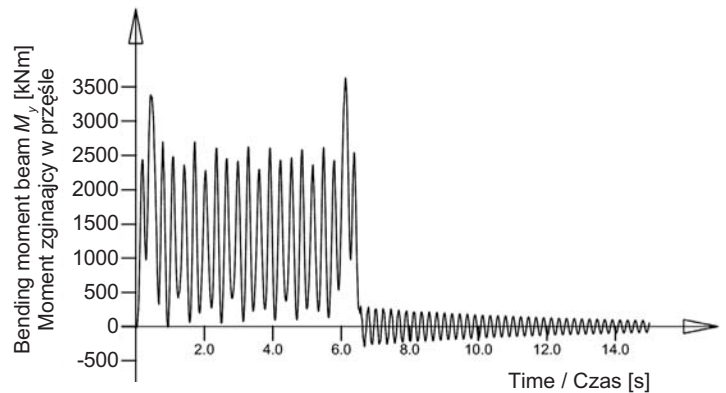


Fig. 19. Bending moment  $M_y$  as a function of time for HSLM-A3 train model running at 230 km/h

Rys. 19. Zmiany momentu zginającego  $M_y$  w funkcji czasu dla przejazdu pociągu HSLM-A3 z prędkością 230 km/h

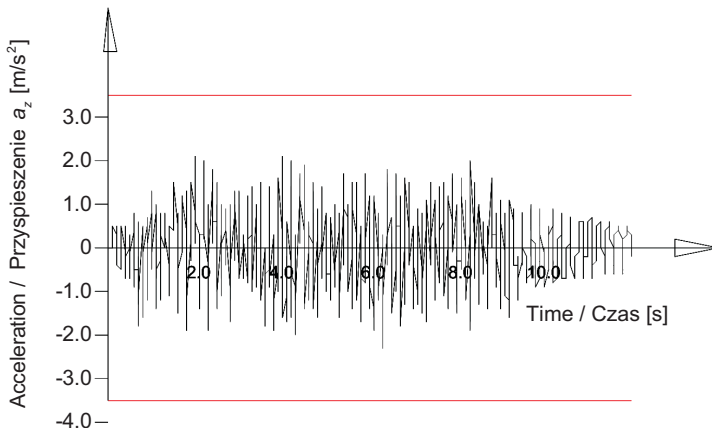


Fig. 20. Vertical acceleration component at midspan  $a_z$  as a function of time for HSLM-A5 train model running at 160 km/h  
Rys. 20. Zmiany przyspieszenia pionowego  $a_z$  środka przęsła w funkcji czasu dla przejazdu pociągu HSLM-A5 z prędkością 160 km/h

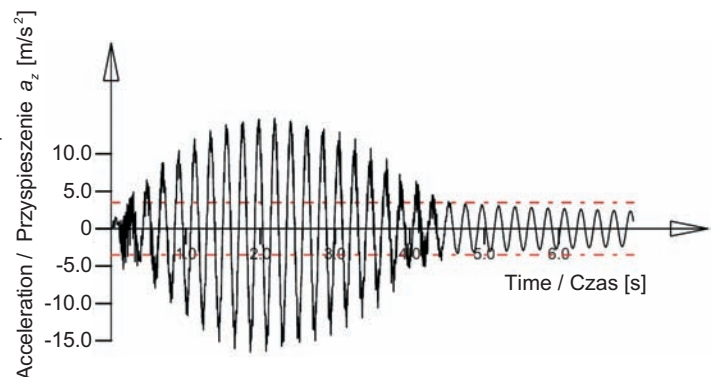


Fig. 21. Vertical acceleration component at midspan  $a_z$  as a function of time for HSLM-A4 train model running at 360 km/h  
Rys. 21. Zmiany przyspieszenia pionowego  $a_z$  środka przęsła w funkcji czasu dla przejazdu pociągu HSLM-A4 z prędkością 360 km/h

### 6.3 RESULTS OF THE DYNAMIC RESPONSE SIMULATIONS

The selected results of the time-history analyses are displayed as:

- time-history diagrams of certain parameters (displacement  $u_z$ , acceleration  $a_z$ , midspan bending moments  $M_{y \max}$ ) – Figs. 18 - 21,
- diagrams relating the studied parameters to the speed of the train in the range  $v = 160 - 360$  km/h for different HSLM-A train models (A1-A10) – Figs. 22 - 24.

