

MIROSŁAW GRACZYK¹⁾JÓZEF RAFAL²⁾LESZEK RAFALSKI³⁾ADAM ZOFKA⁴⁾

NEW ANALYTICAL SOLUTION OF FLOW AND HEAT REFRACTION PROBLEM IN MULTILAYER PAVEMENT

NOWE ROZWIĄZANIE ANALITYCZNE ZADANIA PRZEPŁYWU I REFRAKCJI CIEPŁA W NAWIERZCHNI WARSTWOWEJ

STRESZCZENIE. W artykule przedstawiono nowe rozwiązanie analityczne zadania przepływu i refrakcji ciepła w nawierzchni warstwowej z uwzględnieniem warunków wymiany zewnętrznej i wewnętrznej oraz cyklicznych zmian temperatury i strumienia ciepła. Rozwiązanie problemu przewodnictwa ciepła w układzie warstwowym wykazało znaczący wpływ wprowadzonych przez autorów współczynników: dyfuzyjności, dopasowania termicznego warstw oraz refrakcji termicznej warstw na pole temperatury i naprężzeń termicznych w konstrukcji nawierzchni warstwowej. Stwierdzono, że bardzo istotnym czynnikiem klimatycznym oddziałyującym bezpośrednio na górną warstwę nawierzchni jest promieniowanie słoneczne, które powoduje wzrost temperatury i powstawanie dodatkowego gradientu temperatury w nawierzchni warstwowej. Wykazano również, że pole temperatury w nawierzchni warstwowej w istotny sposób zależy od geometrii układu warstw, charakterystyk cieplnych warstwy górnej i dolnej opisanych liczbami Biota i Fouriera oraz koloru warstwy jezdnej, wilgotności, prędkości wiatru itp., które wyrażają się wartością współczynnika zewnętrznej wymiany ciepła. Ponadto przedstawiono oryginalny przykład analizy wpływu parametrów warstwy nawierzchni i podłoża oraz warunków klimatycznych na pole temperatury w trzech różnych konstrukcjach nawierzchni. Rezultaty pracy mają bezpośrednie zastosowanie w projektowaniu nawierzchni drogowych i lotniskowych.

SŁOWA KLUCZOWE: dopasowanie termiczne, liczba Biota, liczba Fouriera, nawierzchnia warstwowa, przepływ i refrakcja ciepła, współczynnik refrakcji.

ABSTRACT. The paper covers a new analytical solution of a flow and refraction problem in a multilayer pavement. The solution includes conditions of internal and external exchange as well as cyclic temperature and heat flux changes. Solution of a problem of heat conduction in a multilayer system showed a significant influence of coefficients introduced by the authors on the temperature and thermal stresses field in structure of a multilayer pavement. The coefficients were: diffusivity, thermal matching of layers and thermal refraction of layers. It was found that solar radiation is very important climatic factor acting directly on the upper layer of pavement, causing an increase in temperatures and creation of an additional temperature gradient in a multilayer pavement. It is shown that temperature field in a multilayer pavement depends significantly on geometry of layers structure, thermal characteristics of upper and lower layers expressed by Biot and Fourier numbers, colour of a surface course, humidity, velocity of wind etc., which are expressed by value of an external heat transfer coefficient. Moreover, an original example of analysis of an influence of pavement layer and subgrade parameters as well as climatic conditions on the temperature field in three different pavement structures, is shown. Results of the presented analysis can be directly applied in roads and airstrips pavements design.

KEYWORDS: Biot number, Fourier number, heat flow and refraction, multilayer pavement, refraction coefficient, thermal matching.

¹⁾ Instytut Badawczy Dróg i Mostów, Warszawa; mgraczyk@ibdim.edu.pl (✉)

²⁾ Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa; jrafa@onet.eu

³⁾ Instytut Badawczy Dróg i Mostów, Warszawa; lrafalski@ibdim.edu.pl

⁴⁾ Instytut Badawczy Dróg i Mostów, Warszawa; azofka@ibdim.edu.pl

1. WSTĘP

W dotychczasowej praktyce do określania zmienności temperatury w nawierzchni stosowano modele wynikające z wykorzystania zależności empirycznych lub teoretyczne z zastosowaniem np. MES. Modele takie były prezentowane w wielu publikacjach m. in. w [1-9]. W metodzie Wistuby [10], [11], opartej na numerycznym modelu przewodnictwa cieplnego opisanej równaniami Fouriera, poprzez kolejne obliczenia iteracyjne przepływu ciepła między powietrzem, konstrukcją nawierzchni, a podłożem wyznacza się temperatury na różnych głębokościach tworząc tzw. profil temperatury.

W pracy [12] omówiono wyniki komputerowej symulacji przewodzenia ciepła opisanego równaniem Fouriera - Kirchhoffa, w typowych drogowych nawierzchniach asfaltowych oraz porównano z wynikami pomiarów rzeczywistych pola temperatury w konstrukcji. Artykuł [13] omawia rozwiązanie równania przewodnictwa i wyznaczenie pola temperatury w nawierzchni warstwowej w dwuwymiarowym układzie osiowo symetrycznym. W pracy [14] autorzy podają wpływ różnych własności termofizycznych materiału nawierzchni na zachowanie termiczne konstrukcji nawierzchni w różnych regionach klimatycznych w USA. W raporcie [15] analizowano modele fizyczne określania temperatury w nawierzchni asfaltowej w okresie letnim i zimowym na drogach w Australii. Należy jednak podkreślić, że w dotychczasowych publikacjach nie przedstawiano w dostatecznie uogólniony sposób analizy wpływu parametrów termodynamicznych materiałów warstw na pole temperatury i zachowanie termiczne konstrukcji nawierzchni, wynikających bezpośrednio z analitycznego rozwiązania równania przewodnictwa cieplnego.

W niniejszym artykule przedstawiono nowe rozwiązanie analityczne zadania transportu przepływu i refrakcji ciepła w nawierzchni warstwowej oparte na równaniu przewodnictwa ciepła w układzie warstwowym z uwzględnieniem warunków wymiany zewnętrznej i wewnętrznej oraz cyklicznych zmian temperatury i strumienia ciepła. Nowe oryginalne rozwiązanie poprzedzono zdefiniowaniem założeń fizycznych i matematycznych modelowania przepływu ciepła. Ponadto w pracy załączono oryginalny przykład obliczeniowy analizy wpływu parametrów warstwy nawierzchni i podłożą oraz warunków klimatycznych na pole temperatury w trzech różnych konstrukcjach nawierzchni.

1. INTRODUCTION

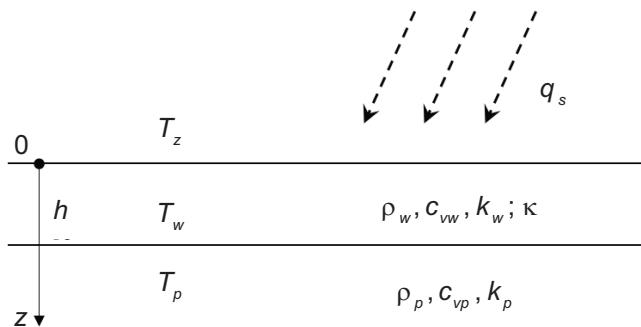
In engineering practice, a variation of temperature inside a pavement is usually determined by using models based on empirical dependencies or theoretical model and solved numerically e.g. by FEM. Such models were presented in many publications, see [1-9]. In the Witsuba method [10], [11] based on the numerical model of heat conduction described by Fourier equations, through consecutive iterations of heat flow between air, pavement structure and subgrade calculations temperatures at different depths are determined by creation of so called temperature profile.

The results of computer simulation of heat conduction described by Fourier-Kirchhoff equation for typical road asphaltic pavements and comparison of real measurements results of temperature field inside a structure are described in [12]. The article [13] covers a solution of heat equation and determination of temperature field inside a multilayer surface in two-dimensional axisymmetric system. In [14], Hall et al. analyse the influence of different thermophysical properties of pavement material on thermal behaviour of pavement structure in different climatic regions of the United States. In the report [15] physical models of asphaltic pavement temperature determination for Australian roads, during summer and winter seasons, were treated. It is worth notifying that analysis of influence of thermodynamic parameters of layers materials on temperature field and thermal behaviour of pavement structure, directly resulting from analytical solution of heat transfer equation, wasn't presented in literature in sufficiently generalised manner.

The new analytical solution of heat transfer and heat refraction problem inside a multilayer pavement, based on a heat equation in a multilayer structure, including external and internal exchange conditions as well as cyclic changes of temperature and heat flux, is presented herein. The new original solution was preceded by definition of physical and mathematical assumptions of heat flow modelling. Moreover, an original computational example of influence analysis of pavement layer and subgrade parameters as well as climatic conditions on temperature field in three different pavement structures are included in the paper.

2. ZAŁOŻENIA DO MODELU I OPISU PRZEPŁYWU CIEPŁA W NAWIERZCHNI WARSTWOWEJ

Badanie zjawiska przepływu ciepła w układzie jednorodnej warstwy nawierzchni spoczywającej na podbudowie lub podłożu gruntowym (Rys. 1) jest kontynuacją i rozwińięciem zagadnień przedstawionych w pracach [16] i [17].



- T_z – temperatura nad nawierzchnią,
- q_s – natężenie promieniowania słonecznego,
- T_w – temperatura w warstwie nawierzchni,
- T_p – temperatura w podbudowie (podłożu),
- ρ_w, ρ_p – gęstości objętościowe materiałów nawierzchni i podbudowy (podłożu),
- c_{vw}, c_{vp} – ciepła właściwe materiałów nawierzchni i podbudowy (podłożu),
- k_w, k_p – współczynniki przewodnictwa ciepła (Fouriera) materiałów nawierzchni i podbudowy (podłożu),
- κ – współczynnik przewodnictwa ciepła (Newtona) materiału nawierzchni i powietrza.

