



TOMASZ LIPECKI¹⁾
 JAROSŁAW BĘC²⁾
 ANDRZEJ FLAGA³⁾
 GRZEGORZ BOSAK⁴⁾

AERODYNAMIC ANALYSIS OF A SINUSOIDAL FOOTBRIDGE FOR PEDESTRIAN AND BICYCLE TRAFFIC

ANALIZA AERODYNAMICZNA MOSTU PIESZO-ROWEROWEGO O KSZTAŁCIE SINUSOIDALNYM

STRESZCZENIE. W pracy przedstawiono wyniki analizy aerodynamicznej mostu „Kazimierz-Ludwinów” w Krakowie przeznaczonego dla ruchu pieszych i rowerów. W obliczeniach konstrukcji wykorzystano opracowany przez autorów model dynamicznego oddziaływania wiatru oparty na teorii quasi-ustalonej. Jako podstawę obliczeń przyjęto dane uzyskane w badaniach modelowych mostu wykonanych w tunelu aerodynamicznym. W wyniku pomiarów uzyskano wartości współczynników aerodynamicznych: siły oporu C_x , siły unoszenia C_y oraz momentu aerodynamicznego C_m w odniesieniu do trzech segmentów mostu, w zależności od kąta napływu strugi powietrza w zakresie od -10° do $+10^\circ$. Prezentowana w niniejszej pracy analiza aerodynamiczna obejmuje badania modelowe, wyznaczenie charakterystyk dynamicznych oraz obliczenie odpowiedzi mostu na dynamiczne oddziaływanie wiatru.

SŁOWA KLUCZOWE: analiza dynamiczna, most dla pieszych, oddziaływanie wiatru, teoria quasi-ustalona.

ABSTRACT. Computer aerodynamic analysis of the bridge “Kazimierz-Ludwinów” located in Cracow, designed for pedestrians and bicycles traffic is presented in the paper. Authors’ own model of the dynamic wind action based on the quasi-steady theory has been applied. The data, obtained in model studies performed in a wind tunnel, have been assumed as the basis for calculation. The following aerodynamic coefficients have been measured: aerodynamic drag C_x , aerodynamic lift C_y , and aerodynamic moment C_m for three sections of the bridge as the functions of the wind attack angle in the range from -10° to $+10^\circ$. The aerodynamic analysis presented in the paper includes: wind tunnel tests, determination of dynamic characteristics and calculation of the response of the bridge subjected to the dynamic wind action.

KEYWORDS: dynamic analysis, footbridge, quasi-steady theory, wind action.

DOI: 10.7409/rabdim.013.021

¹⁾ Wydział Budownictwa i Architektury Politechniki Lubelskiej; t.lipecki@pollub.pl (✉)

²⁾ Wydział Budownictwa i Architektury Politechniki Lubelskiej; j.bec@pollub.pl

³⁾ Wydział Inżynierii Lądowej Politechniki Krakowskiej; liwpk@windlab.pl

⁴⁾ Wydział Inżynierii Lądowej Politechniki Krakowskiej; gbosak@interia.pl

1. KONSTRUKCJA MOSTU DLA PIESZYCH

Most został zaprojektowany z przeznaczeniem dla ruchu pieszych i rowerów, jako konstrukcja jednoprzęsłowa, składająca się z trzech połączonych ze sobą stalowych części składowych:

1. Dwóch zewnętrznych, łukowych dźwigarów głównych o przekrojach skrzynkowych i o małej wyniosłości (1/29), zamocowanych w masywnych żelbetowych podporach. Przekrój poprzeczny dźwigarów ma stałą szerokość równą 4,0 m i zmienną wzdłuż długości kładki wysokość od 0,714 m do 4,47 m. Oba dźwigary przeznaczone są dla ruchu pieszych i rowerowego.
2. Wewnętrznego pomostu o kształcie sinusoidy i przekroju skrzynkowym. Przekrój poprzeczny pomostu ma stałą szerokość równą 3,3 m i zmienną wzdłuż długości kładki wysokość od 0,3 m do 1,344 m. Pomost jest przeznaczony dla ruchu pieszych.

Połączenie pomiędzy pomostem, a dźwigarami stanowią stalowe słupki i wieszaki. Rozpiętość teoretyczna przęsła mostu wynosi 129,52 m, całkowita szerokość 13,60 m, zaś wysokość – 15,80 m. Widok aksonometryczny konstrukcji przedstawiono na Rys. 1a. Przekroje poprzeczne pomostów zmieniają się wzdłuż osi podłużnej mostu. W konstrukcji wyróżniono 42 charakterystyczne przekroje, których rozmieszczenie przedstawiono na Rys. 1b, zaś kilka przykładów przekrojów pokazano na Rys. 1c.

2. BADANIA MODELOWE W TUNELU AERODYNAMICZNYM

Przykładowe wyniki dotyczące pomiarów i obliczeń aerodynamicznych przedstawiono w [1 - 3]. Na podstawie wstępnej analizy warunków atmosferycznych w planowanym miejscu lokalizacji mostu przyjęto następujące dane:

- most znajduje się w strefie wiatrowej I, w której ciśnienie charakterystyczne wiatru wynosi $q_k = 0,30$ kPa, przy charakterystycznej prędkości wiatru $v_k = 22$ m/s,
- chropowatość terenu odpowiada kategorii B według Polskiej Normy [4] lub kategorii III według Eurokodu [5].

Wszystkie pomiary wykonane zostały w tunelu aerodynamicznym z warstwą przyścienną Laboratorium Inżynierii Wiatrowej Politechniki Krakowskiej. Wykonano pomiary prędkości wiatru, pomiary przebiegów czasowych

1. STRUCTURAL DETAILS OF THE DESIGNED FOOTBRIDGE

The bridge was designed to carry both pedestrian and cycle traffic. It is a single-span structure consisting of three elements made of steel, namely:

1. Two external low rise arch box girders (rise-to-span ratio 1:29), on solid reinforced-concrete piers. The girders have a constant width of 4.0 m and the height varying in the range 0.714 m - 4.47 m along the bridge length. Both girders are designed to carry both pedestrian and cycle traffic.
2. Sinusoidal-shape inner deck of box cross-section. The deck has a constant width of 3.3 m and height varying in the range 0.3 m - 1.344 m along the deck length. The deck is designed to carry pedestrian traffic only.