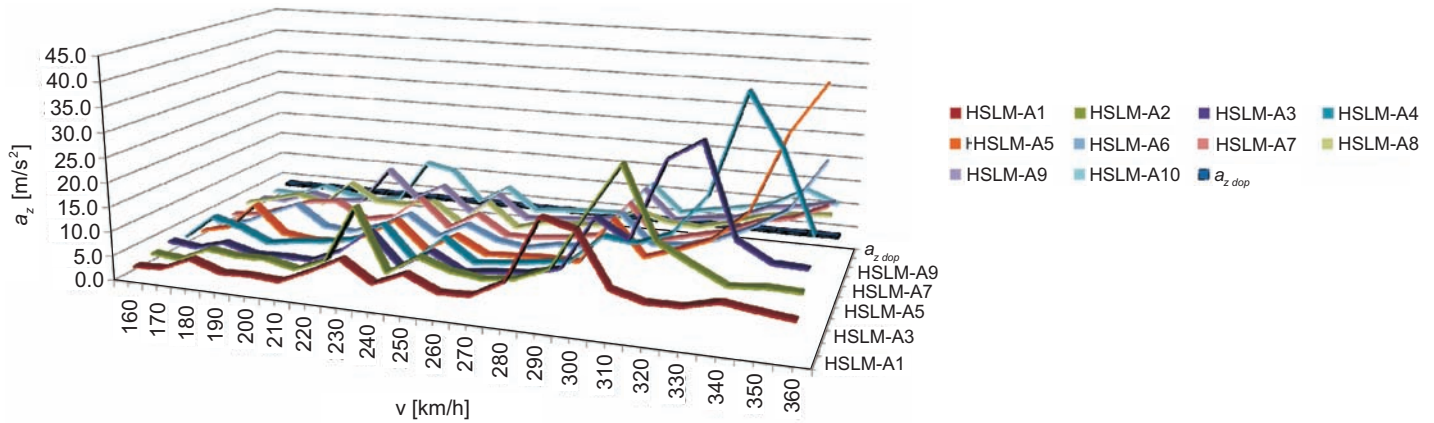


Fig. 22. Deck acceleration  $a_z$  [ $\text{m/s}^2$ ] vs. running speed of HSLM–A1–A10 train models  $v$  [ $\text{km/h}$ ]

Rys. 22. Zależność przyspieszeń ustroju nośnego  $a_z$  [ $\text{m/s}^2$ ] od prędkości ruchu  $v$  [ $\text{km/h}$ ] pociągów modelowych HSLM–A1÷A10

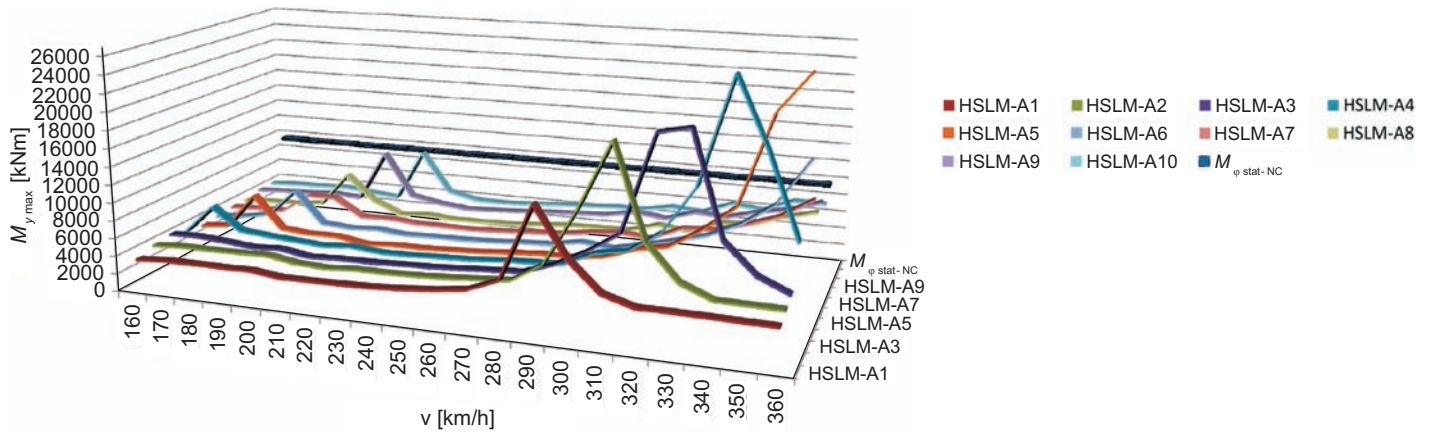


Fig. 23. Deck bending moments  $M_{y \max}$  [ $\text{kNm}$ ] vs. running speed of HSLM–A1–A10 train models  $v$  [ $\text{km/h}$ ] ( $M_{\phi \text{ stat-NC}}$  – initial "design" static moment from NC load corrected with dynamic factor)

