



ARTUR DUCHACZEK¹⁾
ZBIGNIEW MAŃKO²⁾

APPLICATION OF THE NUMERICAL METHODS TO ASSESSMENT OF THE FATIGUE LIFE OF STEEL MILITARY BRIDGES

ZASTOSOWANIE METOD NUMERYCZNYCH DO OCENY TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ STALOWYCH MOSTÓW WOJSKOWYCH

STRESZCZENIE. W pracy zaproponowano metodę oceny wytrzymałości zmęczeniowej konstrukcji mostowych na podstawie analizy modelu numerycznego. Umiejętność określenia trwałości uszkodzonego przęsła mostu w funkcji liczby cykli obciążeń umożliwia podejmowanie decyzji dotyczącej zakresu jego ewentualnej naprawy. Uzasadniono możliwość wykorzystania metody korelacji przemieszczeń (DCT) do określania prędkości rozwoju pęknięć zmęczeniowych występujących w obiektach stalowych mostów wojskowych. Otrzymane rezultaty obliczeń trwałości zmęczeniowej mostu porównano z wynikami uzyskanymi przy zastosowaniu innych metod realizowanych przy użyciu oprogramowania komputerowego FRANC2D oraz z wynikami badań laboratoryjnych. Potwierdzono przydatność w praktyce inżynierskiej programu FRANC2D do wykorzystania w analizach rozwoju pęknięć w stalowych obiektach mostowych.

SŁOWA KLUCZOWE: most stalowy, pęknięcie zmęczeniowe, wytrzymałość materiałów.

ABSTRACT. This article proposes a method for predicting the fatigue life of steel bridges based on a numerical model. Being able to predict the residual life of a damaged bridge span expressed as the number of load cycles facilitates undertaking the right decisions on the time and scope of the necessary repairs. This research confirmed the applicability of the displacement correlation technique (DCT) for determination of the fatigue crack propagation rate in steel military bridges. The results of fatigue strength calculations carried out for the analysed bridge were compared with the results obtained with the other techniques available in FRANC2D program and with the laboratory results. The software program FRANC2D was found useful in analysing the phenomenon of crack propagation in steel bridges.

KEYWORDS: fatigue crack, steel bridge, strength of materials.

DOI: 10.7409/rabd.014.002

¹⁾ Wyższa Szkoła Oficerska Wojsk Lądowych im. gen. T. Kościuszki we Wrocławiu; aduchaczek@poczta.wp.pl (✉)

²⁾ Międzynarodowa Wyższa Szkoła Logistyki i Transportu we Wrocławiu; zbigniew.manko@wp.pl

1. WSTĘP

Mosty wojskowe, zarówno nisko- jak i wysokowodne, to stosunkowo proste konstrukcje inżynierskie przeznaczone przede wszystkim do zabezpieczenia mobilności pododdziałów wojskowych. Jednak dość często w sytuacjach kryzysowych (np. podczas powodzi lub miejscowych podtopień) konstrukcje te są również wykorzystywane przez ludność cywilną. W przypadku budowy mostów wojskowych ich przeszła wykonywane są najczęściej z kształtowników stalowych dostępnych na danym obszarze kraju.

W przypadku obiektów mostowych niezmiernie istotna jest umiejętność określenia trwałości uszkodzonego przeszła mostowego w funkcji liczby cykli obciążeń, gdyż umożliwia to osobie odpowiedzialnej za eksploatację takiego obiektu na ewentualne podejmowanie czynności zabezpieczających uszkodzony element mostu w trakcie jego eksploatacji lub decyzji o konieczności budowy nowego obiektu. Fakt ten jest szczególnie ważny w różnych sytuacjach kryzysowych lub w warunkach wojennych.

Jednym z podstawowych parametrów wykorzystywanych podczas analiz związanych z oceną trwałości eksploatacyjnej obiektów stalowych, mających uszkodzenie o określonej wielkości, jest współczynnik intensywności naprężeń K . Należy mieć na uwadze, że dokładność analiz zmęczenia elementów konstrukcyjnych mostów uzależniona jest od dostępu do właściwych wzorów i programów umożliwiających ich obliczanie. Znaczna część wzorów opisujących prędkość wzrostu pęknięć zmęczenia (np. wzory Parisa lub Formana [1]) wykorzystuje współczynnik intensywności naprężeń K i dlatego również w niniejszej pracy skupiono się nad określeniem tej wielkości.

Wartość współczynnika intensywności naprężeń K obliczono przy zastosowaniu metody korelacji przemieszczeń DCT (*Displacement Correlation Technique*) [2] oraz porównano otrzymane wyniki z rezultatami uzyskanymi metodą wykorzystującą właściwości całki J (J -integral) [1], [2] oraz metodą MCCIT (*Modified Crack Closure Integral Technique*) [2]. Wszystkie obliczenia zrealizowano przy wykorzystaniu specjalistycznego programu FRANC2D opisanego w [3], który umożliwia wykonanie obliczeń wartości współczynnika intensywności naprężeń K przy użyciu jednej z trzech wyżej wymienionych metod.

2. PODSTAWY TEORETYCZNE METODY KORELACJI PRZEMIESZCZEŃ DCT

W pracy [2] przedstawiono dwa zasadnicze podejścia przy obliczaniu wartości współczynnika intensywności

1. INTRODUCTION

Military bridges, of both low- and high-water design are relatively simple engineering structures designed to ensure mobility of troops as their primary application. Besides, they are quite often used by civilians during emergencies, such as small and large scale floods. Locally available steel section are the main material used for construction of military bridges.

One of the key factors taken into account when deciding whether to implement protective measures and continue operation of a damaged bridge or replace it with a new construction is the life time of the structure expressed as the number of load cycles. This gains on importance in various emergency situations and at the time of war.

Knowing the size of damage, the stress intensity factor K is used as one of the main parameters for predicting the residual life of a steel bridge. It is important to note that the accuracy of fatigue life analyses of the structural bridge components depends on the availability of adequate formulas and software programs. The stress intensity factor K appears in a majority of equations used for determining the rate of increase of fatigue cracks (such as Paris equation and Forman's equation [1]) and, for this reason it is the focus of this research.