Rys.1. Przyjęty model fizyczny opisujący przewodnictwo ciepła w nawierzchni

Równanie przewodnictwa ciepła, bez uwzględnienia dodatkowych źródeł ciepła w nawierzchni i podbudowie (podłożu), w klasycznej, ogólnej postaci jest opisane następująco [18]:

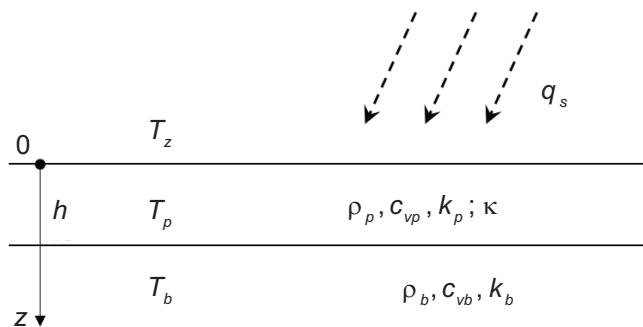
$$\frac{\partial T}{\partial t} - a^2 \nabla^2 T = 0, \quad (1)$$

w którym a oznacza współczynnik dyfuzyjności cieplnej:

$$a = \sqrt{\frac{k}{\rho c_v}}, \quad \nabla^2 - \text{jest operatorem Laplace'a.}$$

2. MODEL ASSUMPTIONS AND DESCRIPTION OF HEAT TRANSFER INSIDE A MULTILAYER PAVEMENT

Investigation of heat flow phenomenon inside a homogeneous layer of pavement laid on base course or subgrade (Fig. 1) presented herein is a continuation and evolution of problems shown in [16], [17].



- T_z – temperatura nad nawierzchnią,
- q_s – intensyfikacja promieniowania słonecznego,
- T_p – temperatura warstwy nawierzchni,
- T_b – temperatura podbudowy (podłożu),
- ρ_p, ρ_b – gęstości objętościowe materiałów warstwy nawierzchni i podbudowy (podłożu),
- c_{vp}, c_{vb} – ciepła właściwe materiałów warstwy nawierzchni i podbudowy (podłożu),
- k_p, k_b – współczynniki przewodnictwa ciepła (Fouriera) materiałów warstwy nawierzchni i podbudowy (podłożu),
- κ – współczynnik przewodnictwa ciepła (Newtona) materiału warstwy nawierzchni i powietrza.

Fig. 1. Assumed physical model describing heat conduction inside a pavement

Heat conduction equation throughout a pavement and base course (subgrade) without additional heat sources has the following form:

where a denotes thermal diffusivity:

$$a = \sqrt{\frac{k}{\rho c_v}}, \quad \nabla^2 - \text{is Laplace operator.}$$

Warunki początkowe przyjmują postać:

Initial conditions are:

$$T(z,0) = T_0(z). \quad (2)$$

Warunki brzegowe na powierzchni zewnętrznej i granicy warstw opisują następujące zależności:

- przy $z=0$

$$-k_w \frac{\partial T_w}{\partial z} + \kappa(T_w - T_z) = q_s, \quad (3)$$

- przy $z=h$

$$\begin{aligned} T_w &= T_p, \\ -k_w \frac{\partial T_w}{\partial z} &= -k_p \frac{\partial T_p}{\partial z}. \end{aligned} \quad (4)$$

Ponadto $\lim_{z \rightarrow \infty} T_p < M$ (ograniczona wartość temperatury).

Równania przewodnictwa ciepła w nawierzchni podłożu zapisujemy w postaci:

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta_w}{\partial t} - a_w^2 \frac{\partial^2 \theta_w}{\partial z^2} = 0, \\ \frac{\partial \theta_p}{\partial t} - a_p^2 \frac{\partial^2 \theta_p}{\partial z^2} = 0, \end{cases} \quad (5)$$

gdzie indeksy oznaczają odpowiednio: w - warstwa, p - podłożo.

Warunki początkowe przyjmują postać:

$$t=0, \theta_w=0, \theta_p=0. \quad (6)$$

Warunki brzegowe zapisano w następujący sposób:

- przy $z=0$

$$k_w \frac{\partial \theta_w}{\partial z} - \kappa \theta_w = -\varphi_z \quad (7)$$

- przy $z=h$

$$\begin{aligned} k_w \frac{\partial \theta_w}{\partial z} &= k_p \frac{\partial \theta_p}{\partial z}, \\ \theta_w &= \theta_p, \end{aligned} \quad (8)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \theta_w &= T_w - T_0, & \theta_p &= T_p - T_0, \\ \varphi_z &= q_s + \kappa T_A, & T_A &= T_z - T_0. \end{aligned} \quad (9)$$

3. ROZWIĄZANIE ANALITYCZNE ZADANIA PRZEPŁYWU I REFRAKCJI CIEPŁA W NAWIERZCHNI WARSTWOWEJ

Rozwiązań równań (5)-(8) wyraża się w postaci transformat Laplace'a, następującymi wzorami:

Boundary conditions on the external surface and boundary of layers are described by the following dependencies:

- at $z=0$

$$-k_p \frac{\partial T_p}{\partial z} + \kappa(T_p - T_z) = q_s, \quad (3)$$

- at $z=h$

$$\begin{aligned} T_p &= T_b, \\ -k_p \frac{\partial T_p}{\partial z} &= -k_b \frac{\partial T_b}{\partial z}. \end{aligned} \quad (4)$$

Moreover, $\lim_{z \rightarrow \infty} T_b < M$ (limited value of temperature).

Heat equations for pavement and subgrade are written in the form:

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta_p}{\partial t} - a_p^2 \frac{\partial^2 \theta_p}{\partial z^2} = 0, \\ \frac{\partial \theta_b}{\partial t} - a_b^2 \frac{\partial^2 \theta_b}{\partial z^2} = 0, \end{cases} \quad (5)$$

where subscriptic denote: p - pavement layer, b - base course.

Initial conditions of the problem are:

$$t=0, \theta_p=0, \theta_b=0. \quad (6)$$

Boundary conditions are written in the following form:

- at $z=0$

$$k_p \frac{\partial \theta_p}{\partial z} - \kappa \theta_p = -\varphi_z \quad (7)$$

- at $z=h$

$$\begin{aligned} k_p \frac{\partial \theta_p}{\partial z} &= k_b \frac{\partial \theta_b}{\partial z}, \\ \theta_p &= \theta_b, \end{aligned} \quad (8)$$

where:

$$\begin{aligned} \theta_p &= T_p - T_0, & \theta_b &= T_b - T_0, \\ \varphi_z &= q_s + \kappa T_A, & T_A &= T_z - T_0. \end{aligned} \quad (9)$$

3. ANALYTICAL SOLUTION OF HEAT FLOW AND REFRACTION PROBLEM INSIDE A MULTILAYER SURFACE

Solution of the equations (5)-(8) is expressed, in the form of Laplace transforms, by the following equations:

$$\bar{\theta}_w = \frac{\bar{\varphi}_z}{\kappa(1+\beta_s)} \frac{e^{-\frac{\sqrt{s}}{a_w}z} + \frac{1-r}{1+r} e^{-\frac{\sqrt{s}}{a_w}(2h-z)}}{1 + \frac{(1-r)(1-\beta_s)}{(1+r)(1+\beta_s)} e^{-\frac{2\sqrt{s}}{a_w}h}}, \quad (10)$$

$$\bar{\theta}_p = \frac{2\bar{\varphi}_z}{\kappa(1+\beta_s)(1+r)} \frac{e^{-\frac{\sqrt{s}}{a_w}h} e^{-\frac{\sqrt{s}}{a_p}(z-h)}}{1 + \frac{(1-r)(1-\beta_s)}{(1+r)(1+\beta_s)} e^{-\frac{2\sqrt{s}}{a_w}h}},$$

w których:

$$\bar{\theta}(z;s) = L_t[\theta(z,t)], \quad \bar{\varphi}_z(s) = L_t[\varphi_z(t)],$$

są transformatami Laplace'a względem czasu, według [19],

$$L_t[f(t)] = \int_0^\infty f(t) e^{-st} dt = \bar{f}(s)$$

oraz

$$r = \frac{k_p a_w}{k_w a_p}, \quad \beta_s = \frac{a_w \kappa}{k_w \sqrt{s}}. \quad (11)$$

Wykonując retransformację wzorów (10) można otrzymać rozwiązań niestacjonarnego przepływu ciepła w warstwie i podłożu. W prezentowanej pracy zostaną przeanalizowane rozwiązania równań (10) w warunkach cyklicznych zmian temperatury zewnętrznej oraz strumienia słonecznego. Przyjmując oddziaływanie zewnętrzne w postaci:

$$\varphi_z(t) = \operatorname{Re}[(q_0 + \kappa T_A) e^{i\omega t}] = \operatorname{Re}(\varphi_{z0} e^{i\omega t}), \quad (12)$$

przedstawione rozwiązanie można otrzymać bezpośrednio z (10) podstawiając $s = iw$. Rozwiązań zapisuje się następującymi wzorami:

$$\theta_w(z,t) = \operatorname{Re} \left[\frac{\varphi_{z0} e^{i\omega t}}{\kappa(1+\beta\sqrt{i})} \frac{e^{-\frac{\sqrt{i\omega}}{a_w}z} + \frac{1-r}{1+r} e^{-\frac{\sqrt{i\omega}}{a_w}(2h-z)}}{1 + \frac{1-r}{1+r} \cdot \frac{1-\beta\sqrt{i}}{1+\beta\sqrt{i}} e^{-\frac{2\sqrt{i\omega}}{a_w}h}} \right], \quad (13)$$

$$\theta_p(z,t) = \operatorname{Re} \left[\frac{2\varphi_{z0} e^{i\omega t}}{\kappa(1+\beta\sqrt{i})(1+r)} \frac{e^{-\frac{\sqrt{i\omega}}{a_w}z} + \frac{1-r}{1+r} e^{-\frac{\sqrt{i\omega}}{a_w}(2h-z)}}{1 + \frac{1-r}{1+r} \cdot \frac{1-\beta\sqrt{i}}{1+\beta\sqrt{i}} e^{-\frac{2\sqrt{i\omega}}{a_w}h}} \right],$$

w których:

$$\beta = \frac{a_w \kappa}{k_w \sqrt{\omega}} \text{ oznacza zmodyfikowaną liczbę Biota,} \quad (14)$$

$$\bar{\theta}_p = \frac{\bar{\varphi}_z}{\kappa(1+\beta_s)} \frac{e^{-\frac{\sqrt{s}}{a_p}z} + \frac{1-r}{1+r} e^{-\frac{\sqrt{s}}{a_p}(2h-z)}}{1 + \frac{(1-r)(1-\beta_s)}{(1+r)(1+\beta_s)} e^{-\frac{2\sqrt{s}}{a_p}h}}, \quad (10)$$

$$\bar{\theta}_b = \frac{2\bar{\varphi}_z}{\kappa(1+\beta_s)(1+r)} \frac{e^{-\frac{\sqrt{s}}{a_p}h} e^{-\frac{\sqrt{s}}{a_b}(z-h)}}{1 + \frac{(1-r)(1-\beta_s)}{(1+r)(1+\beta_s)} e^{-\frac{2\sqrt{s}}{a_p}h}},$$

where:

$$\bar{\theta}(z;s) = L_t[\theta(z,t)], \quad \bar{\varphi}_z(s) = L_t[\varphi_z(t)],$$

are Laplace transforms with respect to time, according to [19],

$$L_t[f(t)] = \int_0^\infty f(t) e^{-st} dt = \bar{f}(s)$$

and

$$r = \frac{k_b a_p}{k_p a_b}, \quad \beta_s = \frac{a_p \kappa}{k_p \sqrt{s}}. \quad (11)$$