Rys. 23. Zależność momentów zginających w ustroju nośnym  $M_{y \max}$  [ $\text{kNm}$ ] od prędkości ruchu  $v$  [ $\text{km/h}$ ] pociągów modelowych HSLM–A1÷A10 ( $M_{\phi \text{ stat-NC}}$  – projektowy moment statyczny od obciążenia NC uwzględniający współczynnik dynamiczny)

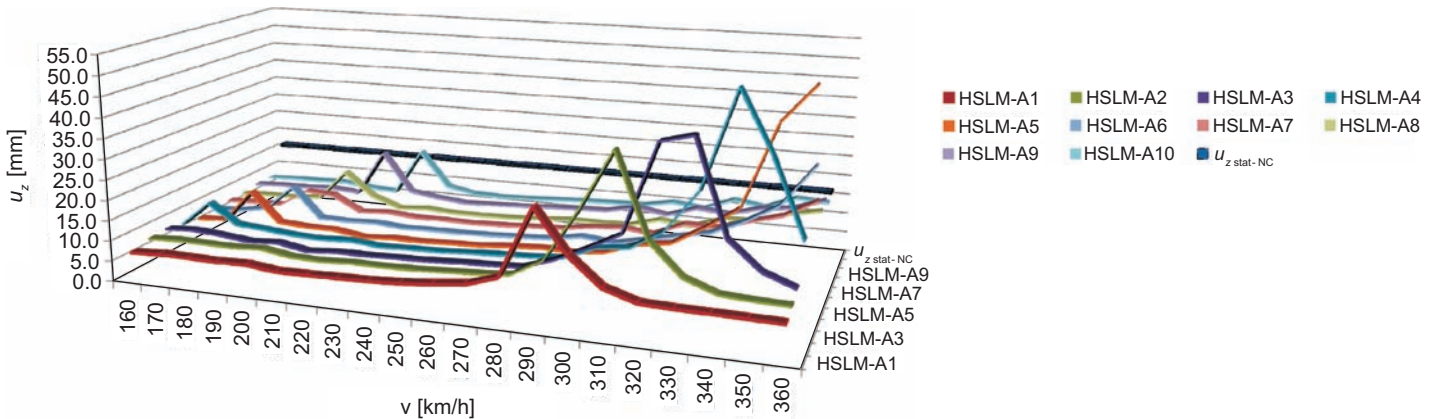


Fig. 24. Deck deflection  $u_z$  [ $\text{mm}$ ] vs. running speed of HSLM–A1–A10 train models  $v$  [ $\text{km/h}$ ] ( $u_{z \text{ stat-NC}}$  – initial static deflection in NC load case)

Rys. 24. Zależność ugięć ustroju nośnego  $u_z$  [ $\text{mm}$ ] od prędkości ruchu  $v$  [ $\text{km/h}$ ] pociągów modelowych HSLM–A1÷A10 ( $u_{z \text{ stat-NC}}$  – ugięcie statyczne „projektowe” od schematu NC)

## 6.4. OCENA WYNIKÓW ANALIZY CZASOWEJ POD KĄTEM ZALECEŃ NORMOWYCH PN-EN

W analizowanym, zgodnie z PN-EN, moście, decydującym „niespełnionym” kryterium były najczęściej wartości przyspieszeń pionowych konstrukcji  $a_z$  (Rys. 22). W zasadzie, już przy prędkościach ruchu pociągów  $v > 160$  km/h w konstrukcji pojawiają się pionowe przyspieszenia przesła przekraczające „obliczeniową” wartość dopuszczalną  $a_{z\,dop} = 3,5$  m/s<sup>2</sup>, wymaganą przepisami [1], [5 - 6], mimo, iż zagrożenie rozluźnieniem podsypki występuje przy przyspieszeniach rzędu  $\sim 7$  m/s<sup>2</sup> [13]. Przy prędkościach ruchu  $170 < v < 240$  km/h przyspieszenia  $a_z$  są około  $2 \div 4$  krotnie większe od wartości dopuszczalnej, natomiast dla prędkości  $v > 300$  km/h przekraczają wartość graniczną  $4 \div 12$  krotnie. Przy prędkości ruchu pociągów modelowych HSLM-A przekraczającej  $v = 280$  km/h momenty wywołane oddziaływaniami dynamicznymi (Rys. 23) znacznie przekraczały wartość „projektowych” momentów wywołanych oddziaływaniami statycznymi [29] ze współczynnikiem dynamicznym  $\phi$  od obciążenia schematem NC (pociąg normalny ciężki według normy [8]). Podobnie ugięcia dynamiczne środka przesła  $u_z$  były większe od wartości projektowej ( $u_{z\,proj} = 16,3$  mm), ale w przypadku prędkości  $v < 280$  km/h spełniały wymogi wszystkich analizowanych norm (Rys. 24).