The stress intensity factor K was calculated with the Displacement Correlation Technique (DCT) [2] and the results were compared with the values obtained with other methods, namely J -integral method [1], [2] and Modified Crack Closure Integral Technique (MCCIT) [2]. All the computations were carried out with FRANC2D (<http://www.cfg.cornell.edu/index.htm>) [3] – a special software tool allowing to calculate the value of K with each of the three above-mentioned methods.

2. THEORETICAL BASIS OF THE DISPLACEMENT CORRELATION TECHNIQUE (DCT)

Two main approaches to calculate the value of the stress intensity factor K are described in article [2]: direct – in which FEM results are compared with the obtained value of K factor and energy based approach using the concept of energy release rate G . According to the authors of [2] (on the basis of [4]) DCT is one of the simplest and earliest methods used to determine the stress intensity factor K by using FEM results. DCT is one of direct methods for determining the K value.

naprężeń K : podejście bezpośrednie, które koreluje wyniki uzyskane przy użyciu metody elementów skończonych (MES) z wartością K oraz podejście energetyczne, które odnosi się do pojęcia współczynnika uwolnienia energii G . Autorzy [2] (na podstawie pracy [4]) uważają, że metoda korelacji przemieszczeń DCT jest jedną z najprostszych i historycznie jedną z pierwszych metod używanych do określania współczynnika intensywności naprężeń K , przy wykorzystaniu wyników uzyskanych metodą elementów skończonych. Metoda DCT jest zatem przykładem metody zaliczanej do metod bezpośrednich określania wartości K .

Współczynniki intensywności naprężeń K w płaskim stanie odkształceń określa się ze wzorów (1) [2]:

$$K_I = \frac{\mu\sqrt{2\pi}(v_b - v_a)}{\sqrt{r}(2-2\nu)}, \quad K_{II} = \frac{\mu\sqrt{2\pi}(u_b - u_a)}{\sqrt{r}(2-2\nu)}, \quad (1)$$

$$K_{III} = \frac{\mu\sqrt{\pi}(w_b - w_a)}{\sqrt{2r}},$$

gdzie:

μ – moduł ścinania,

ν – współczynnik Poissona,

r – odległość od wierzchołka pęknięcia (punkt a na Rys. 1a) do punktu korelacji (punkt b na Rys. 1a)

u_i, v_i, w_i – przemieszczenia punktu i w kierunkach osi x, y i z .

Te same wyrażenia mogą być wykorzystane w płaskim stanie naprężeń, jeśli wielkość ν jest zastępowana przez wyrażenie $\nu(1+\nu)$ [2]. Jedno z możliwych rozwiązań w tej metodzie zakłada, że wartość współczynnika intensywności naprężeń K jest obliczana dla serii punktów zbliżających się do wierzchołka pęknięcia. Następnie sporządza się krzywą z otrzymanych wyników i ekstrapoluje się tę funkcję do r równego zero [1 - 2].

The following equations (1) are used to calculate the stress intensity factor K for in-plane strain state [2]:

$$K_I = \frac{\mu\sqrt{2\pi}(v_b - v_a)}{\sqrt{r}(2-2\nu)}, \quad K_{II} = \frac{\mu\sqrt{2\pi}(u_b - u_a)}{\sqrt{r}(2-2\nu)}, \quad (1)$$

$$K_{III} = \frac{\mu\sqrt{\pi}(w_b - w_a)}{\sqrt{2r}},$$

where:

μ – shear modulus,

ν – Poisson's ratio,

r – distance between the crack top (point a in Fig. 1a) and the correlation point (b in Fig. 1a),

u_i, v_i, w_i – displacements of point i along axes x, y and z .

Upon substituting ν with $\nu(1+\nu)$ [2] the above expressions may be used for in-plane stress state. One of the possible solutions in this method assumes that the stress intensity factor K is calculated for a series of points on the way up to the crack top. The values are presented as a curve and the function is extrapolated to $r=0$ [1 - 2].

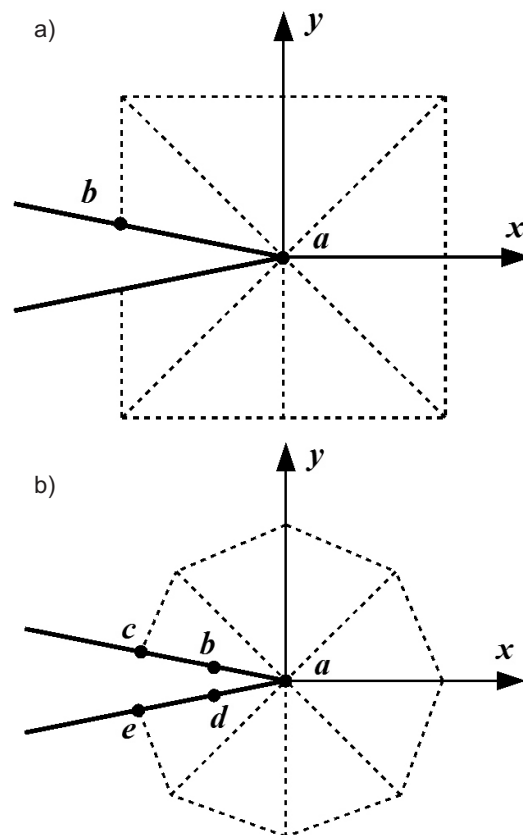


Fig. 1. Layout of the sampling points for the displacement correlation method: a) simple, b) modified, with four nodes located in the crack area, showing node designation [2]
Rys. 1. Lokalizacja punktów próbkowania dla metody korelacji przemieszczeń: a) prostej, b) zmodyfikowanej, z uwzględnieniem czterech węzłów umieszczonych na pęknięciu wraz z oznakowaniem węzła [2]