The deck and girders are connected by steel posts and hangers. The bridge has the effective design span of 129.52 m, overall width of 13.60 m and height of 15.80 m. The axonometric view of the structure is presented in Fig. 1a. The cross-sections of the deck changes along the bridge length. The total number of 42 typical cross-sections have been identified and their location is shown in Fig. 1b. A few examples are presented in Fig. 1c.

2. WIND TUNNEL MODEL TESTING

Some examples of the wind tunnel measurements and calculations are presented in publications [1 - 3]. The following data are assumed as relevant to the bridge location based on a preliminary analysis of the local weather conditions:

- the bridge is located in wind zone I with wind pressure of $q_k = 0.30$ kPa and mean wind speed of $v_k = 22$ m/s,
- the area classifies as terrain roughness category B according to the Polish Standard [4] or to category III according to Eurocode [5].

All the measurements were performed in a boundary layer wind tunnel at the Wind Engineering Laboratory of the Cracow University of Technology, Poland. The tests included: measuring of wind speed values, determination of the time dependent pressures in the region of undisturbed flow before the model and on the surfaces of the tested models and measuring of aerodynamic forces: drag, lift and moment acting on the sectional model of the bridge span.

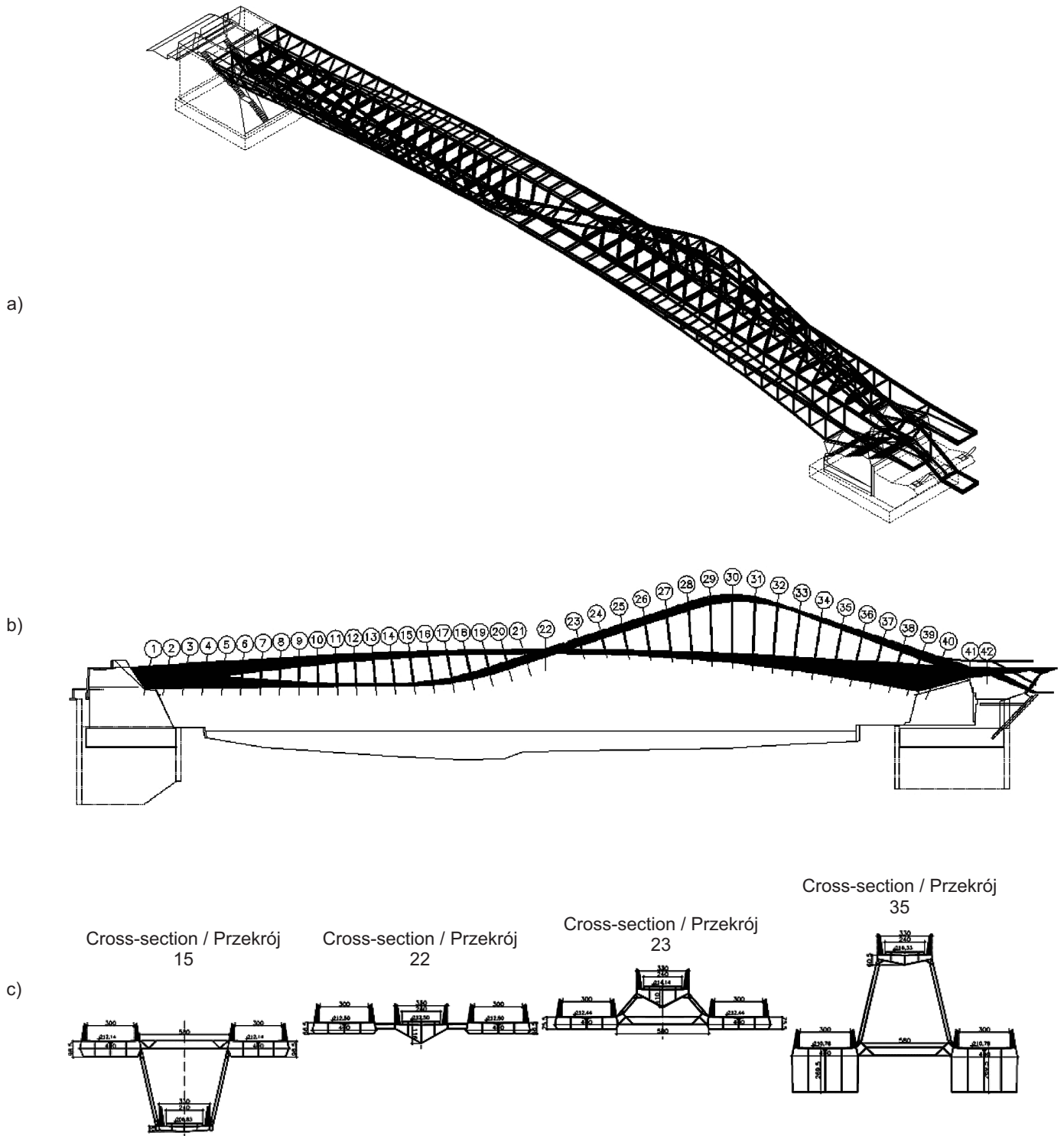


Fig. 1. The geometry of the footbridge: a) axonometric view, b) side view with depicted characteristic cross-sections, c) exemplary cross-sections

Rys. 1. Geometria mostu: a) widok aksonometryczny, b) widok z boku z zaznaczonymi charakterystycznymi przekrojami, c) przykładowe przekroje poprzeczne