A solution of transient heat flow inside a layer and subgrade can be obtained through an inverse Laplace transform of the formulas (10). The solutions of equations (10) under conditions of cyclic external temperature and solar flux variation are analysed in the paper. Assuming an external influence in the form:

presented solution can be derived directly from (10) substituting $s = iw$. The solution can be written by the following formulas:

$$\theta_p(z,t) = \operatorname{Re} \left[\frac{\varphi_{z0} e^{i\omega t}}{\kappa(1+\beta\sqrt{i})} \frac{e^{-\frac{\sqrt{i\omega}}{a_p}z} + \frac{1-r}{1+r} e^{-\frac{\sqrt{i\omega}}{a_p}(2h-z)}}{1 + \frac{1-r}{1+r} \cdot \frac{1-\beta\sqrt{i}}{1+\beta\sqrt{i}} e^{-\frac{2\sqrt{i\omega}}{a_p}h}} \right], \quad (13)$$

$$\theta_b(z,t) = \operatorname{Re} \left[\frac{2\varphi_{z0} e^{i\omega t}}{\kappa(1+\beta\sqrt{i})(1+r)} \frac{e^{-\frac{\sqrt{i\omega}}{a_p}z} + \frac{1-r}{1+r} e^{-\frac{\sqrt{i\omega}}{a_p}(2h-z)}}{1 + \frac{1-r}{1+r} \cdot \frac{1-\beta\sqrt{i}}{1+\beta\sqrt{i}} e^{-\frac{2\sqrt{i\omega}}{a_p}h}} \right],$$

where:

$$\beta = \frac{a_p \kappa}{k_p \sqrt{\omega}} \text{ denotes modified Biot number,} \quad (14)$$

zaś $\Re[\cdot]$ – oznacza część rzeczywistą wyrażeń (13).

Wykonując powyższe działania, po przekształceniach, otrzymano rozwiązańe w następującej postaci:

- dla: $0 \leq \zeta \leq 1$, $z_1 = \zeta = \frac{z}{h}$, $z_2 = (2 - \zeta)$,

$$\theta_w = T_{z_0} \frac{\beta}{\sqrt{(\beta^2 + \beta\sqrt{2} + 1) \cdot M}} .$$

$$\left[e^{-z_1 \gamma \frac{\sqrt{2}}{2}} \cos(\omega t - z_1 \gamma \frac{\sqrt{2}}{2} + \varphi_0) + \right. \\ \left. + \frac{1-r}{1+r} e^{-z_2 \gamma \frac{\sqrt{2}}{2}} \cos(\omega t - z_2 \gamma \frac{\sqrt{2}}{2} + \varphi_0) + \right. \\ \left. + \frac{1-r}{1+r} \frac{\sqrt{\beta^4 + 1}}{\beta^2 + \beta\sqrt{2} + 1} e^{-\gamma\sqrt{2}} (e^{-z_1 \gamma \frac{\sqrt{2}}{2}} \cos(\omega t - z_1 \gamma \frac{\sqrt{2}}{2} + \varphi_0 + \gamma\sqrt{2} + \varphi_1) + \right. \\ \left. + \frac{1-r}{1+r} e^{-z_2 \gamma \frac{\sqrt{2}}{2}} \cos(\omega t - z_2 \gamma \frac{\sqrt{2}}{2} + \varphi_0 + \gamma\sqrt{2} + \varphi_1)) \right], \quad (15)$$

- dla: $\zeta \geq 1$, $z_4 = (\zeta - 1)\delta + 1$,

$$\theta_p = T_{z_0} \frac{2\beta e^{-z_4 \gamma \frac{\sqrt{2}}{2}}}{(1+r)\sqrt{(\beta^2 + \beta\sqrt{2} + 1) \cdot M}} .$$

$$\left[\cos(\omega t - z_4 \gamma \frac{\sqrt{2}}{2} + \varphi_0) + \right. \\ \left. + \frac{1-r}{1+r} \frac{\sqrt{\beta^4 + 1}}{\beta^2 + \beta\sqrt{2} + 1} e^{-\gamma\sqrt{2}} \cos(\omega t - z_4 \gamma \frac{\sqrt{2}}{2} + \gamma\sqrt{2} + \varphi_0 + \varphi_1) \right], \quad (16)$$

w których:

$T_{z_0} = \frac{\Phi_{z_0}}{\kappa}$ – temperatura wypadkowa powierzchni jezdni wynikająca z temperatury powietrza i natężenia promieniowania słonecznego, oraz

$$M = 1 + 2 \frac{1-r}{1+r} \frac{e^{-\gamma\sqrt{2}}}{\beta^2 + \beta\sqrt{2} + 1} ((\beta^2 - 1) \cos \gamma\sqrt{2} - \beta\sqrt{2} \sin \gamma\sqrt{2}) + \left(\frac{1-r}{1+r} \right)^2 \frac{\beta^2 - \beta\sqrt{2} + 1}{\beta^2 + \beta\sqrt{2} + 1} e^{-2\gamma\sqrt{2}} . \quad (17)$$

Przedstawione wzory wyrażają przyrosty temperatury warstwy i podłożu w bezwymiarowych zmiennych, za pomocą bezwymiarowych parametrów:

- bezwymiarowe współrzędne:

$$z_1 = \zeta = \frac{z}{h}, \quad z_2 = (2 - \zeta), \quad z_4 = (\zeta - 1)\delta + 1,$$

$\Re[\cdot]$ – is the real part of expressions (13).

By performing the above operations after a few transformations the following solution was obtained:

- for: $0 \leq \zeta \leq 1$, $z_1 = \zeta = \frac{z}{h}$, $z_2 = (2 - \zeta)$,

$$\theta_p = T_{z_0} \frac{\beta}{\sqrt{(\beta^2 + \beta\sqrt{2} + 1) \cdot M}} .$$

$$\left[e^{-z_1 \gamma \frac{\sqrt{2}}{2}} \cos(\omega t - z_1 \gamma \frac{\sqrt{2}}{2} + \varphi_0) + \right. \\ \left. + \frac{1-r}{1+r} e^{-z_2 \gamma \frac{\sqrt{2}}{2}} \cos(\omega t - z_2 \gamma \frac{\sqrt{2}}{2} + \varphi_0) + \right. \\ \left. + \frac{1-r}{1+r} \frac{\sqrt{\beta^4 + 1}}{\beta^2 + \beta\sqrt{2} + 1} e^{-\gamma\sqrt{2}} (e^{-z_1 \gamma \frac{\sqrt{2}}{2}} \cos(\omega t - z_1 \gamma \frac{\sqrt{2}}{2} + \varphi_0 + \gamma\sqrt{2} + \varphi_1) + \right. \\ \left. + \frac{1-r}{1+r} e^{-z_2 \gamma \frac{\sqrt{2}}{2}} \cos(\omega t - z_2 \gamma \frac{\sqrt{2}}{2} + \varphi_0 + \gamma\sqrt{2} + \varphi_1)) \right], \quad (15)$$

- for: $\zeta \geq 1$, $z_4 = (\zeta - 1)\delta + 1$,

$$\theta_b = T_{z_0} \frac{2\beta e^{-z_4 \gamma \frac{\sqrt{2}}{2}}}{(1+r)\sqrt{(\beta^2 + \beta\sqrt{2} + 1) \cdot M}} .$$

$$\left[\cos(\omega t - z_4 \gamma \frac{\sqrt{2}}{2} + \varphi_0) + \right. \\ \left. + \frac{1-r}{1+r} \frac{\sqrt{\beta^4 + 1}}{\beta^2 + \beta\sqrt{2} + 1} e^{-\gamma\sqrt{2}} \cos(\omega t - z_4 \gamma \frac{\sqrt{2}}{2} + \gamma\sqrt{2} + \varphi_0 + \varphi_1) \right], \quad (16)$$

where:

$T_{z_0} = \frac{\Phi_{z_0}}{\kappa}$ – resultant temperature of a roadway, resulting from air temperature and solar radiation and

Presented equations express an increment of layer and subgrade temperatures written in dimensionless variables by using the following dimensionless parameters:

- dimensionless coordinates:

- liczby: Biota $\beta = \frac{\kappa a_w}{k_w \sqrt{\omega}}$, Fourier $\gamma = \frac{h\sqrt{\omega}}{a_w}$,

- współczynnik dopasowania termicznego:

$$r = \frac{a_w}{a_p} \frac{k_p}{k_w}, \quad (18)$$

- współczynnik dopasowania dyfuzyjności: $\delta = \frac{a_w}{a_p}$,

w którym: $a_w = \sqrt{\frac{k_w}{\rho_w c_{vw}}}$, $a_p = \sqrt{\frac{k_p}{\rho_p c_{vp}}}$.