Obliczenia wartości współczynnika intensywności naprężeń K mogą być dokładniejsze, jeżeli na drodze pęknięcia wprowadzi się cztery węzły ([2] za [5] i [6]), co zaprezentowano na Rys. 1b. W tym przypadku, wykorzystując wartości przemieszczeń węzłów wzdłuż powierzchni pęknięcia,

wartość współczynnika intensywności naprężeń K można obliczać z zależności ujętych w formie wyrażenia (2) [2]:

$$K_I = \frac{\mu\sqrt{2\pi}}{\sqrt{r(2-2\nu)}} [4(v_b - v_d) + v_e - v_c],$$

$$K_{II} = \frac{\mu\sqrt{2\pi}}{\sqrt{r(2-2\nu)}} [4(u_b - u_d) + u_e - u_c].$$
(2)

3. OBLICZENIE WSPÓŁCZYNNIKA INTENSYWNOCI NAPRĘŻEŃ PRZY UŻYCIU PROGRAMU FRANC2D

Dla współczesnego projektanta konstrukcji stalowych najbardziej uniwersalnym narzędziem do wyznaczania wartości współczynnika intensywności naprężeń K są algorytmy wykorzystujące metodę elementów skończonych. Do analizy numerycznej rzeczywistego dźwigara stalowego przyjęto jego model obliczeniowy, który został już poddany wnikliwym analizom w pracach [7] i [8], a jego badania laboratoryjne opisano szczegółowo w pracach [9] oraz [10] (Rys. 2). W badaniach tych testowano dwuteownik zwykły o wysokości 400 mm, wykonany ze stali gatunku S235JRG2.

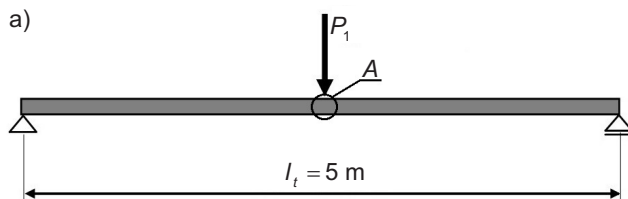


Fig 2. Assumed schemes: a) static system, b) layout of holes and the pre-cut notch [9], [10]

Rys. 2. Przyjęty schemat: a) statyczny, b) rozmieszczenia otworów montażowych oraz wykonanego nacięcia [9], [10]

Tworząc model obliczeniowy dźwigara stalowego założono, że krytyczna długość pęknięcia a znajdować się będzie w obszarze jego środka. Znając z kolei rozkład naprężeń normalnych w przekroju zginanego dwuteownika przyjęto, że dla analizy propagacji szczeliny wystarczy przeanalizować tylko rozkład naprężeń w jego środku. W tym przypadku do modelowania rozwoju pęknięcia stali w środku dźwigara wykorzystano program oparty na metodzie elementów skończonych FRANC2D [3]. Model geometryczny dźwigara oraz generację siatki elementów skończonych wykonano natomiast w programie CASCA (Rys. 3). Ustalając metodykę prowadzonych obliczeń, podobnie jak w pracach [7] i [8], opierano się na metodzie opisanej szczegółowo w [11].

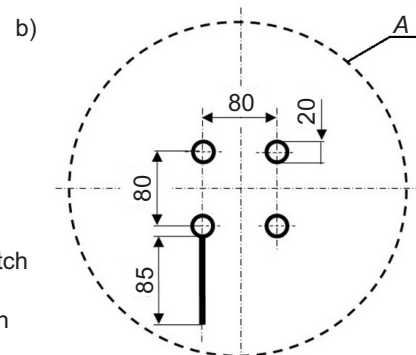
A more accurate value of K is obtained by introducing four nodes on the crack route ([2] on the basis of works [5] i [6]), as illustrated in Fig. 1b. Knowing the displacements of nodes along the fracture plane surface the K value may be calculated with the relationships expressed as (2) [2]:

$$K_I = \frac{\mu\sqrt{2\pi}}{\sqrt{r(2-2\nu)}} [4(v_b - v_d) + v_e - v_c],$$

$$K_{II} = \frac{\mu\sqrt{2\pi}}{\sqrt{r(2-2\nu)}} [4(u_b - u_d) + u_e - u_c].$$
(2)

3. CALCULATION OF THE STRESS INTENSITY FACTOR WITH FRANC2D PROGRAM

In the modern design, the most universal tool for calculating the K value needed in the design of steel structures are finite element based algorithms. For numerical analysis of a real-life steel girder a computational model was used, which had been subjected to deep analyses in [7] and [8] with a detailed description of laboratory testing in [9] and [10] (Fig. 2). The test specimen was a 400 mm deep S-section I-beam made of S235JRG2 steel.



The computational model of steel girder was created assuming that the critical length of crack a is contained within the web. Then, knowing the distribution of normal stresses in the cross-section of bent I-beam, it was assumed that for the purpose of crack propagation analysis it is enough to know the distribution of stresses in the girder web. The growth of crack in the girder web was modelled with a finite element-based program FRANC2D [3]. A different program, CASCA (Fig. 3) was used to create the geometrical model of the analysed girder and for the finite element grid generation. Similarly to the researches reported in [7] and [8] the computation methodology was based on the method described in detail in [11].

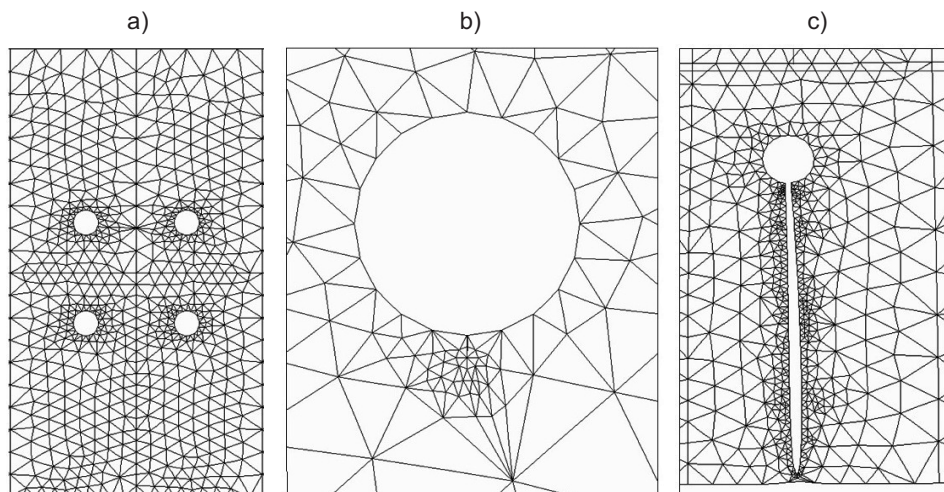


Fig. 3. Finite elements mesh of: a) the analyzed girder web in the mounting holes area, b) initiated crack, c) the deformed crack [7]