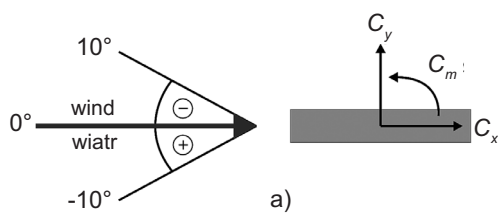
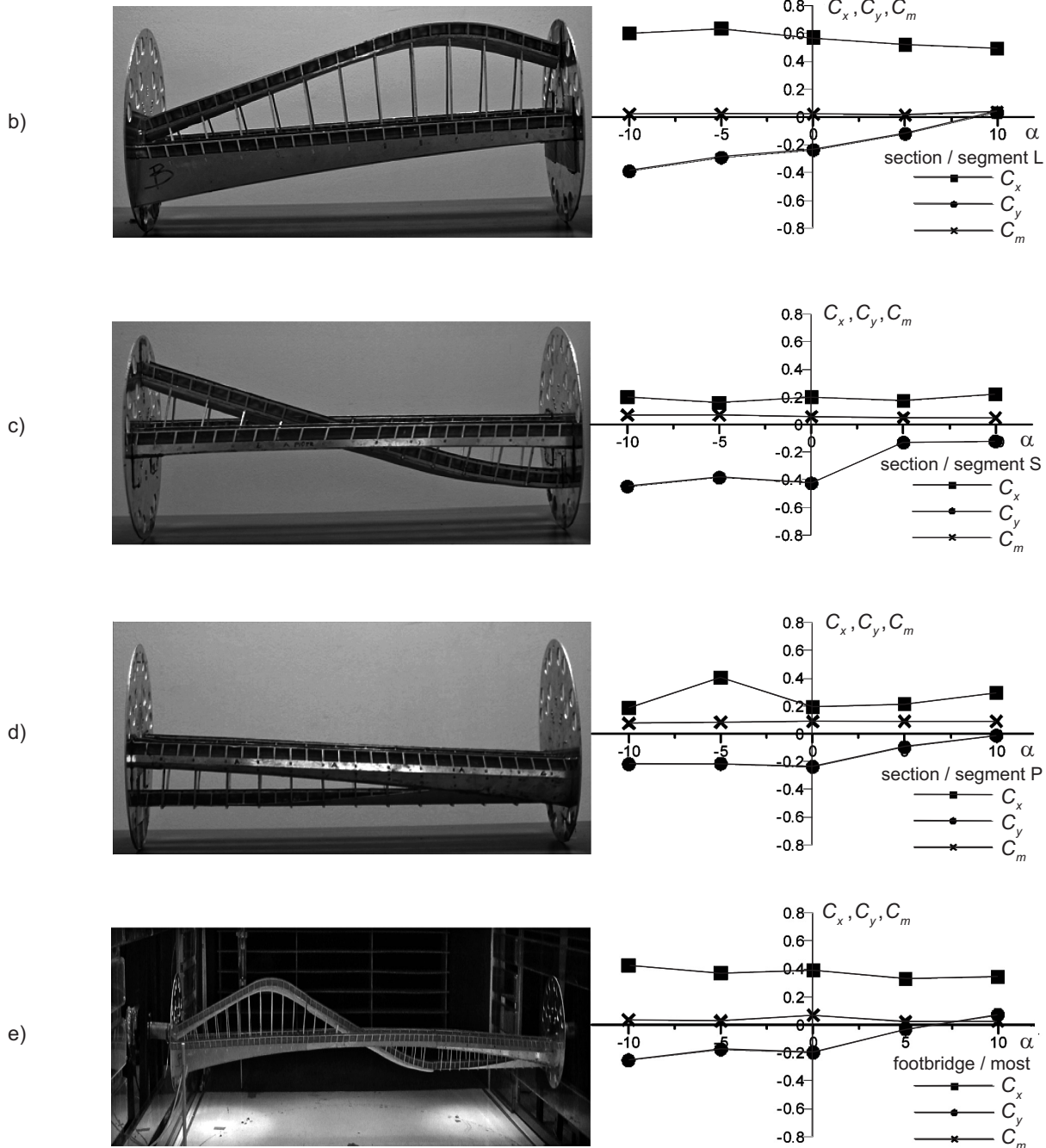


Fig. 2. Wind tunnel tests: a) the system of aerodynamic coefficients and the determination of the angle of wind attack, b) - e) section models and the entire model of the footbridge and corresponding functions of aerodynamic coefficients as a function of the angle of wind attack, for respectively: b) section L, c) section S, d) section P, e) entire footbridge

Rys. 2. Badania w tunelu aerodynamicznym: a) przyjęty w badaniach układ współczynników aerodynamicznych oraz sposób określenia kąta napływu wiatru, b) - e) modele segmentów i całego mostu oraz odpowiadające im funkcje współczynników aerodynamicznych w funkcji kąta natarcia wiatru dla: b) segmentu L, c) segmentu S, d) segmentu P, e) całego mostu



ciśnienia prędkości wiatru w obszarze strumienia niezaburzonego przed modelem oraz na powierzchni badanych modeli, pomiary siły sił aerodynamicznych: oporu, siły nośnej oraz momentu, działających na model sekcyjny przeszła. Przyjęty w pomiarach układ współczynników aerodynamicznych oraz sposób oznaczenia kątów napływu wiatru przedstawiono na rys. 2a.

Model do badań aerodynamicznych został wykonany w skali 1:60. W związku ze zmieniającą się wzdłuż długości geometrią konstrukcji, do badań przygotowano trzy segmenty o jednakowej rozpiętości 70 cm i szerokości 22,5 cm: segment L (lewy) – od strony Kazimierza, segment S (środkowy) – środkowa część przeszła, segment P (prawy) – od strony Ludwinowa. Segmenty po połączeniu stanowiły model sztywny całego mostu o długości 210 cm. Modele wykorzystane w badaniach, umieszczone w przestrzeni pomiarowej tunelu, przedstawiono na Rys. 2b-e.

Celem badań modelowych przeszła mostu było wyznaczenie współczynników aerodynamicznych C_x , C_y i C_m w odniesieniu do trzech segmentów oraz całego przeszła mostu w zależności od kąta napływu wiatru. Badania wykonano w zakresie zmiany kąta od -10° do $+10^\circ$, co 5° . Warstwa przyziemia była symulowana przez zastosowanie odpowiedniego układu barier, iglic i klocków w przestrzeni tunelu przed modelem mostu. W wyniku tego otrzymano charakterystykę warstwy przyziemnej odpowiadającą terenowi typu B. Badania prowadzono przy intensywności turbulencji równej 25%. Wartości współczynników aerodynamicznych obliczono z następujących wzorów:

$$C_x = \frac{\bar{F}_x}{q_{ref} \cdot D \cdot L}, \quad C_y = \frac{\bar{F}_y}{q_{ref} \cdot D \cdot L}, \quad C_m = \frac{\bar{M}_z}{q_{ref} \cdot D^2 \cdot L}, \quad (1)$$

gdzie:

- q_{ref} – ciśnienie referencyjne, czyli średnia wartość ciśnienia dynamicznego wiatru w niezaburzonym przepływie w określonym punkcie przed modelem, [Pa],
- D – wymiar charakterystyczny konstrukcji (w badaniach przyjęto przybliżoną szerokość pomostu modelu równą 0,225 m),
- L – długość segmentu modelu równa 0,7 m lub długość modelu całego przeszła równa 2,1 m,
- \bar{F}_x, \bar{F}_y – średnia wartość składowej siły aerodynamicznej działającej na przeszła, odpowiednio w kierunku przepływu (oś x) i w kierunku prostopadłym do przepływu (pionowa oś y), [N],

The assumed in the tests aerodynamic coefficients and the system of designation of the angles of the wind attack are presented in Fig. 2a.