Wykonane obliczenia dynamicznej odpowiedzi konstrukcji wykazały, że w ustroju nośnym zwiększone efekty dynamiczne pojawiają się w zakresie prędkości  $v \approx 170 \div 240$  km/h (Rys. 22 - 24). Największe efekty dynamiczne pojawiają się przy prędkościach przekraczających  $v = 280$  km/h. Przy prędkościach  $v > 340$  km/h momenty i ugięcia „dynamiczne” ponad dwukrotnie przekraczają „statyczne” wielkości projektowe. Tak znaczne przyrosty analizowanych wielkości fizycznych (przemieszczenia, przyspieszenia, momenty zginające) przy prędkościach  $v > 280$  km/h, świadczą o występowaniu efektów rezonansowych (w modelu numerycznym). Jest to spowodowane kilkoma czynnikami. Jednym z nich jest słabe tłumienie. Wartość tłumienia krytycznego przyjęta na podstawie zaleceń PN-EN jest na poziomie 0,7%. Jak świadczą wyniki badań pod próbnym obciążeniem dynamicznym, tłumienie rzeczywistych konstrukcji jest większe. W tym kontekście, warto zaznaczyć, że określanie tłumienia w PN-EN stanowi „bezpieczne” oszacowanie dolne. Wynika to z „projektowego” charakteru zaleceń normowych. Przeszacowanie wartości tłumienia na etapie obliczeń projektowych jest niebezpieczne, gdyż mogłoby skutkować niedoszacowaniem przemieszczeń

## 6.4. EVALUATION OF THE TIME-HISTORY ANALYSIS RESULTS AGAINST THE EUROPEAN STANDARD REQUIREMENTS

The value which in most cases was responsible for not satisfying the European Standard criteria was the vertical acceleration  $a_z$  (Fig. 22). Generally, the design criterion of  $a_{z\,dop} = 3.5$  m/s<sup>2</sup> as given in [1], [5 - 6], is exceeded when the train speed exceeds 160 km/h although the risk of ballast loosening occurs at a higher value, namely 7 m/s<sup>2</sup> [13]. In the speed range of 170-240 km/h the values of vertical acceleration  $a_z$  are ca. 2-4 times greater than the maximum allowable limit, which increases to 4-12 times for speeds greater than 300 km/h. For the HSLM-A trains running at speeds greater than  $v = 280$  km/h the moments resulting from dynamic actions (Fig. 23) considerably exceeded the static design moments [29] increased by application of the dynamic load factor  $\phi$  for NC load case (standard heavy train according to [8]). Similarly the dynamic midspan deflections  $u_z$  exceed the initial design value ( $u_{z\,proj} = 16.3$  mm), although for speeds lower than 280 km/h they satisfied the criteria of all the invoked standards (Fig. 24).

The dynamic response calculations show that dynamic effects increase at speeds in the range of ca. 170-240 km/h (cf. Figs. 22-24). The greatest dynamic effects are observed at speeds greater than 280 km/h. When the speed increases to more than 340 km/h the moments and deflections related to dynamic action exceed the initial design “static” values. Such a great increase in value of the analysed physical parameters (displacements, accelerations, bending moments) for speeds greater than 280 km/h suggests the influence of resonance effects (in the numerical model). There are a few factors responsible for that. One of them is low damping. The critical damping value of 0.7% was adopted according to the European Standard provisions. The actual damping value is greater which can be figured out from the results of dynamic load tests carried out on the structure. In this context it must be noted that the European Standard define damping value as the low (conservative) estimate. This is because the standard requirements are intended to serve as design guidance. Overrating the damping efficiency at the design stage is dangerous as it could result in underrating the displacement and acceleration values of the actual structure. Besides, in situ determination of the damping ratio is generally limited to the structure alteration projects. For new-built structures the only way is to take the value obtained in field for a structure of a similar design.



i przyspieszeń drgającej, rzeczywistej konstrukcji. Poza tym, określenie liczby tłumienia „in situ” dotyczy w praktyce tylko obiektów przebudowywanych. W przypadku mostów nowoprojektowanych można jedynie przyjąć tłumienie zbadane na podobnych konstrukcjach.