Rys. 3. Siatka elementów skończonych: a) analizowanego środniczka dźwigara w obrębie otworów montażowych, b) zainicjowanego pęknięcia, c) pęknięcia z uwzględnieniem deformacji [7]

Tworząc model obliczeniowy dźwigara przyjęto jego schemat statyczny w postaci belki swobodnie podpartej (Rys. 2), przy czym modelowano jedynie środniczka analizowanego kształtownika. Przyjęto obciążenie dźwigara siłą skupioną o wielkości 64,815 kN, co wywoływało w jego środniczku naprężenia normalne zbliżone do występujących w trakcie badań doświadczalnych w rzeczywistej belce przy obciążeniu o wielkości 320 kN [9], [10]. W modelu tym przyjęto jedno podparcie przegubowo-przesuwne (odebrany jeden stopień swobody) i jedno przegubowo-nieprzesuwne (odebrane dwa stopnie swobody) umiejscowione w osi obojętnej środniczka.

W modelu obliczeniowym dźwigara w programie FRANC2D pęknięcie zainicjowano na krawędzi dolnego otworu (Rys. 3) w postaci szczeliny o długości 2 mm przebiegającej w poprzek środniczka. W modelu wierzchołka szczeliny wykorzystano elementy skończone w postaci rozety, składającej się z ośmiu trójkątnych elementów skończonych, a w każdym z nich występowało po sześć węzłów [11]. Początkowa minimalna liczba elementów skończonych na długości pęknięcia wynosiła dwa. Obliczenia przeprowadzono przyjmując liniowo-sprężystą analizę przyrostową. Siatka elementów skończonych modelu dźwigara została wygenerowana automatycznie i składała się z ponad 5000 trójkątnych sześciowęzłowych izoparametrycznych elementów skończonych. Analizowany w tych badaniach wzrost pęknięcia podzielono na odcinki o długościach po 5 mm, które zrealizowano za pomocą programu FRANC2D (Rys. 3). Prowadząc propagację pęknięcia w środniczku dźwigara wykorzystano dostępną w tym programie opcję automatycznego wyboru kierunku wzrostu długości pęknięcia ϕ . Dzięki przyjętemu sposobowi modelowania można było uzyskać mapy

The static system assumed in the computational model is a simply supported beam (Fig. 2) and modelling was limited to the beam web only. The girder, as described above, is loaded with a concentrate load of 64.815 kN, generating in the web normal stresses similar to those generated in a real girder loaded with 320 kN [9], [10]. There are two supports in the model: one roller support (one degree of freedom fixed) and one hinge support (two degrees of freedom fixed) located on the neutral axis in web.

In the beam model of FRANC2D the crack was initiated at the lower hole edge (Fig. 3) in the form of a 2 mm long open line running across the web. The crack top was modelled as a rosette composed of eight (8 No.) six-node triangular finite elements [11]. Initially there were at least two finite elements on the crack length. The calculations were done through the adopted linear plastic incremental analysis. The FEM grid of the beam model was generated automatically and consisted of over 5000 six-node isoparametric finite elements. The analysed growth of crack was divided into 5 mm long sections generated by FRANC2D (Fig. 3). In the crack propagation analysis the crack growth direction ϕ was chosen by the program. The adopted modelling method allowed to obtain a strain and stress maps for each analysed crack growth.

The strength parameters of steel as assumed for the purpose computations were similar to steel grade S235JRG2 (St3S) described as linear material with the value of Young's modulus of $E = 210$ GPa and Poisson's ratio of $\nu = 0.3$. The Digital Correlation Technique, as described in detail in [2] was the only method used for computations in this research and the results obtained with this method were then compared with the results of obtained with the two other methods presented in [7] and [8].

odkształceń i naprężeń dla każdego analizowanego w badaniach przyrostu pęknięcia.

Do obliczeń przyjęto stal o parametrach wytrzymałościowych zbliżonych do gatunku S235JRG2 (St3S), opisując ją jako materiał liniowy o module Younga $E = 210$ GPa i współczynnika Poissona $\nu = 0,3$. Obliczenia zrealizowano jedynie przy użyciu metody DCT, opisanej szczegółowo w [2], natomiast uzyskane rezultaty porównano z wynikami otrzymanymi za pomocą dwóch pozostałych metod przedstawionych w [7] i [8].

4. ANALIZA WYNIKÓW NUMERYCZNYCH

Na Rys. 4 przedstawiono porównanie wartości współczynnika intensywności naprężeń K_I uzyskanych za pomocą trzech metod DCT, MCCIT [7] oraz całki J [8], określonych dla materiału o liniowej charakterystyce. Analizując otrzymane wartości współczynnika intensywności naprężeń K_I stwierdzono, że uzyskane wyniki są bardzo do siebie zbliżone. Jednocześnie forma przedstawionych wyników uniemożliwia przeprowadzenie dokładnej ich analizy. Dlatego też wydaje się, że bardziej prawidłowe jest przedstawienie błędów względnych wartości współczynnika intensywności naprężeń K_I uzyskanych przy użyciu trzech rozpatrywanych metod.