A 1:60 scale model was built for the testing. Taking into account the variation in shape along longitudinal direction the bridge model was divided into the following three sections having equal span of 70 cm and equal width of 22.5 cm: section L – representing the left-hand part leading to the town of Kazimierz, section S representing the central part and section P representing the right-hand part leading to Ludwinów (district of Kraków). When combined together these sections form a 210 cm long rigid model of the analysed bridge. The tested models, which were placed in the test section of the wind tunnel, are presented in Figs. 2b-e.

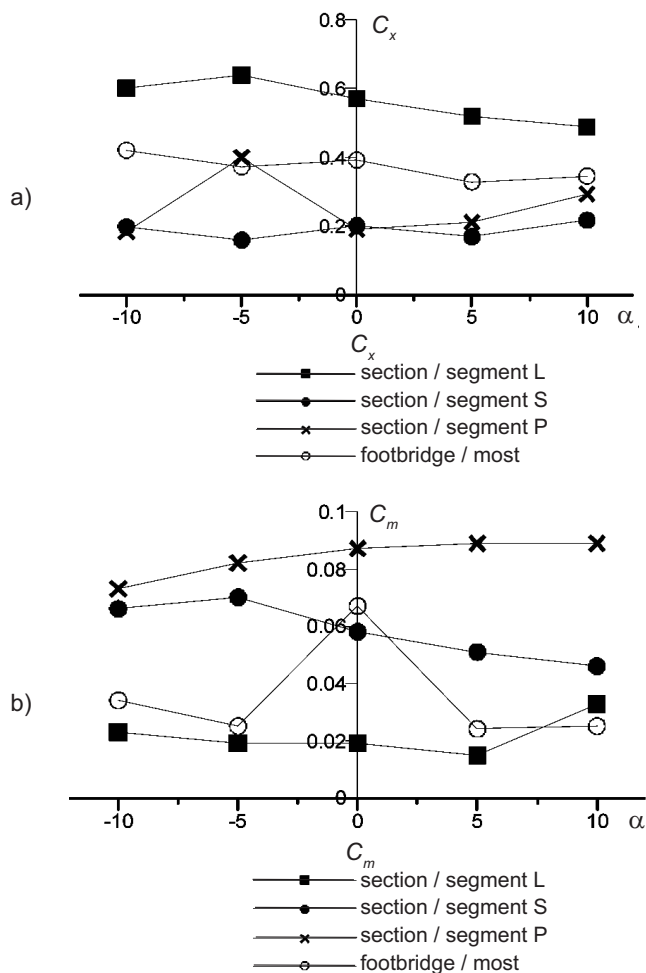
The purpose of testing was to determine the values of aerodynamic coefficients C_x , C_y and C_m for the three respective sections and for the whole bridge span depending on the angle of the wind attack, which was changed in the range -10° to $+10^\circ$ at 5° increments. The boundary layer was simulated by an appropriate arrangement of barriers, spires and blocks placed in the tunnel before the bridge model. As a result category B of the terrain was assumed. The tests were carried out at 25% turbulence intensity. The values of aerodynamic coefficients were calculated from the following equations:

where:

- q_{ref} – reference pressure, i.e. mean value of dynamic pressure of inflowing air in the undisturbed flow at a specified point before the model, [Pa],
- D – representative structure dimension (the approximated deck width of 0.225 m was assumed for the purpose of this research),
- L – section or span length of 0.7 m and 2.1 m respectively,
- \bar{F}_x, \bar{F}_y – mean value of the aerodynamic force components acting on the span, in the longitudinal (x axis) and transverse directions (vertical y axis) relative to the airflow direction, [N],

\bar{M}_z – średnia wartość momentu aerodynamicznego działającego na przeszło względem osi z pokrywającej się z osią przeszłą, [Nm].

Dla modeli sekcyjnych poszczególnych segmentów i całego przeszła określono funkcje współczynników aerodynamicznych w zależności od średniego kąta napływu powietrza $\bar{\alpha}$. Na Rys. 2b-e zestawiono współczynniki aerodynamiczne dla kolejnych sekcji mostu (L, S, P) i całego mostu. Porównanie współczynników aerodynamicznych w odniesieniu do poszczególnych segmentów oraz współczynniki odnoszące się do całego przeszła (mostu) przedstawiono na Rys. 3.



Otrzymane wyniki badań, zestawione w postaci funkcji współczynników aerodynamicznych zależnych od kąta natarcia wiatru w przypadku trzech sekcji mostu, zostały wykorzystane w obliczeniach aerodynamicznych uwzględniających bezpieczeństwo konstrukcji i kryteria komfortu wibracyjnego pieszych w warunkach wiejącego wiatru.

\bar{M}_z – mean value of aerodynamic moment acting on the span in relation to the axis z coinciding with the span axis, [Nm].

Functions relating the values of aerodynamic coefficients to the mean angle of the wind attack $\bar{\alpha}$ were defined for the sectional models of the respective sections and for the whole span. The values defined for the respective sections (L, S, P) and for the whole bridge are given in Fig. 2b-e. Figure 3 provides a comparison of the aerodynamic coefficients defined for the respective sections and for the bridge as a whole.

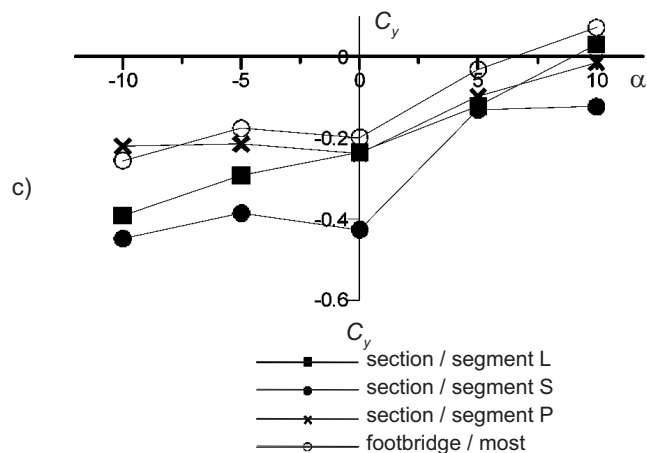


Fig. 3. The comparison of aerodynamic coefficients C_x , C_y , C_m obtained for particular sections and for entire span of footbridge

Rys. 3. Zestawienie współczynników aerodynamicznych C_x , C_y , C_m poszczególnych segmentów i całego przeszła mostu

The results, summarized in a form of functions relating the aerodynamic coefficients to the angle of the wind attack for the three bridge sections, were used in the aerodynamic calculations allowing for the structural safety and comfort criteria of pedestrians due to wind-driven vibrations.