Wzory (18) można zapisać bezpośrednio, za pomocą parametrów termicznych warstw nawierzchni i podłoża w postaci:

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{\kappa}{\sqrt{\rho_w c_{vw} k_w \sqrt{\omega}}}, \quad \gamma = \frac{h\sqrt{\omega}}{k_w} \sqrt{k_w \rho_w c_{vw}}, \\ r &= \frac{\sqrt{k_p \rho_p c_{vp}}}{\sqrt{k_w \rho_w c_{vw}}}, \quad \delta = \frac{\sqrt{k_p \rho_p c_{vp}}}{\sqrt{k_w \rho_w c_{vw}}} \cdot \frac{k_w}{k_p}. \end{aligned} \quad (19)$$

Jeśli bezwymiarowe parametry zadania termicznego zostaną zapisane poprzez wprowadzenie, analogicznie do występujących w zjawiskach mechanicznych i elektromagnetycznych impedancji falowych, wielkości zwanej impedancją termiczną materiału:

$i_w = c_w k_w$, $i_p = c_p k_p$], oznaczając w celu uproszczenia zapisu:

$$\rho_w c_{vw} = c_w, \quad \rho_p c_{vp} = c_p,$$

wówczas parametry zależne od warunków termodynamicznych materiału przyjmują postać:

$$r = \sqrt{\frac{i_p}{i_w}}, \quad \delta = \frac{k_w}{k_p} \cdot r,$$

a parametry zależne od wpływu warunków klimatycznych i konstrukcji nawierzchni wyrażają się jako:

$$\beta = \frac{\kappa}{\sqrt{i_w \cdot \sqrt{\omega}}}, \quad \gamma = \frac{h\sqrt{i_w} \sqrt{\omega}}{k_w}.$$

4. PRZYKŁAD OBLCZENIOWY WPŁYWU PARAMETRÓW WARSTWY NAWIERZCHNI I PODBUDOWY ORAZ WARUNKÓW KLIMATYCZNYCH NA POLE TEMPERATUR W JEJ KONSTRUKCJI

Do analizy wpływu parametrów warstwy nawierzchni i podbudowy oraz warunków klimatycznych na pole temperatury w nawierzchni przyjęto następujące założenia:

- numbers: Biot $\beta = \frac{\kappa a_p}{k_p \sqrt{\omega}}$, Fourier $\gamma = \frac{h\sqrt{\omega}}{a_p}$,

- thermal matching coefficient:

$$r = \frac{a_p}{a_b} \frac{k_b}{k_p}, \quad (18)$$

- diffusivity matching coefficient: $\delta = \frac{a_p}{a_b}$,

where: $a_p = \sqrt{\frac{k_p}{\rho_p c_{vp}}}$, $a_b = \sqrt{\frac{k_b}{\rho_b c_{vb}}}$.

The formulas (18) can be directly rewritten by using thermal parameters of pavement layers and subgrade in the following form:

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{\kappa}{\sqrt{\rho_p c_{vp} k_p} \sqrt{\omega}}, \quad \gamma = \frac{h\sqrt{\omega}}{k_p} \sqrt{k_p \rho_p c_{vp}}, \\ r &= \frac{\sqrt{k_b \rho_b c_{vb}}}{\sqrt{k_p \rho_p c_{vp}}}, \quad \delta = \frac{\sqrt{k_b \rho_b c_{vb}}}{\sqrt{k_p \rho_p c_{vp}}} \cdot \frac{k_p}{k_b}. \end{aligned} \quad (19)$$

If dimensionless parameters of thermal problem are written, analogously to quantities called wave impedances that appear in mechanical and electromagnetic phenomena, through introduction of thermal effusivity:

$i_p = c_p k_p$], denoting for ease of notation,
 $i_b = c_b k_b$],

$$\rho_p c_{vp} = c_p, \quad \rho_b c_{vb} = c_b,$$

then parameters depending on thermodynamic conditions of material can be written in the form:

$$r = \sqrt{\frac{i_b}{i_p}}, \quad \delta = \frac{k_p}{k_b} \cdot r,$$

and parameters depending on climatic conditions and pavement structure as:

$$\beta = \frac{\kappa}{\sqrt{i_p} \cdot \sqrt{\omega}}, \quad \gamma = \frac{h\sqrt{i_p} \sqrt{\omega}}{k_p}.$$

4. COMPUTATIONAL EXAMPLE OF PAVEMENT LAYER AND BASE COURSE PARAMETERS AS WELL AS CLIMATIC CONDITIONS INFLUENCE ON TEMPERATURE FIELD INSIDE ITS STRUCTURE

The following models are made in analysis of pavement layer parameters and influence of climactic conditions on pavement temperature field:

- trzy przypadki nawierzchni asfaltowej różniące się charakterystykami cieplnymi materiału i zmienną grubością,
- podbudowa asfaltowa, stanowiąca półprzestrzeń pod nawierzchnią asfaltową, o stałych charakterystykach cieplnych we wszystkich trzech przypadkach.

Uzyskano w ten sposób trzy układy konstrukcyjne o następujących parametrach:

- 1) układ ($w=0,535$, $r=0,303$) oznaczony na wykresach kolorem czerwonym,
- 2) układ ($w=0$, $r=1$) oznaczony na wykresach kolorem zielonym,
- 3) układ ($w=-0,208$, $r=1,526$) oznaczony na wykresach kolorem niebieskim.

Dla różnych grubości warstw nawierzchni oraz zmiennych oddziaływań strumienia słonecznego i założonych wartościach r i w przeanalizowano wpływ δ , β i γ na pole temperatury, zmiany temperatury oraz gradientu temperatury w funkcji czasu i głębokości. Do obliczeń przyjęto następujące dane:

T_z – temperatura nad nawierzchnią - jest cosinusoidą o amplitudzie 10 K i okresie 24 h,

$T_0=293$ K – temperatura początkowa,

$q_s=200$ oraz dodatkowo 0 i 500 [W/m²] – natężenie promieniowania słonecznego,

$\kappa=12$ – współczynnik przewodnictwa ciepła (Newtona) warstwy i powietrza.

Właściwości materiałów nawierzchni asfaltowych i podbudów przyjęto do analizy według [14] i podano w Tabl. 1. W obliczeniach rozpatrzone trzy przypadki dopasowania termicznego układu nawierzchni scharakteryzowanego bezwymiarowymi parametrami dopasowania termicznego r i refrakcji termicznej $w=\frac{1-r}{1+r}$:

- $r=0,303$, $w=0,535$,
- $r=1,00$, $w=0,00$,
- $r=1,526$, $w=-0,208$.

Powyższe parametry określa się za pomocą danych materiałowych nawierzchni i podbudowy: ρ_w , ρ_p , k_w , k_p , c_{vw} , c_{vp} .

- three cases of asphaltic pavement with different thermal characteristics of material and variable thickness,
- asphaltic base course, in form of half-space under asphaltic pavement, with constant thermal characteristics in all three cases.

In the analysis three structural systems with the following parameters:

- 1) system ($w=0.535$, $r=0.303$) denoted on the graphs with red colour,
- 2) system ($w=0$, $r=1$) denoted on the graphs with green colour,
- 3) system ($w=-0.208$, $r=1.526$) denoted on the graphs with blue colour,

were treated in details.

For different thicknesses of pavement layers, variable solar fluxes and assumed values of r and w an influence of δ , β and γ on the temperature field, temperature changes and temperature gradient as a function of time and depth was analysed. Finally calculations were performed for the following data:

T_z – temperature above the pavement - in form of cosine curve of amplitude 10 K and period 24 h,

$T_0=293$ K – initial temperature

$q_s=200$ and additionally 0 and 500 [W/m²] – intensity of solar radiation,

$\kappa=12$ – convective heat transfer coefficient of layer and air.

Properties of asphaltic pavements and base courses materials were taken for analysis according to [14] and are given in Table 1. In the considered model pavement configuration was characterized by dimensionless parameters of thermal matching r and thermal refraction $w=\frac{1-r}{1+r}$: The following three cases of thermal matching

of pavement structure were taken for calculations:

- $r=0.303$, $w=0.535$,
- $r=1.00$, $w=0.00$,
- $r=1.526$, $w=-0.208$.

The above parameters are characterized by following material characteristics of pavement and base course materials: ρ_p , ρ_b , k_p , k_b , c_{vp} , c_{vb} .

Table 1. Characteristics values of materials of asphalt pavements and base course, assumed in analysis according to [14]
 Tablica 1. Wartości charakterystyczne materiałów nawierzchni asfaltowych i podbudowy przyjęte w analizie według [14]

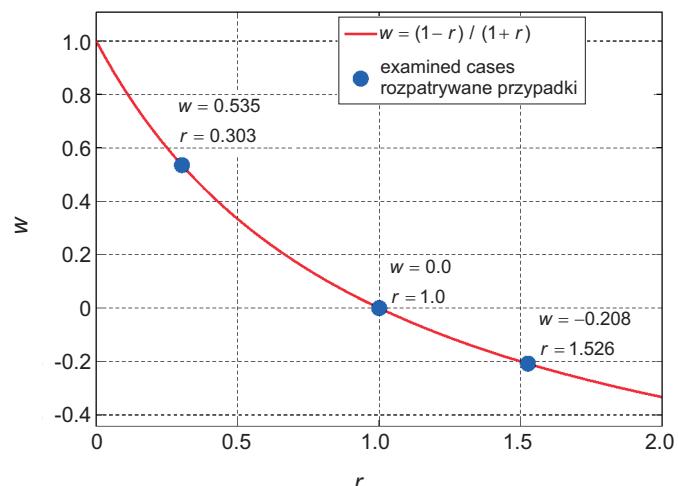
Type of layer Rodzaj warstwy	Volumetric density ρ_p, ρ_b Gęstość objętościowa ρ_w, ρ_p [kg/m ³]	Thermal conductivity k_p, k_b Współczynnik przewodnictwa ciepła k_w, k_p [W/m·K]	Specific heat c_{vp}, c_{vb} Ciepło właściwe c_{vw}, c_{vp} [J/kg·K]
Asphaltic pavement, set 1. Nawierzchnia asfaltowa, układ 1. ($w = 0.535, r = 0.303$)	2.00	3.0	8000
Asphaltic pavement, set 2. Nawierzchnia asfaltowa, układ 2. ($w = 0, r = 1$)	2.20	0.8	2500
Asphaltic pavement, set 3. Nawierzchnia asfaltowa, układ 3. ($w = -0.208, r = 1.526$)	2.10	1.0	900
Asphalt subgrade, all sets Podbudowa asfaltowa (wszystkie 3 konstrukcje)	2.00	2.0	1100

Na Rys. 2 przedstawiono zależność refrakcji (odbicia) cieplnej w funkcji dopasowania termicznego z wyróżnieniem trzech analizowanych konstrukcji nawierzchni i podbudowy. Rys. 3 przedstawia izolinie temperatur w warstwie i podłożu nawierzchni w cyklu dobowym (czas 0⁰⁰ oznacza w tym przypadek godzinę 12⁰⁰ w południe). Z przyjętych danych literaturowych [14], [7] dotyczących gęstości strumienia promieniowania słonecznego wynika, iż jego wpływ na wzrost temperatury nawierzchni występuje przede wszystkim w okresie letnim, w godzinach od 5⁰⁰ do 20⁰⁰. Natomiast w okresie wiosennym i jesiennym można przyjąć, że wpływ promieniowania na wzrost temperatury w nawierzchni występuje w godzinach od 6⁰⁰ do 18⁰⁰. Jest to spowodowane wysokością Słońca nad horyzontem i kątem padania promieni słonecznych na powierzchnię nawierzchni. W podanym czasie uzyskuje się dodatnie wartości gęstości promieniowania słonecznego.