Fig. 4. Comparison of the stress intensity factor K_I values obtained with DCT, MCCIT and J -integral methods for stresses generated in a linear material

Rys. 4. Porównanie wartości współczynnika intensywności naprężeń K_I uzyskanych za pomocą trzech metod: DCT, MCCIT oraz całki J, określonych dla materiału o liniowej charakterystyce

Na Rys. 5 - 7 przedstawiono błędy względne wartości współczynnika intensywności naprężeń K_I uzyskanych metodą MCCIT [7] w porównaniu do wartości otrzymanych metodą DCT (Rys. 5) oraz do wartości uzyskanych z zastosowaniem całki J [8] w porównaniu do wartości otrzymanych metodą DCT (Rys. 6) i metodą MCCIT [7] (Rys. 7). Analizując wyniki zaprezentowane na Rys. 5 - 7 stwierdzono, że praktycznie w żadnym przypadku uzyskane wyniki błędów względnych nie przekraczają 2%. Uzyskane zatem niewielkie różnice wartości współczynnika intensywności naprężeń K_I , które uwzględnia się następnie w szczegółowych obliczeniach zmęczeniowych elementów konstrukcyjnych, nie będą w znaczący sposób zniekształcać wyników tychże analiz. Można zatem stwierdzić, że w przypadku materiału o liniowej charakterystyce

4. ANALYSIS OF NUMERICAL RESULTS

The values of the stress intensity factor K_I obtained with the three different methods, namely DCT, MCCIT [7] and J -integral method [8] for a linear material were compared and the results of this comparison are presented in Fig. 4. Thus, upon analysing the values K_I it can be concluded that the methods yielded very similar results. However, a detailed analysis of the results is not possible in this form of their presentation. Hence, it seems more appropriate to present the relative errors of the stress intensity factor K_I as obtained with the three methods in consideration.

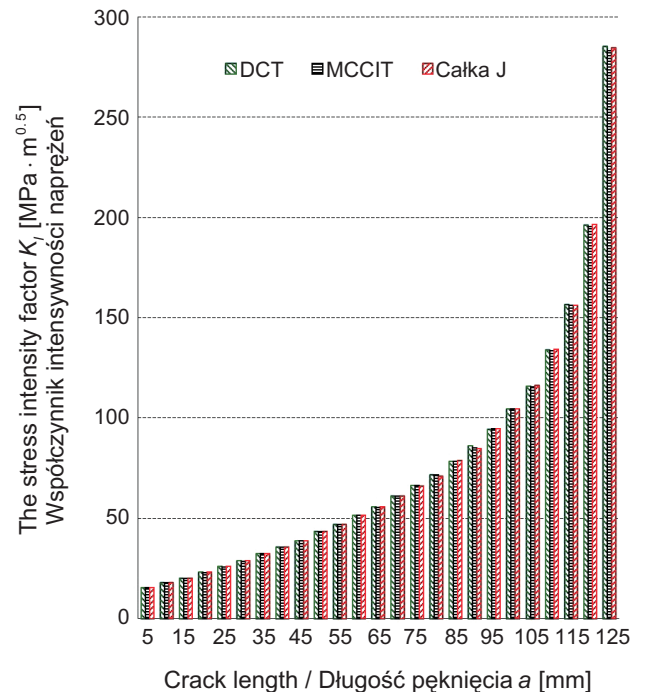


Fig. 5 - 7 present the relative errors of the K_I values obtained with MCCIT [7] in relation to the values obtained with DCT (Fig. 5) and the values obtained with J -integral methods compared to the values obtained with DCT (Fig. 6) and MCCIT [7] (Fig. 7) methods respectively. As it can be seen, the relative errors of the results presented in Fig. 5 - 7 are hardly ever greater than 2%. The differences in the K_I values, which will be subsequently used in detailed fatigue analyses of the structural components are so small that they should not have any significant effect on the outcome of these analyses. Therefore, the results, allow us to conclude that for a linear material the choice of computation method is not as important as appropriately created calculated model of the analysed structural member [3].

wyбір metody obliczeniowej nie ma tak istotnego znaczenia, jak prawidłowo zbudowany model obliczeniowy elementu konstrukcyjnego [3]. Wyniki zaprezentowane na Rys. 6 wykazały wyraźnie, że w zakresie stabilnego wzrostu szczeliny zmęczeniowej ($K < 60 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$) metody DCT i całki J dawały niemal identyczne rezultaty.

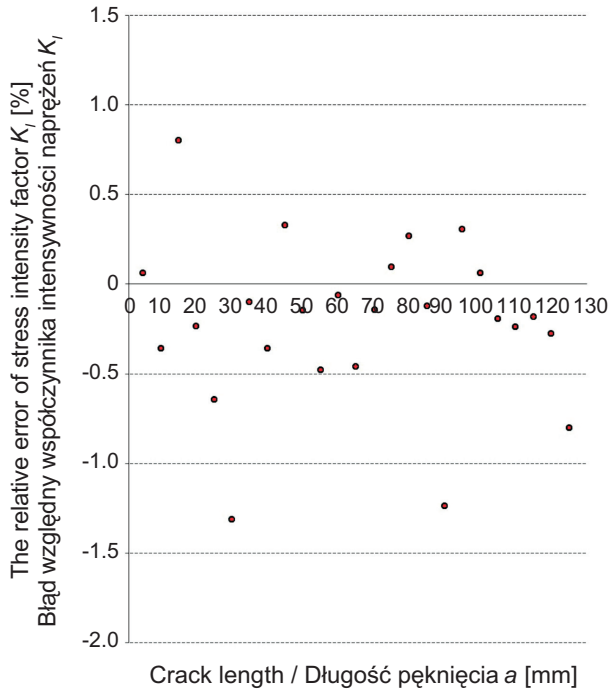


Fig. 5. The relative error of the stress intensity factor K_I values obtained with MCCIT and DCT methods respectively
Rys. 5. Błąd względny wartości współczynników intensywności naprężeń K_I uzyskanych metodami MCCIT i DCT