3. NUMERYCZNA ANALIZA AERODYNAMICZNA

3.1. MODEL MES KONSTRUKCJI

Modelowanie wykonano za pomocą systemu metody elementów skończonych – ALGOR. Podczas tworzenia modelu konstrukcji wykorzystano elementy ramowe z biblioteki elementów skończonych ALGOR-a. W modelu komputerowym odwzorowano główne elementy konstrukcji: dwa dźwigary łukowe zewnętrzne, pomost wewnętrzny, wieszaki i słupki, rygle łączące dźwigary zewnętrzne oraz elementy usztywniające pomost wewnętrzny. Po analizie kilku wariantów, do obliczeń wybrano model przedstawiony w przekroju na Rys. 4, w którym modelem pomostu stalowego w kształcie sinusoidy są dwa pręty o osiach zakrzywionych w pionie, usytuowanych na mimośrodkach i przechodzących przez punkty przecięcia osi wieszaków z poziomymi osiami środkowymi przekrojów pomostu. Wielkości mimośrodków przyjęto na podstawie rysunków architektonicznych jako odległości środków ciężkości poszczególnych przekrojów poprzecznych pomostu od węzłów modelu MES. W obu prętach przyjęto połowę wartości charakterystyk geometrycznych przekrojów pomostu. Modelem dźwigarów łukowych są pręty o osiach zakrzywionych w pionie i usytuowanych na mimośrodku w punktach przecięcia osi wieszaków z osiami rygli poprzecznych. Wielkości mimośrodków przyjęto na podstawie rysunków architektonicznych, podobnie jak w przypadku dźwigara środkowego. Modelem wieszaków są pręty przyzmatyczne. Pełny model składa się z 490 elementów prętowych połączonych w 338 węzłach. Przekroje końcowe dźwigarów łukowych są sztywno zamocowane. Zastosowano podparcie przegubowe obu prętów pomostu wewnętrznego i zwolniono odpowiednie obroty w połączeniu wieszaków (słupków) z ryglami, uwzględniając projektowane połączenie.

3. NUMERICAL AERODYNAMIC ANALYSIS

3.1. FINITE ELEMENT METHOD (FEM) MODEL OF THE ANALYSED STRUCTURE

The model was created with the finite element analysis software package ALGOR. In creation of structural model the beam elements from the ALGOR library of finite elements were used. The numerical model represents the following main components of the structure: the two external low rise arch girders, inner deck, hangers and posts, cross-beams connecting the external girders and deck stiffeners of inner deck. A few variants were analysed to finally choose the model whose cross-section is presented in Fig. 4, in which the model of the sine curved deck is created by eccentrically located and vertically curved axes running through the intersection points of the hangers and the horizontal axes of the deck cross-sections. The eccentricities were determined on the basis of the available architectural drawings as equivalent to the distances between the centroids of the respective deck cross-sections and FEM nodes. In both bars halves of the geometric characteristics of deck's cross-sections were adopted. The arch girders were modelled as bars with vertically curved axes located eccentrically at the points of intersection between the axes of hangers and the cross-beams. The eccentricities were assumed on the basis of the available architectural drawings similarly to the middle girder. The hangers were modelled as prismatic bars. The complete model comprises of 490 beam elements connected at 338 nodes. The end sections of the arch girders are rigidly fixed. With the pin-supported two bars of the inner deck the appropriate rotational degrees of freedom were released at the joints between hangers (posts) and cross-beams, taking into account the designed connection.

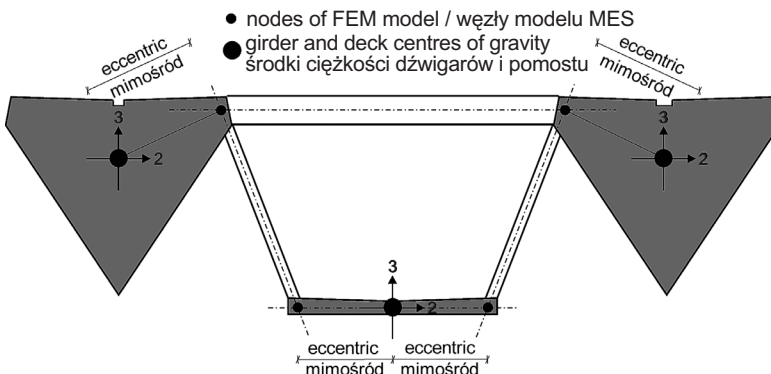


Fig. 4. Application of FEM nodes in any cross-section of the footbridge

Rys. 4. Sposób przyjęcia węzłów MES w dowolnym przekroju poprzecznym

3.2. ANALIZA MODALNA

Przed przystąpieniem do obliczeń dynamicznych konstrukcji niezbędne było wykonanie analizy modalnej. Na Rys. 5 pokazano trzy pierwsze postaci drgań własnych w widokach z boku i z góry oraz w widoku aksonometrycznym, zaś w Tabelicy 1 przedstawiono opis dziesięciu pierwszych postaci drgań. Na podstawie analizy modalnej można wyciągnąć następujące wnioski, wpływające na analizę dynamiczną oddziaływania wiatru:

1. Tylko dwie częstotliwości drgań własnych ($f_1=1,159$ Hz i $f_2=1,205$ Hz) przyjmują wartości niższe niż 2 Hz. Z uwagi na charakter oddziaływania wiatru, tylko postaci odpowiadające tym częstotliwościom mogą zostać znacząco wzbudzone przez wiatr. Kolejne częstotliwości dość znacznie od nich odbiegają.
2. Może zaistnieć niebezpieczeństwo wzbudzenia drgań rezonansowych poziomych przez przechodniów (pierwsza postać drgań ma charakter giętny, poziomy), jak i wzbudzenia drgań rezonansowych w kierunku pionowym przy wyższych częstotliwościach.