Fig. 2. Value of refractive index w as a function of thermal matching coefficient r
 Rys. 2. Zależność współczynnika refrakcji cieplnej w w funkcji współczynnika dopasowania termicznego r

Na Rys. 4a przedstawiono pole temperatur w konstrukcji nawierzchni z warstwą górną o grubości 8 cm, w 2 godzinie cyklu, w trzech przypadkach dopasowania termicznego warstwy i podbudowy. Dla wyższych współczynników odbicia różnica temperatur w warstwie i podłożu jest najniższa (2 K), zaś w przypadku niskich współczynników odbicia różnice osiągają najwyższe wartości (10 K).

Dependence of thermal refraction (reflection) on thermal matching function with distinction of three analysed pavement and base course structures is shown in Fig. 2. Temperature isolines of subgrade and layer of pavement during daily cycle (time 0⁰⁰ denotes 12⁰⁰ noon) are shown in Fig. 3. It can be found in the literature [7], [14] that solar radiation flux density influences the increase in pavement temperature mainly in the summer season between 5⁰⁰ and 20⁰⁰. In the spring and autumn seasons it can be assumed that radiation influences the increase in pavement temperature between 6⁰⁰ and 18⁰⁰. It is caused by a position of the Sun over the horizon and angle of incidence of solar rays. Positive values of solar radiation density were obtained during the period under observation.



Na Rys. 4b zadeemonstrowano przebieg amplitudy zmian temperatury w nawierzchni, w pełnym cyklu na różnych głębokościach, w sytuacji rozpatrywanej poprzednio.

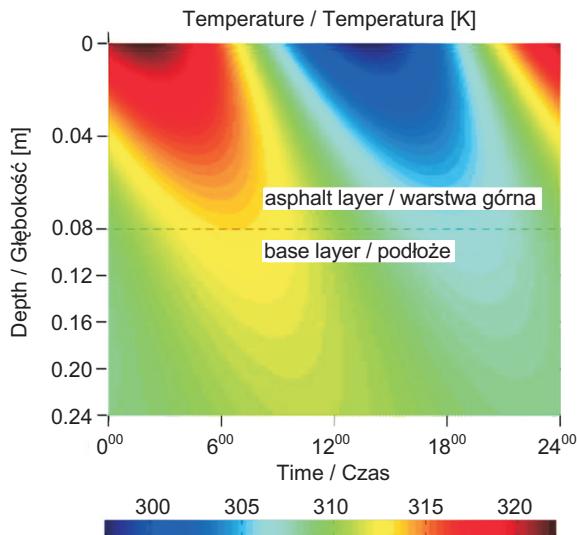


Fig. 3. Graph of temperatures isolines in layer and subgrade of pavement during 24 hours cycle; pavement structure of thickness of 8 cm with parameters: $w = 0$, $r = 1$ and solar flux intensity $q_s = 200 \text{ W/m}^2$ ($\kappa = 12$, $\beta = 0.671$, $\delta = 0.400$, $\gamma = 1.789$)

Rys. 3. Wykresy izolinii temperatury w warstwie i podłożu nawierzchni w cyklu dobowym, w konstrukcji nawierzchni z górną warstwą o grubości 8 cm, o parametrach $w = 0$, $r = 1$, przy strumieniu słonecznym o natężeniu $q_s = 200 \text{ W/m}^2$ ($\kappa = 12$, $\beta = 0.671$, $\delta = 0.400$, $\gamma = 1.789$)

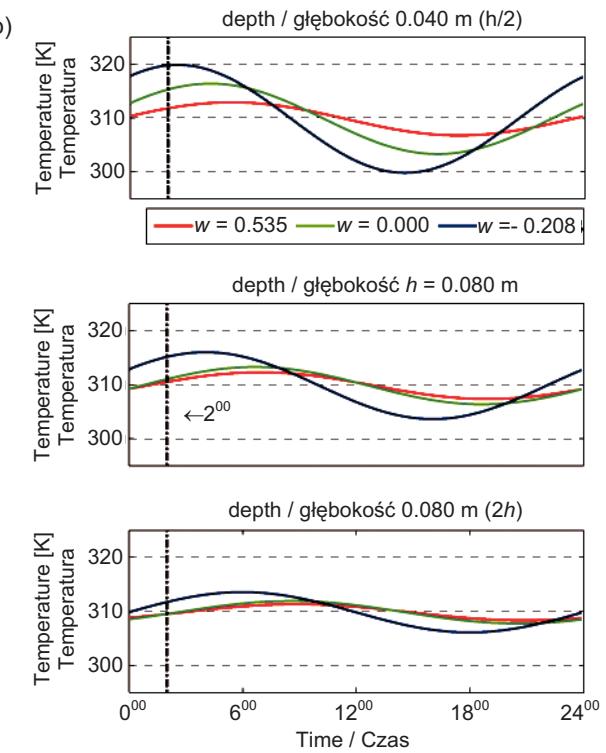
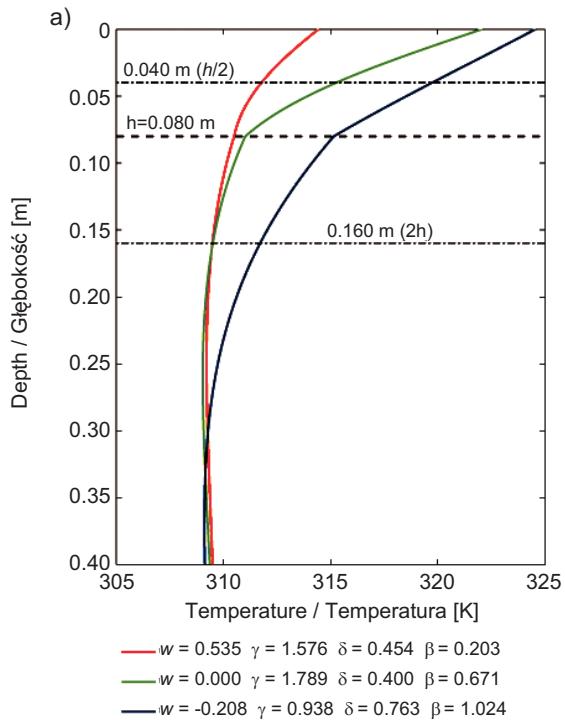


Fig. 4. Examples of graphs of temperatures inside a pavement as a function of depth in case of three different pavement and subgrade structures, pavement of 8 cm thickness, with $q_s = 200 \text{ W/m}^2$ and $\kappa = 12$ (a); amplitude of variation of a pavement temperature during 24 h cycle at three different depths inside a pavement of thickness of 8 cm, with $q_s = 200 \text{ W/m}^2$ and $\kappa = 12$ (b)

Rys. 4. Przykładowe wykresy temperatury w nawierzchni, w funkcji głębokości dla trzech różnych wariantów konstrukcji nawierzchni i podbudowy, z nawierzchnią o grubości 8 cm, przy $q_s = 200 \text{ W/m}^2$ i $\kappa = 12$ (a) oraz amplituda zmian temperatury nawierzchni w pełnym cyklu na trzech różnych głębokościach w nawierzchni o grubości 8cm, przy $q_s = 200 \text{ W/m}^2$, $\kappa = 12$ (b)

Na Rys. 5 przedstawiono maksymalne różnice temperatury występujące w warstwie nawierzchni o różnej grubości: 4, 8, 12 cm, a na Rys. 6 i 7 maksymalne zmiany temperatury w funkcji czasu w warstwie jezdnej trzech różnych konstrukcji nawierzchni i podbudowy. Na Rys. 8 przedstawiono pole temperatur w konstrukcji nawierzchni w funkcji głębokości dla trzech różnych konstrukcji nawierzchni i podbudowy, z warstwą nawierzchni o grubości 12 cm, przy wartościach natężenia strumienia słonecznego $q_s = 0, 200$ i 500 W/m^2 .