Funkcję obrazującą przebieg wartości współczynnika intensywności naprężeń K_I , uzyskaną przy zastosowaniu metody DCT, w zależności od wartości długości szczeliny zmęczeniowej a można opisać funkcją wykładniczą w postaci wyrażenia (3):

$$y = 14,501 \cdot e^{0,0209x} \quad (3)$$

Aby ocenić możliwość praktycznego zastosowania wyników uzyskanych z przeprowadzonych analiz numerycznych dotyczących propagacji pęknięć zmęczeniowych porównano je z wyniki otrzymanymi przez autorów w trakcie przeprowadzonych własnych badań laboratoryjnych dotyczących propagacji pęknięć zmęczeniowych w dźwigarach stalowych mostów wojskowych [9], [10]. W pracach

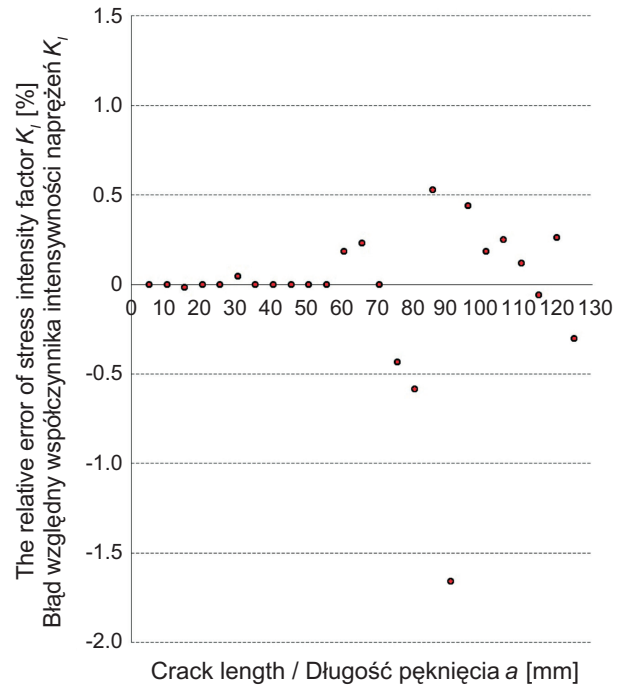


Fig. 6. The relative error of the stress intensity factor K_I values obtained with the J -integral and DCT methods
Rys. 6. Błąd względny wartości współczynników intensywności naprężeń K_I uzyskanych przy zastosowaniu całki J i metody DCT

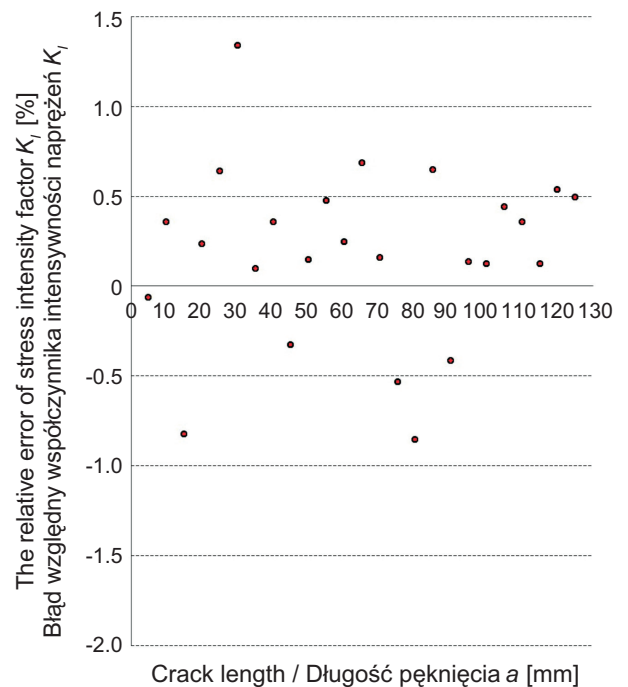


Fig. 7. The relative error of the stress intensity factor K_I values obtained with J -integral and MCCIT methods
Rys. 7. Błąd względny wartości współczynników intensywności naprężeń K_I uzyskanych przy zastosowaniu całki J i metody MCCIT

tych, po uwzględnieniu wykonanego nacięcia o długości 85 mm, pełniącego rolę koncentratora naprężeń, analizowano rozwój pęknięcia zmęczeniowego w przedziale długości $a = 86,95 \div 90,35$ mm. Aby otrzymać przyrost długości pęknięcia o wartości 3,40 mm wykonano 4000 cykli obciążeń, co dawało średnią prędkość propagacji pęknięcia równą $0,85 \times 10^{-3}$ mm/cykl.

W pracy [12] opisano wyniki badań, na podstawie których wyznaczono prędkości wzrostu pęknięcia dla próbek wykonanych ze stali St3S, gdy średnie wartości granicy plastyczności R_e i wytrzymałości doraźnej R_m wyniosły odpowiednio 298 MPa oraz 448 MPa. Przeprowadzona analiza statystyczna z zastosowaniem metody regresji pozwoliła na wyznaczenie krzywych $da/dN(\Delta K)$ dla badanego gatunku stali, zgodnie z równaniem Parisa (4) [1], uzyskując średnie wartości współczynników materiałowych z tego równania równe $m = 1,233$ oraz $C = 2 \times 10^{-6}$ [12] (dla $\log(\Delta K) > 1,45$):

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m. \quad (4)$$

Aby otrzymać wyrażenie na liczbę cykli obciążeń N potrzebną do wzrostu pęknięcia od długości początkowej szczeliny a_o do długości końcowej a_k , należy scałkować wyrażenie (4) do formy (5):

$$N = \int_{a_o}^{a_k} \frac{da}{C(\Delta K)^m}. \quad (5)$$

W przypadku stalowych dźwigarów głównych mostów wojskowych występują zazwyczaj cykle obciążeń zbliżone do obciążeń tętniących, tzn., że naprężenie w elementach konstrukcyjnych rośnie od wartości niemalże zerowej do wartości maksymalnej, a następnie maleje ponownie prawie do zera. Spowodowane jest to stosunkowo niewielkim ciężarem własnym konstrukcji elementu (przęsła stalowego) w porównaniu do przenoszonego obciążenia użytkowego. Można w tym przypadku, z pewnym przybliżeniem przyjąć, że zakres zmienności współczynnika intensywności naprężeń ΔK jest równoważny z wartością maksymalną współczynnika intensywności naprężeń K_I .