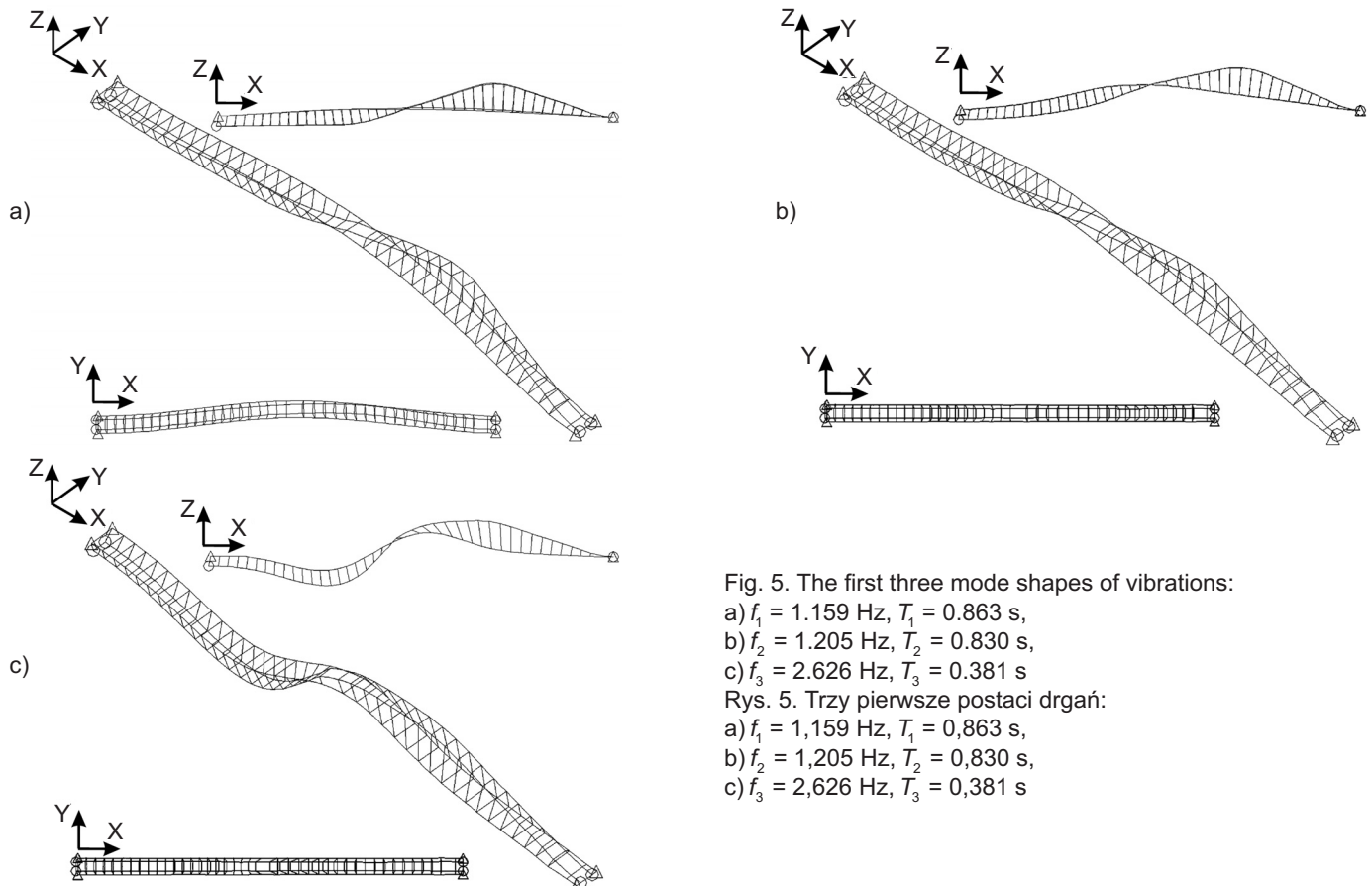


Fig. 5. The first three mode shapes of vibrations:

- a) $f_1 = 1.159$ Hz, $T_1 = 0.863$ s,
 b) $f_2 = 1.205$ Hz, $T_2 = 0.830$ s,
 c) $f_3 = 2.626$ Hz, $T_3 = 0.381$ s

Rys. 5. Trzy pierwsze postaci drgań:

- a) $f_1 = 1,159$ Hz, $T_1 = 0,863$ s,
 b) $f_2 = 1,205$ Hz, $T_2 = 0,830$ s,
 c) $f_3 = 2,626$ Hz, $T_3 = 0,381$ s

Table 1. Footbridge dynamic characteristics
 Tablica 1. Charakterystyki dynamiczne kładki

Lp.	f [Hz]	T [s]	Description / Opis	Lp.	f [Hz]	T [s]	Description / Opis
1	1.159	0.863	Horizontal, flexural / Pozioma, giętna	6	3.363	0.297	Torsional / Skrętna
2	1.205	0.830	Vertical, flexural / Pionowa, giętna	7	4.447	0.225	Vertical, flexural / Pionowa, giętna
3	2.626	0.381	Vertical, flexural / Pionowa, giętna	8	4.515	0.222	Torsional / Skrętna
4	2.676	0.374	Torsional / Skrętna	9	5.460	0.183	Horizontal, flexural / Pozioma, giętna
5	2.962	0.338	Vertical, flexural / Pionowa, giętna	10	6.187	0.162	Torsional / Skrętna

4. MODEL DYNAMICZNEGO ODDZIAŁYWANIA WIATRU

4.1. WPROWADZENIE

Przy obliczeniach aerodynamicznych zastosowano następującą procedurę:

1. Wygenerowano zmienne w czasie przestrzenne pole wiatru.
2. Zgodnie z teorią quasi-ustaloną [6 - 8] przyjęto trzy zmienne czasowo siły aerodynamiczne działające na „superwęzły” / węzły modelu konstrukcji, wykorzystując przy tym pole wiatru oraz współczynniki aerodynamiczne uzyskane z badań w tunelu aerodynamicznym.
3. Uzyskane obciążenia przyłożono jako siły skupione do węzłów modelu MES konstrukcji.

Algorytm przyjętego w obliczeniach modelu dynamicznego oddziaływania wiatru przedstawiono na Rys. 6.