Kolejnym czynnikiem, który spowodował znaczne przekroczenia wartości statycznych może być przyjęty liniowy model tłumienia. Jak wykazano w pracy [33] przyjęcie nieliniowego modelu tłumienia powoduje znaczne zmniejszenie amplitud wielkości fizycznych przy dużych prędkościach. Jednak dobór parametrów tłumienia w modelu nieliniowym wymaga dużego doświadczenia, popartego wykonaniem szeregu badań doświadczalnych na realnych obiektach.

Podstawową przyczyną występowania efektów rezonansowych powyżej prędkości 280 km/h jest zarówno przyjęty model konstrukcji jak i model obciążenia, na co zwrócono uwagę np. w opracowaniu [13]. Zgodnie z PN-EN w analizie obciążenia modelowano za pomocą strumienia sił skupionych, a więc pominięto dokładne określenie wpływu masy i resorowania pociągu (efekt ten uwzględniono w sposób uproszczony zgodnie z PN-EN). W modelu numerycznym nie uwzględniono poza tym sprężystości elementów torowiska (podsypka tłuczniowa, podkłady, mocowanie szyn, szyny). Te uproszczenia wynikają z braku znajomości tych parametrów. Normowe modele pociągów dużych prędkości HSLM-A i HSLM-B nie przedstawiają rzeczywistego taboru kolejowego, a więc nie jest możliwe określenie charakterystyk ich zawiesznień. Dokładność obliczeń, które w przypadku analiz na potrzeby projektowe są jedynie oszacowaniem dynamicznego zachowania się konstrukcji, można zwiększyć, jeżeli dysponuje się wynikami badań podatności elementów torowiska, ale przede wszystkim – jeśli znany jest konkretny typ taboru kolejowego przewidzianego do stosowania na rozpatrywanej linii kolejowej oraz charakterystyki jego zawieszenia.

## 7. WNIOSKI

Przedstawiona analiza dynamiczna dotyczy przypadku szczególnego, niemniej jednak na jej podstawie można wyciągnąć pewne stwierdzenia ogólne, słuszne w odniesieniu do szerszej klasy zagadnień obejmujących dynamikę mostów kolejowych.

Na podstawie obliczeń drgań własnych układu, z wykorzystaniem modeli obliczeniowych o różnym stopniu dyskretyzacji (szczegółowości), można stwierdzić, że struktury belkowe klasy  $e^1$ ,  $p^3$  zbudowane z elementów skończonych typu Timoshenko (są to elementy wzbogacone o efekt

The much higher values, as compared to the initial static values can also be attributed to adoption of the linear damping model. As it is demonstrated in [33] adopting a non-linear damping model significantly reduces the amplitudes of physical parameters at high speeds. However, the non-linear model requires a lot of experience, supplemented with a number of experimental in-field tests to take the damping parameters at appropriate values.

The primary cause of resonance effects appearing for speeds greater than 280 km/h is the adopted model, including both the structure design and the load case applied, as reported for example in [13]. In compliance with the applicable European Standard in the present research loading was modelled by series of point loads, thus omitting a detailed determination of the sprung mass effect (this effect has been included in a simplified manner in accordance with the relevant European Standard). Moreover, the numerical model used in this research ignores the elastic behaviour of the track components (ballast, sleepers, rail fastening system, rails). The reasons of these simplifications is unavailability of the relevant input data. HSLM-A and HSLM-B model trains are load cases rather than representations of real trains and, as such, it is not possible to determine their suspension characteristics. The accuracy of computations, which at the design stage are limited to predicting the dynamic behaviour of the designed structure, may be increased by feeding the track flexibility data and – much more importantly – by feeding the information on the rolling stock which will be used on the analysed line, including in particular suspension parameters.

## 7. CONCLUSIONS

Although the dynamic analysis presented in this article concerns a specific case it can still be used to draw some general conclusions holding true for a wider range of problems pertaining to the dynamic behaviour of railway bridges.