Wykorzystując do całkowania numerycznego metodę prostokątów, oraz zakładając przyrost długości szczeliny zmęczeniowej $\Delta a = 0,05$ mm, określono liczbę cykli obciążeń N potrzebną do wzrostu pęknięcia od długości początkowej szczeliny $a_o = 86,95$ mm do długości końcowej równej $a_k = 90,35$ mm. Przyjmując, że funkcja opisująca wartości współczynnika intensywności naprężeń K_I w zależności od wartości długości szczeliny zmęczeniowej a opisana

As it can be seen in Fig. 6 in the zone of stable growth of crack ($K < 60 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$) there is hardly any difference between the results of DCT and J -integral methods.

The relationship between the stress intensity factor K_I obtained with DCT method and the length of fatigue crack a is described with the following exponential function (3):

$$y = 14.501 \cdot e^{0.0209x}. \quad (3)$$

In order to assess the practical use of the results obtained as an outcome of numerical fatigue crack propagation analyses they were compared with the laboratory results of own research projects on fatigue crack propagation in steel girders of military bridges [9], [10]. The subject of research was the growth of fatigue crack in the range of length $a = 86.95 \div 90.35$ mm, this considering the pre-cut 85 mm long notch functioning as the stress concentrator. In order to obtain 3.40 mm growth of the crack length 4000 load cycles were applied, this giving average crack propagation rate of 0.85×10^{-3} mm/cycle.

Article [12] presents the experimental values used to calculate the crack growth rate for specimens made of St3S steel with the average yield point and ultimate tensile strength values of $R_e = 298$ MPa and $R_m = 448$ MPa respectively. The statistical regression analysis of [12] enabled to derive $da/dN(\Delta K)$ curves for the tested steel grade with the use of Paris equation (4) [1] from which the average values of material constants of $m = 1.233$ and $C = 2 \times 10^{-6}$ [12] (for $\log(\Delta K) > 1.45$) were obtained:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m. \quad (4)$$

The expression (4) is integrated to obtain the expression (5) for calculating the number of load cycles N upon which the crack length will have increased from the initial length of a_o do the final length of a_k :

$$N = \int_{a_o}^{a_k} \frac{da}{C(\Delta K)^m}. \quad (5)$$

In real life the main steel girders of military bridges are most often subjected to loading cycles similar to impulsive loads which generate in the structural members stresses increasing from a near zero level up to the maximum stress value to drop to the near zero level again. This is due to a relatively small dead weight of the structural member itself (steel span) as compared to the service load it is designed to carry. Thus, subject to some approximation, we can assume that the stress intensity factor range ΔK is almost equivalent to the maximum value of the stress intensity factor K_I .

jest równaniem (3), liczba N wyniosła 6400 cykli obciążeń. W tym przypadku obliczeniowa średnia prędkość propagacji pęknięcia wyniosła zatem $0,53 \times 10^{-3}$ mm/cykl.

Obliczeniowa średnia prędkość propagacji pęknięcia jest tego samego rzędu co prędkość uzyskana w trakcie badań laboratoryjnych zaprezentowanych w pracach [9] i [10]. Biorąc pod uwagę, że w obliczeniach wykorzystano stałe materiałowe C i m uzyskane bezpośrednio z badań laboratoryjnych opisanych w [12] należy stwierdzić, że uzyskane wyniki są zadawalające, tym bardziej, że w analizowanym dwuteowniku grubość środnika była mniejsza niż tzw. grubość minimalna zapewniająca rozwój pęknięcia w płaskim stanie odkształcenia [13], jak to było zachowane w przypadku badań laboratoryjnych mających na celu określenie stałych materiałowych C i m [12].

5. WNIOSKI

1. Ze względów ekonomicznych badania doświadczalne w zakresie obciążeń zmęczeniowych na obiektach mostowych są niezwykle trudne do zrealizowania. Z tego powodu, wydaje się, że inżynierom odpowiedzialnym za eksploatację tego typu obiektów pozostają przede wszystkim odpowiednio zweryfikowane metody numeryczne.
2. Określenie wartości zakresu zmienności współczynnika intensywności naprężeń ΔK jest niezwykle istotne, ponieważ na jego podstawie, wykorzystując m.in. np. równanie Parisa, można stosunkowo łatwo, znając liczbę cykli obciążeń, określić trwałość stalowego obiektu mostowego mającego pęknięcie zmęczeniowe o określonej długości [13].
3. Uwzględniając przedstawione w pracy wyniki analiz stwierdzono, że zastosowanie programu FRANC2D do wyznaczenia współczynnika intensywności naprężeń K w zastosowaniach stricte inżynierskich jest praktyczne i powinno być stosowane w analizach rozwoju istniejących pęknięć zmęczeniowych w rzeczywistych obiektach mostowych.
4. Ocena trwałości zmęczeniowej stalowych mostów wjskowych prowadzona na podstawie np. wzoru Parisa (4), opartego na wielkości zakresu zmienności współczynnika intensywności naprężeń ΔK_I , lub zakresu zmienności ekwiwalentnego współczynnika intensywności naprężeń ΔK_{eq} , jest mało pracochłonna, a jednocześnie daje satysfakcjonujące wyniki obliczeń dla celów praktyki inżynierskiej, co autorzy zaprezentowali także m.in. w [14 - 15].

The number of cycles N needed to increase the crack length from the initial value of $a_o = 86.95$ mm to the final value of $a_k = 90.35$ mm was obtained through numerical integration using midpoint rule for the adopted crack length increase range of $\Delta a = 0.05$ mm. Taking equation (3) to represent the relationship between K_I value and fatigue crack length a yields the number of cycles N of 6400. In this case the calculated average crack growth rate is 0.53×10^{-3} mm/cycle.