4. DYNAMIC WIND ACTION MODEL

4.1. INTRODUCTION

The following procedure was used for aerodynamic computations:

1. A variable in time spatial wind field was generated.
2. In accordance with the quasi-steady theory [6 - 8] three time variable aerodynamic forces acting on “supernodes” / nodes of the structural model were assumed, using the wind field and aerodynamic coefficients obtained during the wind tunnel tests.
3. The obtained loads were applied as concentrated loads at the nodes of the structure's FEM model.

The algorithm of the dynamic wind action model applied for the calculations is shown in Fig. 6.

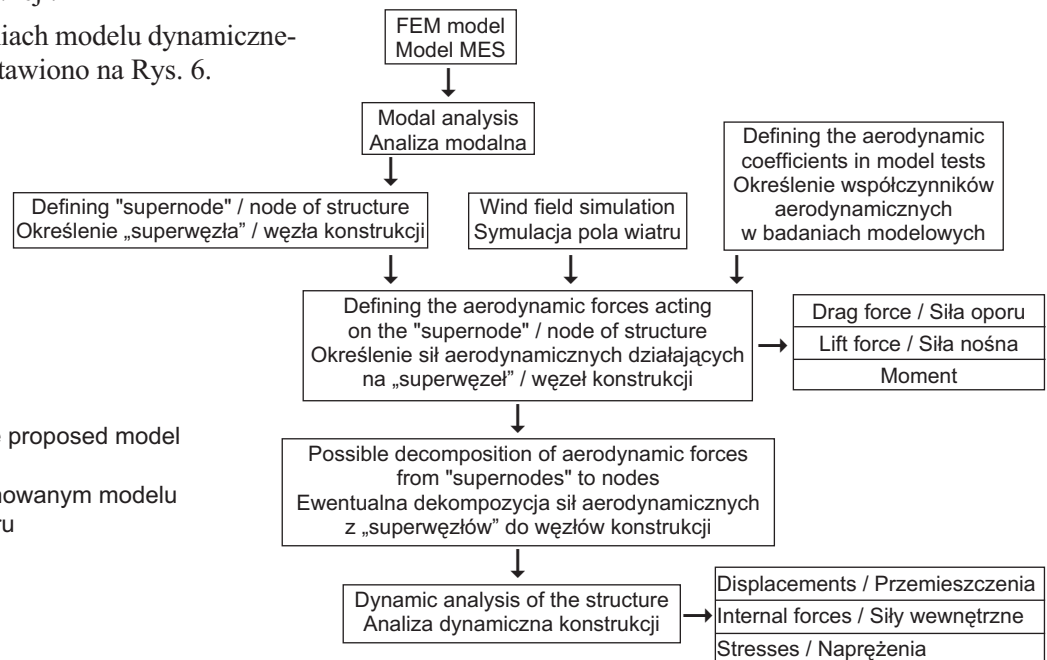


Fig. 6. The algorithm applied in the proposed model of the dynamic wind action

Rys. 6. Algorytm przyjęty w proponowanym modelu dynamicznego oddziaływania wiatru

4.2. OKREŚLENIE „SUPERWĘZŁÓW” KONSTRUKCJI MOSTU

W przypadku analizowanego mostu dla pieszych jako „superwęzeł” przyjęto strukturę złożoną z czterech węzłów modelu MES konstrukcji: dwóch położonych na dźwigarach głównych i dwóch na pomoście środkowym. Wszystkie cztery punkty „superwęzła” są także węzłami końcowymi dwóch elementów modelujących parę wieszaków. Model „superwęzła” został przedstawiony na Rys. 7 wraz z zaznaczeniem osi wagi aerodynamicznej, do której zostały odniesione współczynniki aerodynamiczne.

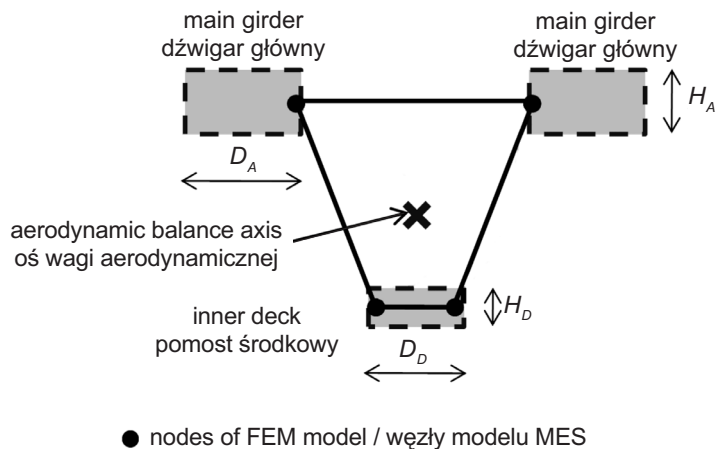
Fig. 7. The “supernode” model used in the generation of wind action
Rys. 7. Model „superwęzła” wykorzystywany w procesie generacji oddziaływania wiatru

4.3. SYMULACJA TURBULENTNEGO POLA WIATRU

W wybranych punktach kładki przeprowadzono symulację turbulentnego pola wiatru z wykorzystaniem programu WINDSYM stworzonego w Katedrze Mechaniki Budowli Politechniki Lubelskiej. Generację pola prędkości wiatru przeprowadzono w 40 punktach odpowiadających środkom geometrycznym „superwęzłów”. W procesie symulacji przyjęto model wiatru von Kármána określający strukturę wiatru w dziedzinie częstotliwości za pomocą funkcji gęstości widmowej mocy oraz potęgowej profil pionowy prędkości wiatru odpowiadający terenowi kategorii B (nierównego, zadrzewionego z budynkami o wysokości do 10 m), odpowiadający planowanemu usytuowaniu mostu. Prędkość średnią na wysokości 10 m przyjęto zgodnie z założeniami projektowymi $v_{sr} = 22$ m/s. Ponadto przyjęto skalę turbulencji wiatru wzdłuż średniego kierunku jego działania $L = 100$ m. Jako metodę symulacji wykorzystano WAWS (ang. *Weighted Amplitude Wave Superposition*), bazującą na algorytmie Shinozuka-Jan [9]. Metoda ta pozwala na równoczesną symulację trzech składowych prędkości wiatru w wielu punktach przestrzeni. W procesie symulacji pola prędkości wiatru przyjęto następujące parametry: wielkość kroku czasowego $\Delta t = 0,01$ s, liczba kroków czasowych $N_t = 8192$, szerokość przedziału widma $\Delta f = 0,02$ Hz, liczba przedziałów widma $N_f = 100$. W wyniku przyjęcia powyższych parametrów

4.2. DETERMINATION OF THE BRIDGE STRUCTURE’S “SUPERNODES”

For the bridge under analysis a “supernode” was defined as adopted a structure consisting of four nodes of the structure FEM model, including two nodes located at the main girders and two nodes located at the inner deck. All the four points of the “supernode” are at the same time end nodes of two elements modelling a pair of hangers. The “supernode” model is shown in Fig. 7 with marked aerodynamic balance axis which aerodynamic coefficients are referred to.