The results of free vibration analyses carried out with computational models of different levels of discretizations (different accuracies) allow us to state that  $e^1$ ,  $p^3$  beam structures built of Timoshenko beam finite elements (modified to include shearing, eccentric position of the reference axis and correction for torsional restraint) enable estimating the torsional mode shapes at a satisfactory accuracy, as compared to more sophisticated representations. Simplified single-beam models ( $e^1$ ,  $p^2$ ) built of lower class beam elements and 3D beam systems arranged



ścianania, mimośrodowe położenie osi odniesienia i korektę ze względu na skręcanie skrępowane), umożliwiają oszacowanie form skrętnych, w zakresie dokładności technicznej obliczeń, w stosunku do odwzorowań bardziej zaawansowanych. Uproszczone modele jednobelkowe ( $e^1, p^2$ ) zbudowane z elementów prętowych niższych klas, a także belkowe trójwymiarowe, w postaci ramy przestrzennej ( $e^1, p^3$ ), mogą zafałszowywać obraz dyspozycji dynamicznej układu, mimo iż są wystarczająco dokładne do poprawnego i bezpiecznego zaprojektowania konstrukcji w przypadku obciążeń statycznych. Formy skrętne pojawiają się zazwyczaj przy wysokich częstotliwościach, a więc intuicyjnie powinny być brane pod uwagę modele dokładniejsze.

Skomplikowane postacie deformacji elementów składowych konstrukcji możliwe są do zidentyfikowania w rozbudowanych, przestrzennych strukturach belkowo-powłokowych klasy  $e^1 + e^2, p^3$ . Formy drgań tego typu dotyczą pojedynczych blach pasów i środników, żeber usztywniających, stężeń (skratowań), płyty pomostu i występują przy wysokich częstotliwościach przekraczających  $f = 21$  Hz. Takie wartości znajdują się poza zakresem w którym istotne są ograniczenia nałożone na dopuszczalne przyspieszenia pionowe przęseł [6], [32]. Oznacza to, że w przypadku zespolonych konstrukcji mostowych o zamkniętych przekrojach skrzynkowych, niewielkiej szerokości i układzie podobnym do analizowanego mostu, racjonalne wydaje się sprowadzanie modelu numerycznego do jednowymiarowego w przestrzeni trójwymiarowej ( $e^1, p^3$ ) zbudowanego z elementów skończonych wzbogaconych o efekt ścinania i mimośrodowe przyłożenie obciążenia. Redukcja stopnia dokładności odwzorowania może być przydatna w przypadku analiz czasowych (odpowiedź dynamiczna układu) wykorzystujących skomplikowane algorytmy numeryczne, znaczną liczbę schematów obciążeń i wymagających przez to dużej liczby operacji komputerowych.

Na podstawie analizy czasowej można ocenić przy jakich prędkościach ruchu pociągów modelowych HSLM przyspieszenia pionowe przęseł  $a_z$  przekraczają wartości normowe uznane za dopuszczalne  $a_{z,dop} = 3,5 \text{ m/s}^2$  według [2 - 6]. Ten typ symulacji dynamicznego zachowania się mostów kolejowych umożliwia ponadto porównanie momentów i ugięć od oddziaływań dynamicznych przęseł z odpowiadającymi wielkościami od obciążeń statycznych, na jakie projektowano obiekty dla prędkości  $v \leq 160 \text{ km/h}$ .

W szerszym kontekście, identyfikacja cech dynamicznych mostów kolejowych umożliwia oszacowanie zakresu niezbędnych prac remontowych lub modernizacyjnych (np. uciągnięcie przęseł [13]) istniejących ustrojów, w odniesieniu

into spatial frames ( $e^1, p^3$ ) may result in obtaining distorted picture of the dynamic disposition of the analysed system, and this notwithstanding their sufficient accuracy for static load design of the bridge safely and in accordance with the engineering practice. The torsional mode shapes appear generally at high frequencies which suggests using models of a higher accuracy class.

Complex deformation modes of the bridge components can be identified only with the use of extensive,  $e^1 + e^2, p^3$  class 3D beam and shell structures. These mode shapes concern single flange and web plates, stiffening ribs, braces, deck (topping) slab and occur at high frequencies exceeding  $f = 21$  Hz. These values are beyond the range to which the limitations on vertical span acceleration are applicable [6], [32]. Therefore, it seems appropriate to represent composite, relatively narrow, box girder bridges similar in design to the bridge analysed in this research by a one-dimensional system in 3D space ( $e^1, p^3$ ) made of finite elements expanded with the effect of shearing and eccentric load application. Lower accuracy of representation may be useful in time-history analyses (dynamic response of the system) which utilise complex numerical algorithms, large numbers of load cases and thus requiring a huge number of computational operations.