The calculated average crack growth rate is of the same order of magnitude as the laboratory values obtained in the research presented in [9] and [10]. Bearing in mind that the values of material constants C and m used in the calculations were the raw values of experimental research described in [12] we may consider the obtained results satisfactory, especially that the thickness of web of the analysed girder was less than the so-called minimum thickness for crack propagation in the in-plane strain state [13] which was observed during experimental determination of the material constants C and m [12].

5. CONCLUSIONS

1. Carrying out real-life fatigue tests on steel bridges is a most difficult task for economic reasons. Thus, appropriately validated numerical methods seems to be the first option for engineers responsible for service and maintenance of such structures.
2. It is of primary importance to determine the strength intensity factor range ΔK since knowing its value and the number of load application cycles it is quite easy to calculate, for example with the Paris equation, the residual life of a bridge in which a fatigue crack of a known length has developed [13].
3. The results of analyses presented in this research report allow to consider FRANC2D program a practical tool for determination of the stress intensity factor K in strict engineering applications and, as such, it may be recommended as a tool for analysing the development of existing fatigue cracks in real-life bridges.
4. The methods for predicting the residual life of steel military bridges through computations with for example the Paris equation (4) based on the stress intensity factor range ΔK_I or the equivalent stress intensity factor range ΔK_{eq} do not require intensive work and still give satisfactory results which can be used with good results in practical engineering, as it has been demonstrated in the reports from own research projects reported in [14 - 15].

5. Wiarygodność wyników otrzymanych z przeprowadzonych obliczeń wzrasta wraz ze zwiększeniem liczby rozpatrywanych modeli obliczeniowych służących do określania wartości współczynnika intensywności naprężeń K_I .

INFORMACJE DODATKOWE

Prezentowane wyniki badań, zrealizowane w ramach tematu Nr 18/WZ/011/DzS, zostały sfinansowane ze środków własnych Wyższej Szkoły Oficerskiej Wojsk Lądowych we Wrocławiu.

BIBLIOGRAFIA / REFERENCES

- [1] *Nemitz A.*: Mechanika pękania. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1998
- [2] *Ingraffea A.R., Wawrzynek P.A.*: Finite Element Methods for Linear Elastic Fracture Mechanics. Chapter 3.1 in Comprehensive Structural Integrity, R. de Borst and H. Mang (eds). Elsevier Science Ltd., Oxford, England, 2003,
http://www.cfg.cornell.edu/education/Ingraffea_Comprehensive%20Structural%20Integrity_02/Section%203.pdf
http://www.cfg.cornell.edu/education/Ingraffea_Comprehensive%20Structural%20Integrity_02/Section%203_Figures_Captions.pdf, available online 26.06.2012
- [3] *Wawrzynek P., Ingraffea A.*: FRANC2D. A Two Dimensional Crack Propagation Simulator. User's Guide. Version 3.1,
http://www.cfg.cornell.edu/software/software_documentation.htm, available online 26.06.2012
- [4] *Chan S.K., Tuba I.S., Wilson W.K.*: On the Finite Element Method in Linear Fracture Mechanics. Engineering Fracture Mechanic, **2**, 1, 1970, 1-17
- [5] *Shih C.F., Delorenzi H.G., German M.D.*: Crack Extension Modeling with Singular Quadratic Isoparametric Elements. International Journal of Fracture, **12**, 4, 1976, 647-651
- [6] *Tracey D.M.*: Discussion of "On the Use of Isoparametric Finite Elements in Linear Fracture Mechanics" by R.S. Barsoum. International Journal for Numerical Methods in Engineering, **11**, 2, 1977, 401-402
- [7] *Duchaczek A., Mańko Z.*: Ocena bezpośredniej metody określania wartości współczynnika intensywności naprężeń. Zeszyty Naukowe WSOWL, **165**, 3, 2012, 336-346
- [8] *Duchaczek A., Mańko Z.*: Analiza rozwoju pęknięć zmęczeniowych w dźwigarach mostów stalowych przy zastosowaniu właściwości całki J . Czasopismo Inżynierii Lądowej, Środowiska i Architektury, **61**, 1, 2014
- [9] *Mańko Z., Duchaczek A.*: Badania niskocyklowe dwuteowników stalowych wykorzystywanych do budowy mostów niskowodnych. Cz. 1. Zeszyty Naukowe WSOWL, **142**, 4, 2006, 54-65
- [10] *Duchaczek A., Mańko Z.*: Badania zmęczeniowe dźwigarów stalowych stosowanych w niskowodnych mostach wojskowych. Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej / Politechnika Poznańska, **5**, 2009, 83-98
- [11] *Rozumek D.*: Mieszane sposoby pęknięcia zmęczeniowego materiałów konstrukcyjnych. Politechnika Opolska, 2009,
http://www.dbc.wroc.pl/Content/3704/sm241_1_popraw.pdf, dostępny online 01.05.2011
- [12] *Kumańska E., Kossakowski P.*: Podkrytyczny wzrost pęknięcia zmęczeniowego stali St3S oraz stuletniej stali mostowej. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Budownictwo i Inżynieria Środowiska, **58**, 3/II, 365-372
- [13] *German J.*: Podstawy mechaniki pękania. Politechnika Krakowska, 2011,
http://limba.wil.pk.edu.pl/~jg/wyklady_peknie/Podrecznik%20akademicki%202011/Fracture%20JG.pdf, dostępny online 02.05.2012
- [14] *Duchaczek A., Mańko Z.*: Ocena trwałości eksploatacyjnej dźwigarów stalowych mostów niskowodnych. IV Ogólnopolska Konferencja Mostowców „Konstrukcja i Wyposażenie Mostów”, Wisła, 12-14 października 2005, 53-62
- [15] *Duchaczek A., Mańko Z.*: Zastosowanie metod numerycznych do oceny trwałości eksploatacyjnej dźwigarów stalowych w mostach wojskowych. Górnictwo Odkrywkowe, **49/2**, 4-5, 2008, 55-61

ACKNOWLEDGEMENT

This report has been prepared as part of the research project 18/WZ/011/DzS financed from the own means of the Land Forces Military Academy of Wrocław, Poland.