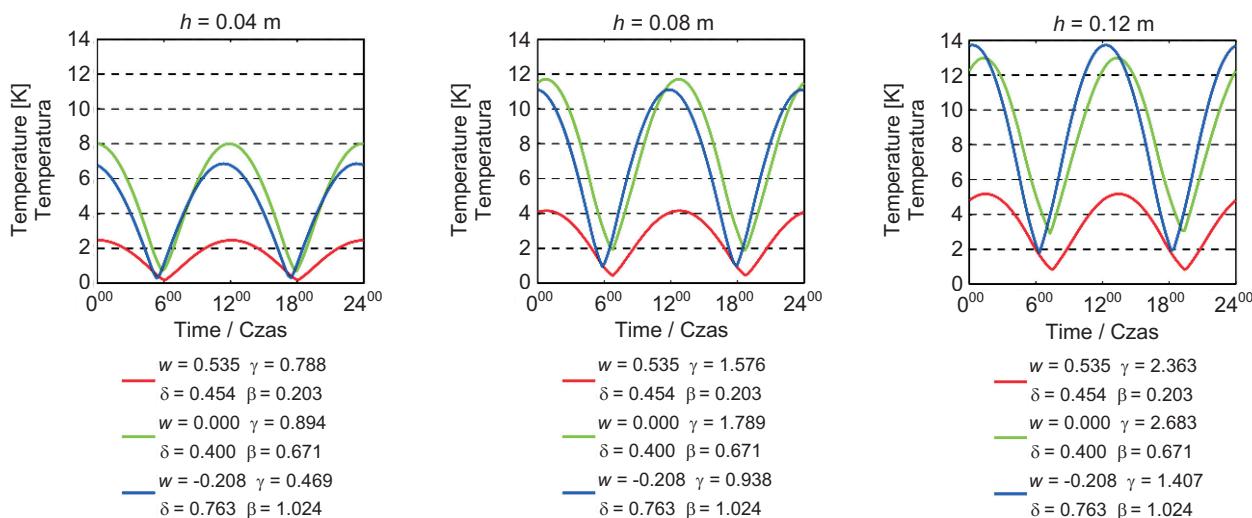


Fig. 5. Maksymalne różnice temperatury w nawierzchni asfaltowej o różnej grubości dla trzech różnych wariantów konstrukcji nawierzchni i podbudowy, przy strumieniu słonecznym o natężeniu $q_s = 200 \text{ W/m}^2$ ($\kappa=12$)

Rys. 5. Maksymalne różnice temperatury w nawierzchni asfaltowej o różnej grubości dla trzech różnych wariantów konstrukcji nawierzchni i podbudowy, przy strumieniu słonecznym o natężeniu $q_s = 200 \text{ W/m}^2$ ($\kappa=12$)

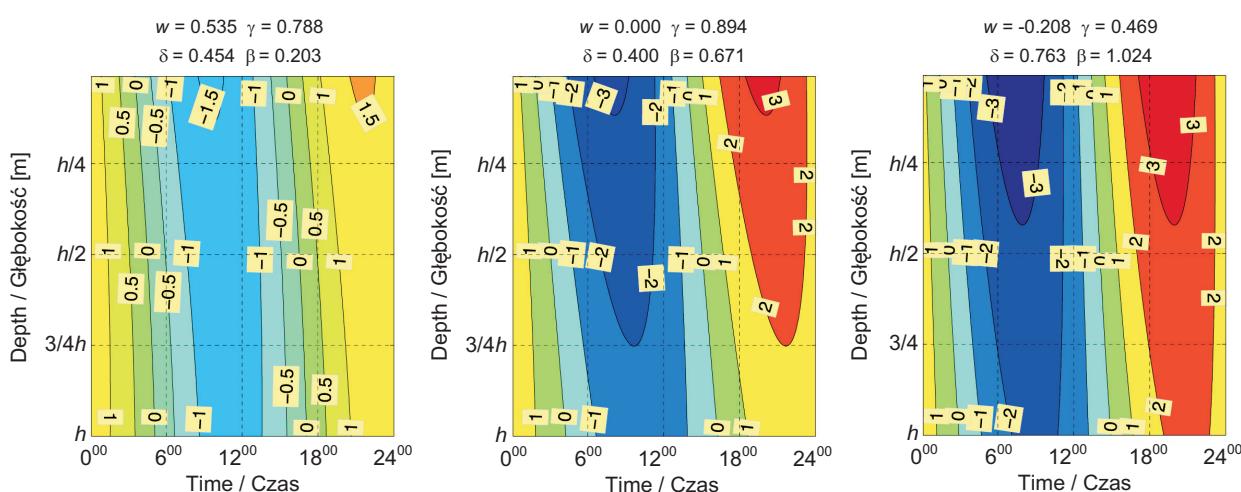


Fig. 6. Maksymalne zmiany temperatury w czasie (K/h), w nawierzchni asfaltowej o grubości 4 cm dla trzech różnych wariantów konstrukcji nawierzchni i podbudowy ($q_s = 200 \text{ W/m}^2$)

Rys. 6. Maksymalne zmiany temperatury w czasie (K/h), w nawierzchni asfaltowej o grubości 4 cm dla trzech różnych wariantów konstrukcji nawierzchni i podbudowy ($q_s = 200 \text{ W/m}^2$)

Maximum differences of temperature of pavement layer calculated for different thicknesses: 4, 8, 12 cm are shown in Fig. 5. Maximum differences of wearing course temperature as a function of time, for three different structures of pavement and base course are shown in Fig. 6 and 7. Temperature fields of pavement structure as a function of depth obtained for three different pavement and base course structures with 12 cm thick pavement layer, for solar flux intensity values $q_s = 0, 200$ and 500 W/m^2 are shown in Fig. 8.

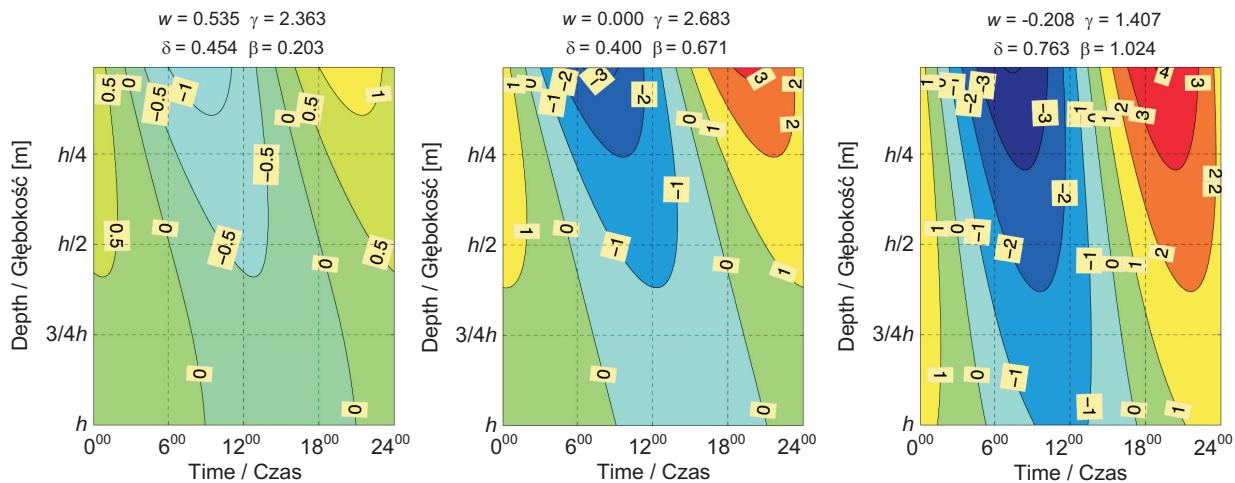


Fig. 7. Maximum temperature variation over time (K/h) inside an asphalt pavement of thickness of 12 cm for three different pavement and subgrade structures ($q_s = 200 \text{ W/m}^2$)

Rys. 7. Maksymalne zmiany temperatury w czasie (K/h), w nawierzchni asfaltowej o grubości 12 cm dla trzech różnych wariantów konstrukcji nawierzchni i podbudowy ($q_s = 200 \text{ W/m}^2$)

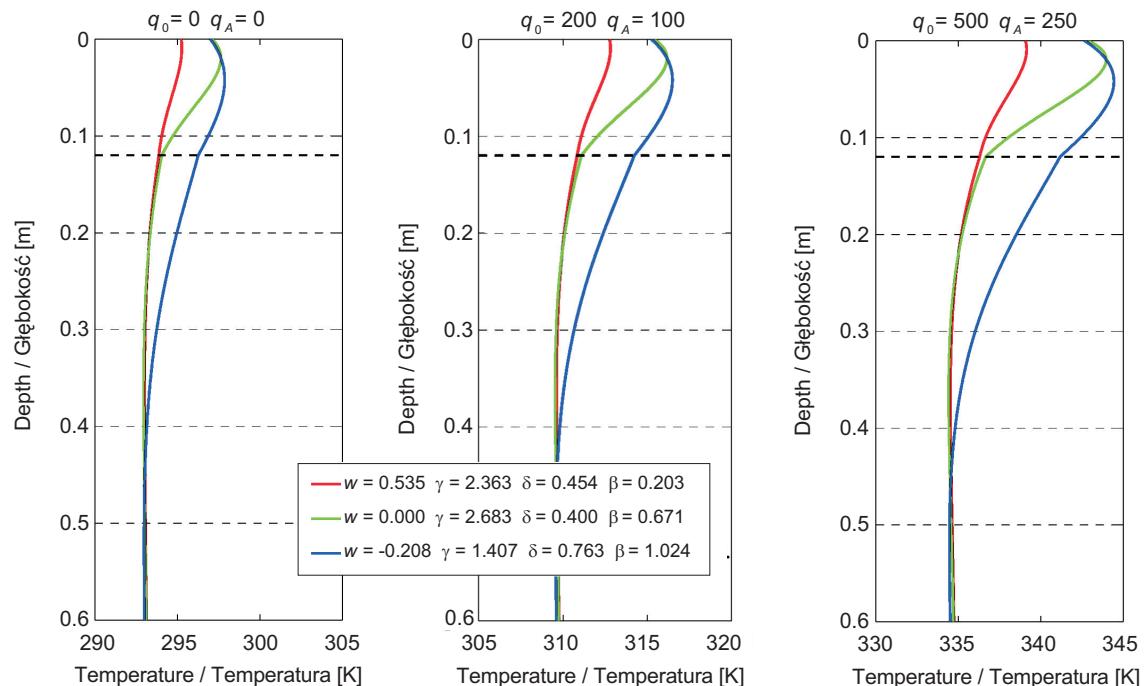


Fig. 8. Graphs of temperature as a function of depth for three different cases of pavement and subgrade structures, 12 cm of pavement thickness, for three different solar flux intensity values

Rys. 8. Wykresy temperatury w funkcji głębokości dla trzech różnych wariantów konstrukcji nawierzchni i podbudowy z warstwą nawierzchni o grubości 12 cm, przy trzech wartościach natężenia strumienia słonecznego

Na Rys. 9 i 10 pokazano, malejącą wraz ze wzrostem grubości warstwy, zależność wartości gradientów temperatury od współczynników refrakcji cieplnej w . Maksymalne wartości gradientów temperatury występują przy $w=0$, co wyraża szybki spadek temperatury w warstwie.