The time-history analysis can be used to determine the speed of HSLM train model at which the vertical component of the span acceleration  $a_z$  exceeds the limit value of  $a_{z,dop} = 3.5 \text{ m/s}^2$  as per [2 - 6]. Moreover, this method of simulating the dynamic behaviour of railway bridges enable comparing the dynamic moments and deflections of the bridge spans with the corresponding static load values which were used as design input when designing the structures for running speeds up to 160 km/h.

In broader context, identification of the dynamic behaviour characteristics of railway bridges can be used for estimating the scope of renewals and modernisations required in relation to upgrading the existing structures (for example converting of simple spans to continuous design [13]) to accommodate trains running at "high" speeds. Moreover, the maximum running speed upon upgrading of the structure can also be determined with this method.

However, it must be noted that identification of the dynamic characteristics of railway bridges by numerical method, similarly to any other computations (static or dynamic) and numerical simulations of civil structures, is used for predicting (estimating) how these structures would behave when exposed to real-life actions. In the

do przewidywanych „dużych” prędkości ruchu pociągów. Pozwala też na określenie maksymalnych prędkości ruchu pociągów jakie są dopuszczalne w przypadku modernizowanej konstrukcji.

Identyfikacja numeryczna cech dynamicznych mostów kolejowych, podobnie jak każdy inny typ obliczeń (statycznych lub dynamicznych) czy symulacji numerycznych konstrukcji budowlanych, umożliwia jedynie prognozowanie (oszacowanie) zachowania się tych struktur pod obciążeniem rzeczywistym. W przypadku obiektów nowoprojektowanych, jest konieczna z uwagi na obowiązujące przepisy. Umożliwia dobór takich rozwiązań konstrukcyjnych, które zapewnią (z dużym prawdopodobieństwem) prawidłową eksploatację obiektów. W mostach istniejących stanowi w pewnym sensie alternatywę trudnych logistycznie i kosztownych badań dynamicznych. W przypadku „starych” mostów kolejowych, przystosowywanych do nowych warunków eksploatacji przy prędkościach  $v > 160$  km/h, sensowne jest by była uzupełniona badaniami dynamicznymi realnej konstrukcji [13], [22]. Należy podkreślić, że wykonywanie dokładnych obliczeń (symulacji) dynamicznych jest bardziej wiarygodne w przypadku konkretnego typu taboru wskazanego przez administrację kolejową.

## BIBLIOGRAFIA / REFERENCES

- [1] PN-EN 1991-2:2007 Oddziaływania na konstrukcję. Część 2: Obciążenia ruchome mostów
- [2] PN-EN 1990:2004/A1 Podstawy projektowania konstrukcji
- [3] PN-EN 1994-2 Projektowanie konstrukcji zespolonych stalowo-betonowych. Część 2: Reguły ogólne i reguły dla mostów
- [4] Id-2 Warunki techniczne dla kolejowych obiektów inżynierskich. PKP-PLK S.A., Załącznik do zarządzenia nr 29/2005 Zarządu PKP-PLK S.A. z dnia 18 maja 2005 r.
- [5] Standardy techniczne – Szczegółowe warunki techniczne dla modernizacji lub budowy linii kolejowych do prędkości  $v_{\max} \leq 200$  km/h (dla taboru konwencjonalnego) i 250 km/h (dla taboru z wychylnym pudłem) przyjęte do stosowania w PKP PLK S.A. 14/06/2010 r.
- [6] Standardy techniczne – Szczegółowe warunki techniczne dla modernizacji lub budowy linii CMK do prędkości 200/250 km/h. Obiekty inżynierskie. CNTK 2002
- [7] PN-B-03261:1958 Betonowe i żelbetowe konstrukcje mostowe. Obliczenia statyczne i projektowanie
- [8] PN-B-02015:1966 Mosty wiadukty i przepusty. Obciążenia i oddziaływania
- [9] PN-S-10030:1985 Obiekty mostowe. Obciążenia
- [10] Wytyczne projektowania mostów stalowych: WP-D, DP-30. Projektowanie stalowych mostów kolejowych i kolejowo-drogowych
- [11] *Chrościelewski J., Banaś A., Malinowski M., Miśkiewicz M.*: Kolejowe konstrukcje odciążające typu mostowego w świetle badań in situ i analiz teoretycznych. Archiwum Inżynierii Lądowej nr 10/2011, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań, 39-53
- [12] *Sturzbecher K.*: Analiza dynamiczna przęseł kolejowych z dźwigarów obetonowanych pod obciążeniem o prędkości ruchu 250-350 km/h. Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej nr 4/2008, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań, 215-224
- [13] *Żółtowski K., Madaj A.* i inni: Przebudowa mostu kolejowego przez rzekę Pilicę z przystosowaniem do dużych prędkości. Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej nr 4/2010, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 289 - 299
- [14] *Apanas L., Sturzbecher K.*: Analiza dynamiczna kolejowego wiaduktu kratowego w związku z dostosowaniem do przejazdu pociągów z dużymi prędkościami. Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej nr 5/2009, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 9-33