The dependence of temperature gradient values on heat refraction coefficient w is shown in Figs. 9 and 10. This dependence decreases with increasing layer thickness. Maximum values of temperature gradients are present at $w = 0$ what shows a fast temperature decrease inside a layer.

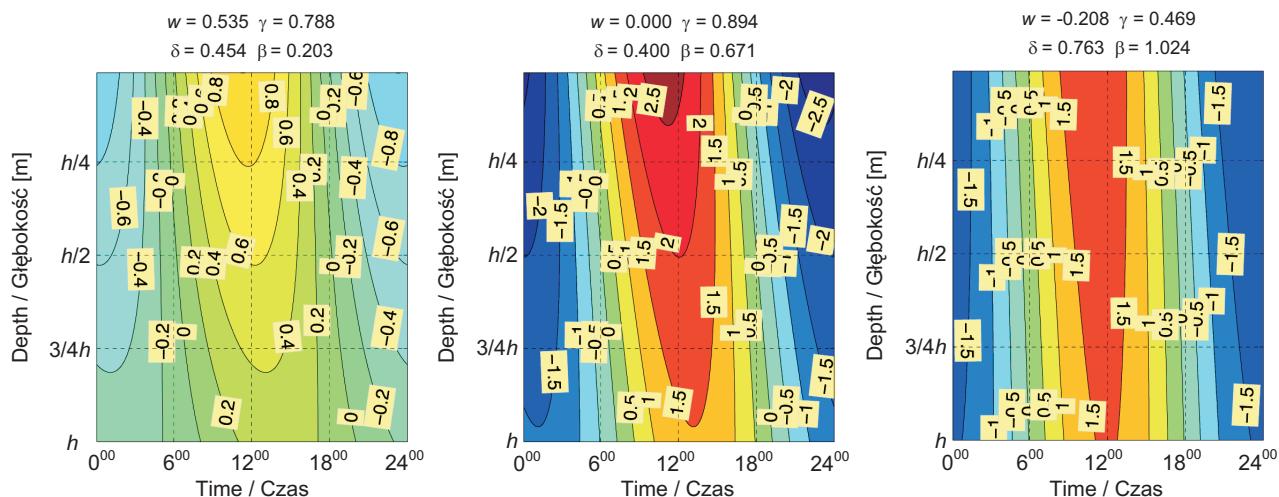


Fig. 9. Graphs of temperature gradients inside three different pavement and subgrade structures, upper layer thickness $h = 4$ cm, [100 K/m]

Rys. 9. Wykres gradientów temperatury dla trzech różnych wariantów konstrukcji nawierzchni i podbudowy, przy grubości warstwy górnej $h = 4$ cm, [100 K/m]

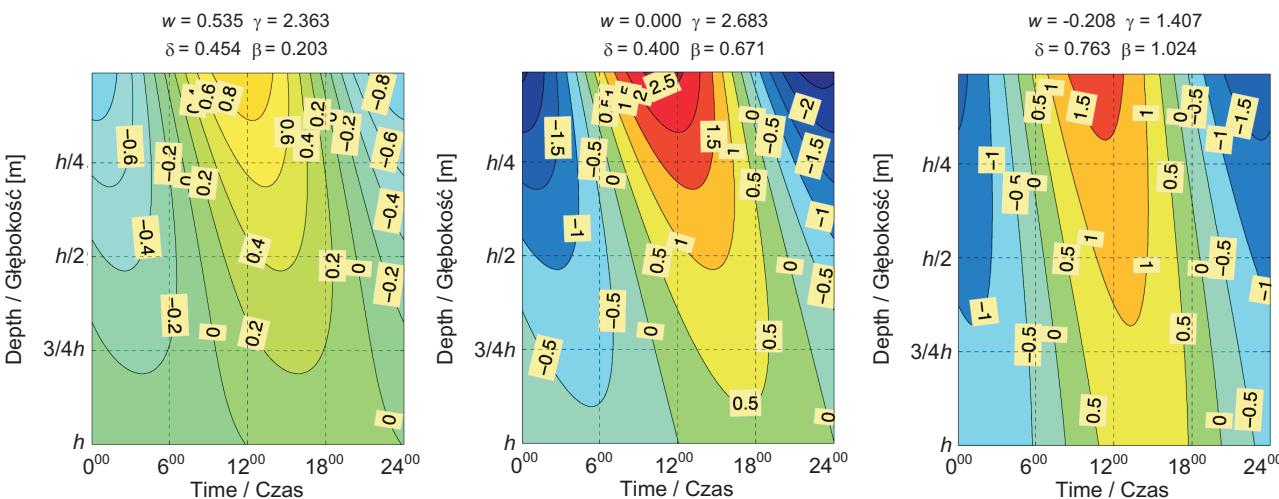


Fig. 10. Graphs of temperature gradients inside three different pavement and subgrade structures, upper layer thickness $h = 12$ cm, [100 K/m]

Rys. 10. Wykres gradientów temperatury dla trzech różnych wariantów konstrukcji nawierzchni i podbudowy, przy grubości warstwy górnej $h = 12$ cm, [100 K/m]

Rysunki 11 i 12 przedstawiają linie warstwicowe przepływu ciepła, na który znaczny wpływ mają współczynniki refrakcji cieplnej w . Przepływ maleje przy wzroście impedancji podłoża ($w = -0,208$). Ponadto następuje znaczny spadek wartości strumienia ciepła w przekroju warstwy przy wzroście jej grubości.

Z przeprowadzonych analiz dopasowania termicznego układu konstrukcyjnego nawierzchni i podbudowy wynika, że przy $r = 0,303$; $w = 0,535$ oddziaływanie termiczne są najmniejsze. Oznacza to, że w danej konstrukcji nawierzchni występują najmniejsze zmienności temperatury i najmniejsze zmiany temperatury w czasie i w głąb konstrukcji

Contour lines of heat flow on which significant influence have heat refraction coefficients w are shown in Figs. 11 and 12. The flow decreases with the increase in the subgrade effusivity ($w = -0.208$). Moreover, a significant decrease in the heat flux value in layer cross section appears with increase in layer thickness.

It results from performed analyses of thermal matching of structural system of pavement and base course that thermal interactions are the smallest for $r = 0.303$, $w = 0.535$. It means that in given pavement structure appear the smallest temperature variation and the smallest temperature variation over time and with increase of structural depth as well

oraz najszybszy przepływ strumienia ciepła. Z trzech analizowanych przypadków taki układ konstrukcyjny nawierzchni i podbudowy jest najbardziej odporny na oddziaływanie czynników termicznych.

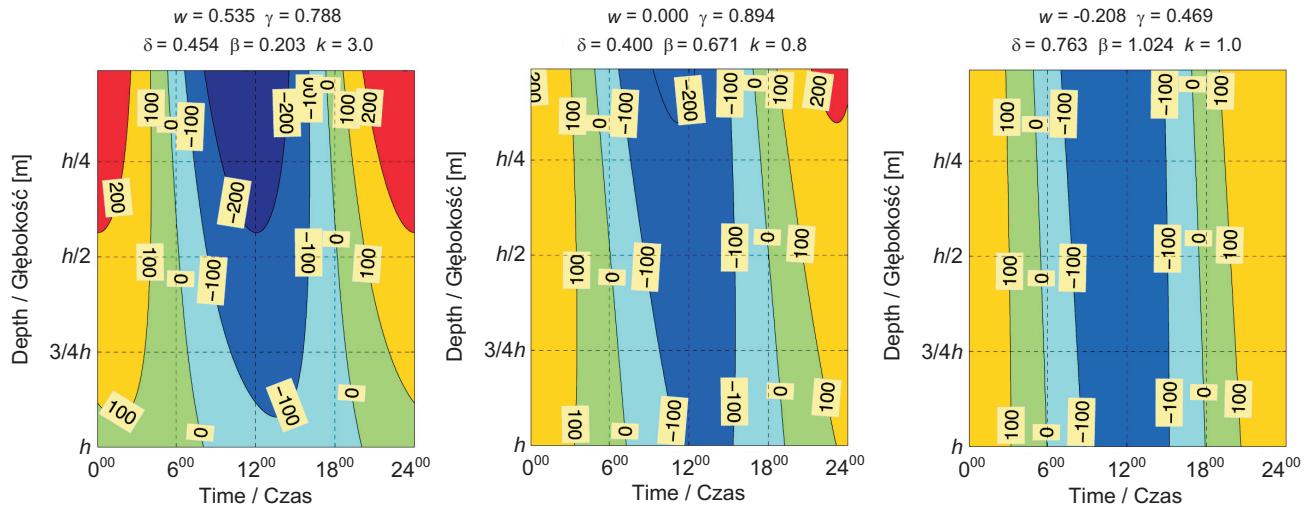


Fig. 11. Flow of heat flux throughout three different pavement and subgrade structures, thickness of pavement layer $h = 4 \text{ cm}$,