- [15] *Klasztorny M.*: Dynamika mostów belkowych obciążonych pociągami szybkojeźnymi. WNT, Warszawa, 2006
- [16] *Klasztorny M., Myślecki K., Machelski Cz., Podworna M.*: Analiza dynamiczna typoszeregu belkowych mostów stalowych obciążonych pociągiem poruszającym się z dużymi prędkościami. Materiały XLVIII Konferencji Naukowej KILiW PAN i KN PZITB, Opole - Krynica, **1**, 2002, 85-92
- [17] *Niemierko A.*: Ocena możliwości zwiększania prędkości pociągów powyżej 160 km/h na obiektach CMK na podstawie badań dynamicznych. Prace IBDiM, 3-4/1996, Warszawa, 37 - 104
- [18] *Siekierski W., Sturzbecher K.*: Modernizacja przeseł zespolonych w celu ich dostosowania do ruchu z dużymi prędkościami. XV Seminarium: Współczesne metody wzmocnienia i przebudowy mostów. Poznań-Rosnówko, 2005, 214 - 220
- [19] *Szcześniak W.*: Wybrane zagadnienia kolejowe. Wzajemne oddziaływania w układzie pojazd-tor kolejowy-podtorze-podłoże gruntowe. Oficyna wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1995
- [20] *Karaś S.*: Współczynniki dynamiczne obciążeń kolejowych w PN-EN 1991-2. Drogownictwo, **LXVI**, 4/2011, 135-140
- [21] *Rybak M.*: Obciążenia mostów: Komentarz do PN-85/S-10030. WKiŁ, Warszawa, 1989
- [22] *Karaś S., Krasnowski A.*: Dostosowanie obiektów mostowych na CMK do dużych prędkości pociągów w świetle badań teoretycznych i doświadczalnych. Roads and Bridges - Drogi i Mosty, **12**, 4, 2013, 385-410
- [23] *Fryba L.*: Dynamic of Railway Bridges. T. Telford, London, 1966
- [24] *Yang Y.B., Yau J.D., Wu Y.S.*: Vehicle-Bridge Interaction Dynamics with Applications to High-Speed Railways. World Scientific, Singapore, 2004
- [25] *Jmin He, Zhi-Fong Fu* : Modal Analysis. BH. London, 2005
- [26] *Langer J.*: Dynamika budowli. Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 1980
- [27] *Zbiciak A., Ataman M.*: Analiza dynamiczna układu dyskretno-ciągłego typu pojazd-belka z zastosowaniem programu Simulink. Theoretical Foundations of Civil Engineering, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 2008, 377-382
- [28] *Dyniewicz B., Bajer Cz.*: Symulacja komputerowa ruchomych obciążeń inercyjnych. Roads and Bridges - Drogi i Mosty, **9**, 1, 2010, 5 - 30
- [29] *Trochymiak W., Zobel H., Radomski W., Karwowski W., Wróbel M., Oleszek R., Hajduś R.* i inni: Ekspertyza naukowa obiektów inżynierskich w zakresie przebudowy do prędkości  $v=300$  km/h linii kolejowej CMK (E65) Grodzisk Mazowiecki-Zawiercie, odcinek Idzikowice-Olszamowice. Instytut Dróg i Mostów, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Warszawska, Warszawa, 2012
- [30] Instrukcja programu SOFiSTiK 23/2010/2012, Sofistik AG, Oberschleissheim 2008, 2011
- [31] Rozporządzenie MTiGM z dnia 10.09.1998 r. w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać budowle kolejowe i ich usytuowanie. Dz. U. nr 151
- [32] *Wołowicki W., Sturzbecher K., Apanas L.*: Badania dynamiczne pewnych typów mostów kolejowych związane z ich dostosowaniem do dużych prędkości taboru. Inżynieria i Budownictwo, **61**, 5, 2005, 260-264
- [33] *Ülker-Kaustell M., Karoumi R.*: Influence of non-linear stiffness and damping on the train-bridge resonance of a simply supported railway bridge. Engineering Structures, **41**, 2012, 350-355