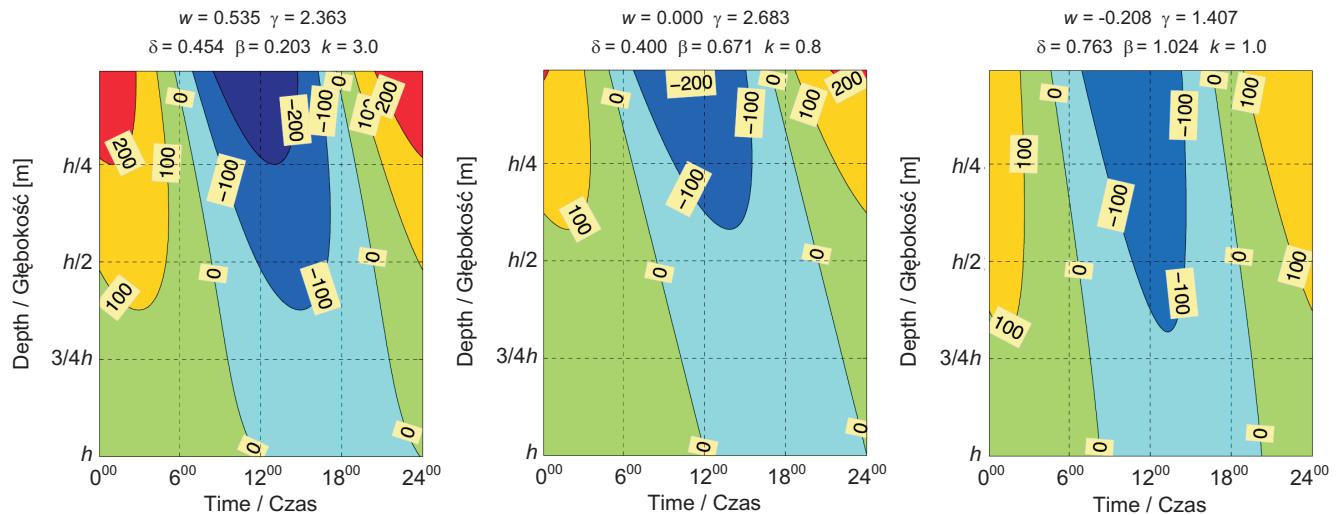


Fig. 12. Flow of heat flux throughout three different pavement and subgrade structures, thickness of pavement layer $h = 12 \text{ cm}$, $[\text{W/m}^2]$
Rys. 12. Przepływ strumienia ciepła dla trzech różnych wariantów konstrukcji nawierzchni i podbudowy, przy grubości warstwy nawierzchni $h = 12 \text{ cm}$, $[\text{W/m}^2]$

5. WNIOSKI

Różne czynniki mają wpływ na przepływ i refrakcję ciepła w nawierzchni warstwowej. Po zdefiniowaniu założeń przepływu ciepła w nawierzchni warstwowej

as the fastest flow of heat flux. This structural system of pavement and base course is the most resistant to influence of thermal factors from the three analysed cases.

5. CONCLUSIONS

Different factors can influence a heat flow and refraction inside multilayer pavement. After defining assumptions of heat flow in multilayer pavement a new method of heat

zaproponowano nową metodę analizy przepływu ciepła w takiej nawierzchni. Metoda ta polega na rozwiązaniu zadania przewodnictwa ciepła w konstrukcji warstwowej z uwzględnieniem warunków wymiany zewnętrznej i wewnętrznej ciepła oraz cyklicznych zmian temperatury i strumienia ciepła.

Rozwiązywanie problemu przewodnictwa ciepła w układzie warstwowym wykazało znaczący wpływ wprowadzonych przez autorów współczynników:

- dyfuzyjności $\delta = \frac{a_w}{a_p}$, charakteryzujący szybkość wnikania strumienia ciepła z warstwy nawierzchni do podbudowy, ($\delta = 1$ oznacza zanikanie temperatury w warstwie nawierzchni i podbudowie z tym samym gradientem),
- dopasowania termicznego warstw $r = \frac{k_p}{k_w} \delta$, charakteryzujący zróżnicowanie własności termicznych warstwy nawierzchni względem podbudowy, ($r = 1$ oznacza pełne dopasowanie, czyli całkowite przenikanie strumienia ciepła z warstwy nawierzchni do podbudowy),
- refrakcji termicznej warstw $w = \frac{1-r}{1+r}$ określający stopień odbicia strumienia ciepła od granicy warstwy nawierzchni i podbudowy, ($w = 0$ oznacza brak przepływu ciepła od granicy warstw do powierzchni),

na pole temperatur i naprężeń termicznych w konstrukcji nawierzchni warstwowej.

Zauważono, że pole temperatury w nawierzchni warstwowej w istotny sposób zależy od geometrii układu warstw oraz parametrów cieplnych warstwy górnej i dolnej wyrażonych liczbami:

- Biota, która charakteryzuje udział w strumieniu ciepła wymiany newtonowskiej (proporcjonalnej do różnicy temperatury powierzchni i otoczenia) do wymiany fourierowskiej (proporcjonalnej do gradientu temperatury w nawierzchni),
- Fouriera, która charakteryzuje szybkość zanikania temperatury w warstwie nawierzchni i podbudowy. Ponadto istotną rolę odgrywa współczynnik zewnętrznej (newtonowskiej) wymiany ciepła, który zależy od koloru warstwy jezdnej, wilgotności, prędkości wiatru itp. Oryginalny przykład obliczeń trzech konstrukcji nawierzchni wykazał, że najmniej agresywne oddziaływanie termiczne występuje w przypadku konstrukcji nawierzchni o charakterystycze $r = 0,303$, $w = 0,535$. Nowa metoda analizy przepływu ciepła w nawierzchni warstwowej umożliwia sprawdzenie projektowanych konstrukcji nawierzchni pod kątem destrukcyjnego oddziaływania temperatury.

flow analysis was proposed. This method is based on solution of heat equation for multilayer structure including internal and external heat transfer conditions as well as cyclic changes of temperature and heat flux.

The solution of the proposed heat transfer problem for multilayer system showed a significant influence of coefficients introduced by the authors:

- diffusivity $\delta = \frac{a_p}{a_b}$, which describes a rate of heat flux penetration from pavement layer to base course, ($\delta = 1$ denotes temperature decay in pavement layer and base course with the same gradient),
- layers thermal matching $r = \frac{k_b}{k_p} \delta$, which describes difference in thermal properties of layers with respect to base course, ($r = 1$ denotes complete matching, i.e. whole heat flux penetrates from pavement layer to base course),
- layers thermal refraction $w = \frac{1-r}{1+r}$ which describes a level of reflection of heat flux from the boundary of pavement layer and base course, ($w = 0$ denotes no heat flow from boundary of layer to surface),

on distribution of temperature field and thermal stresses throughout a multilayer pavement structure..

It was found that the temperature field inside a multilayer pavement depends significantly on geometry of layers structure and thermal parameters of upper and lower layers described by the dimensionless parameters:

- Biot number, which describes a ratio of convective heat transfer (proportional to difference of surface and surrounding temperatures) and conductive heat transfer (proportional to the temperature gradient on surface),
- Fourier number, which describes the rate of temperature decay inside pavement and subgrade. Moreover, a significant influence of coefficient of external (Newton) heat transfer was shown. This factor depends on colour of wearing course, humidity, velocity of wind etc. The original computational example of three pavement structures showed that the least aggressive thermal influence appears in the case of pavement structure of $r = 0,303$, $w = 0,535$. The new method of heat flow analysis inside a multilayer pavement makes it possible to examine designed pavement structures with respect to destructive influence of temperature.

BIBLIOGRAFIA / REFERENCES

- [1] Moon P., Spencer D.E.: Field theory for engineers. D. Van Nostrand Company, Princeton USA, 1961
- [2] Southgate H.F.: An evaluation of temperature distribution of asphalt pavements and its relationship to pavement deflection. MSCE Thesis, University of Kentucky, Lexington, Kentucky, USA, 1968
- [3] Stubstad R.N., Baltzer S., Lukanen E.O., Ertman-Larsen H.J.: Prediction of AC mat temperature for routine load/deflection measurements. 4th International Conference on Bearing Capacity of Road and Airfields, Minnesota, USA, 1994
- [4] Lukanen E.O., Stubstad R.N., Briggs R.: Temperature prediction and adjustment factors for asphalt pavement. Report No FHWA-RD-98-085, Federal Highway Administration. McLean Virginia, USA, 2000
- [5] Sybilski D., Mirski K.: Zalecane lepiszcza asfaltowe w warstwach nawierzchni w Polsce z uwzględnieniem warunków klimatycznych i obciążenia ruchem. Prace IBDiM, 1-2/2000, 103-157
- [6] Park D.Y., Buch N., Chatti K.: Development of effective layer temperature prediction model and temperature correction using FWD deflections. Transportation Research Record 1764, Washington 2001
- [7] Mieczkowski P.: Model fizyczny obliczania temperatury górnej warstwy nawierzchni asfaltowej. Drogownictwo, **LVI**, 8, 2001, 230-235
- [8] Hermansson Å.: Simulation of asphalt concrete pavement temperatures for use with FWD. Road Materials and Pavement Design, **3**, 3, 2002, 281-297
- [9] Rafalski L.: Podłoże nawierzchni drogowej. Inżynieria Morska i Geotechnika, 3, 2009, 190-193
- [10] Wistuba M.: Determining design temperatures for asphalt pavements. Road Materials and Pavement Design, **4**, 3, 2003, 341-349
- [11] Wistuba M., Blab R., Litzka J.: Oberbauverstärkung Von Asphaltstrassen. Methodenüberblick und Ableitung von Klimadaten für die analytische Bemessung. TU-Wien, 2004
- [12] Górszczyk J., Grzybowska W.: Analizy termiczne asfaltowej nawierzchni drogowej z wykorzystaniem MES. Roads and Bridges - Drogi i Mosty, **10**, 4, 2011, 7-30
- [13] Wang D., Roesler J.R., Guo D.Z.: Analytical Approach to Predicting Temperature Fields in Multilayered Pavement Systems. Journal of Engineering Mechanics, **135**, 4, 2009, 334-344
- [14] Hall M.R., Dawson A.R., Grenfell J., Isola R.: Influence of the Thermophysical Properties of Pavement Materials on the Evolution of Temperature Depth Profiles in Different Climatic Regions. Journal of Materials in Civil Engineering, **24**, 1, 2012, 32-47
- [15] Bryant P., Denneman E.: Improved Design Procedures for Asphalt Pavements: Pavement Temperature and Load Frequency Estimation. Austroads Technical Reports AP - T248 - 13, September 2013, Sydney, Australia, 2013
- [16] Graczyk M., Rafa J.: Wybrane aspekty zachowania się nawierzchni podatnych w modelach materiałów termolepkospłejstych. Roads and Bridges - Drogi i Mosty, **9**, 2, 2010, 5-15
- [17] Graczyk M.: Nośność konstrukcji nawierzchni wielowarstwowych w krajowych warunkach klimatycznych. Studia i Materiały, Zeszyt 63, IBDiM, Warszawa, 2010
- [18] Nowacki W.: Termospłejstwo. PWN, Warszawa, 1970
- [19] Piskorek A.: Fourier and Laplace'a transform and its applications. PWN, Warsaw, 1991