4.3. TURBULENT WIND FIELD SIMULATION

At selected points of the bridge a simulation of a turbulent wind field was performed using WINDSYM software developed at the Department of Structural Mechanics of Lublin University of Technology. The wind speed field was generated at 40 points corresponding to centroids of the “supernodes”. In the simulation, von Kármán wind model was adopted describing the wind structure in frequency domain by means of power spectral density function and wind speed power-law vertical profile corresponding to the surface roughness category B (uneven, wooded areas including buildings of up to 10 m in height), corresponding with the planned location of the bridge. An average wind speed at 10 m height of $v_{sr} = 22$ m/s was adopted as in design assumptions. Moreover, the wind turbulence scale along the wind average direction was assumed as $L = 100$ m. The used simulation method was WAWS (*Weighted Amplitude Wave Superposition*), based on Shinozuka-Jan algorithm [9]. The method allows for simultaneous simulation of three

widma wiatru, składowe częstotliwościowe wyższe niż 2 Hz uległy w obliczeniach eliminacji, co odpowiada rzeczywistej charakterystyce oddziaływania wiatru, gdyż udział tych składowych w całkowitym widmie wiatrowym jest znikomo mały.

Składowe prędkości wiatru zostały określone w lokalnym układzie współrzędnych x_w, y_w, z_w związanym ze średnim kierunkiem wiatru. Składowe prędkości zgodne z osiami x_w, y_w i z_w zostały oznaczone odpowiednio u, v i w . Następnie dokonano ich transformacji z układu związanego z kierunkiem wiatru średniego do układów współrzędnych xyz związanych z poszczególnymi „superelementami”, takich samych jak założono w badaniach w tunelu aerodynamicznym. W tych układach wyznaczone zostały później siły aerodynamiczne. Układy współrzędnych: globalny XYZ związany z konstrukcją mostu a także lokalne x_w, y_w, z_w i xyz , związane odpowiednio ze średnim kierunkiem wiatru i z „superelementem”, zostały przedstawione na Rys. 8. Położenie środków „superwęzłów” wzdłuż rozpiętości konstrukcji i ich numerację oraz przykładowe przebiegi prędkości wiatru w trzech kierunkach u, v, w , w trzech wybranych „superwęzłach” usytuowanych w 1/4 (punkt 10), 1/2 (punkt 20) i 3/4 (punkt 30) rozpiętości mostu zostały przedstawione również na Rys. 8.

4.4. OKREŚLENIE SIŁ WYWOŁANYCH DYNAMICZNYM ODDZIAŁYWANIEM WIATRU

Na podstawie trzech składowych wektora prędkości wiatru w „superwęzłach” wygenerowano zmienne w czasie obciążenie „superelementu” mostu (odcinka łączącego dwa „superwęzły”). Trzy składowe obciążenia wiatrem, których oznaczenia pokazano na Rys. 9a, przypadające na jednostkę długości mostu („superelementu”), określone zostały zgodnie z teorią quasi-ustaloną [6 - 8] za pomocą następujących wzorów:

- opór aerodynamiczny

$$W_x(t) = \frac{1}{2} \rho v^2(t) C_x(\alpha(t)) D, \quad (2)$$

- aerodynamiczna siła nośna

$$W_y(t) = \frac{1}{2} \rho v^2(t) C_y(\alpha(t)) D, \quad (3)$$

- moment aerodynamiczny

$$W_m(t) = \frac{1}{2} \rho v^2(t) C_y(\alpha(t)) D^2. \quad (4)$$

wind speeds component in many points in space at the same time. The following parameters were assumed in the wind speed field simulation: time interval size of $\Delta t = 0.01$ s, number of time intervals of $N_t = 8192$, spectrum bandwidth of $\Delta f = 0.02$ Hz, number of spectrum bands of $N_f = 100$. As a result of assumption of the above wind spectrum parameters, frequency components higher than 2 Hz were eliminated from the calculations, which reflects the actual wind action characteristics as the influence of these components in the entire wind spectrum is negligibly small.

The wind speed components were determined in a local x_w, y_w, z_w coordinate system with respect to a mean wind direction. Speed components in directions of x_w, y_w and z_w axes were marked as u, v and w respectively. Next, a transformation of a coordinates system related to the mean wind direction to a system of xyz coordinates related to respective “superelements” was performed. The xyz coordinates are the same as those in wind tunnel measurements. Aerodynamic forces are calculated in that coordinate systems. The coordinate systems: the global XYZ system related to the bridge structure and the local x_w, y_w, z_w and xyz systems, related to average wind direction and to “superelements” respectively, are shown in Fig. 8. Location of “supernode” centres along the span of the structure and their numbering, as well as examples of wind speed patterns in three directions: u, v, w , at three chosen “supernodes” positioned at 1/4 (point 10), 1/2 (point 20) and 3/4 (point 30) of the bridge span are also represented in Fig. 8.

4.4. DETERMINING OF FORCES GENERATED BY DYNAMIC WIND ACTION

Based on three components of the wind speed vector acting on the “supernodes” a variable in time load imposed on the bridge “superelement” (a section linking two “supernodes”) was generated. The three wind load components, marked as shown in Fig. 9a, per bridge length unit (of “superelement”), were determined in accordance with the quasi-steady theory [6 - 8] using the following formulae:

- aerodynamic drag

$$W_x(t) = \frac{1}{2} \rho v^2(t) C_x(\alpha(t)) D, \quad (2)$$

- aerodynamic lift

$$W_y(t) = \frac{1}{2} \rho v^2(t) C_y(\alpha(t)) D, \quad (3)$$

- aerodynamic moment

$$W_m(t) = \frac{1}{2} \rho v^2(t) C_y(\alpha(t)) D^2. \quad (4)$$

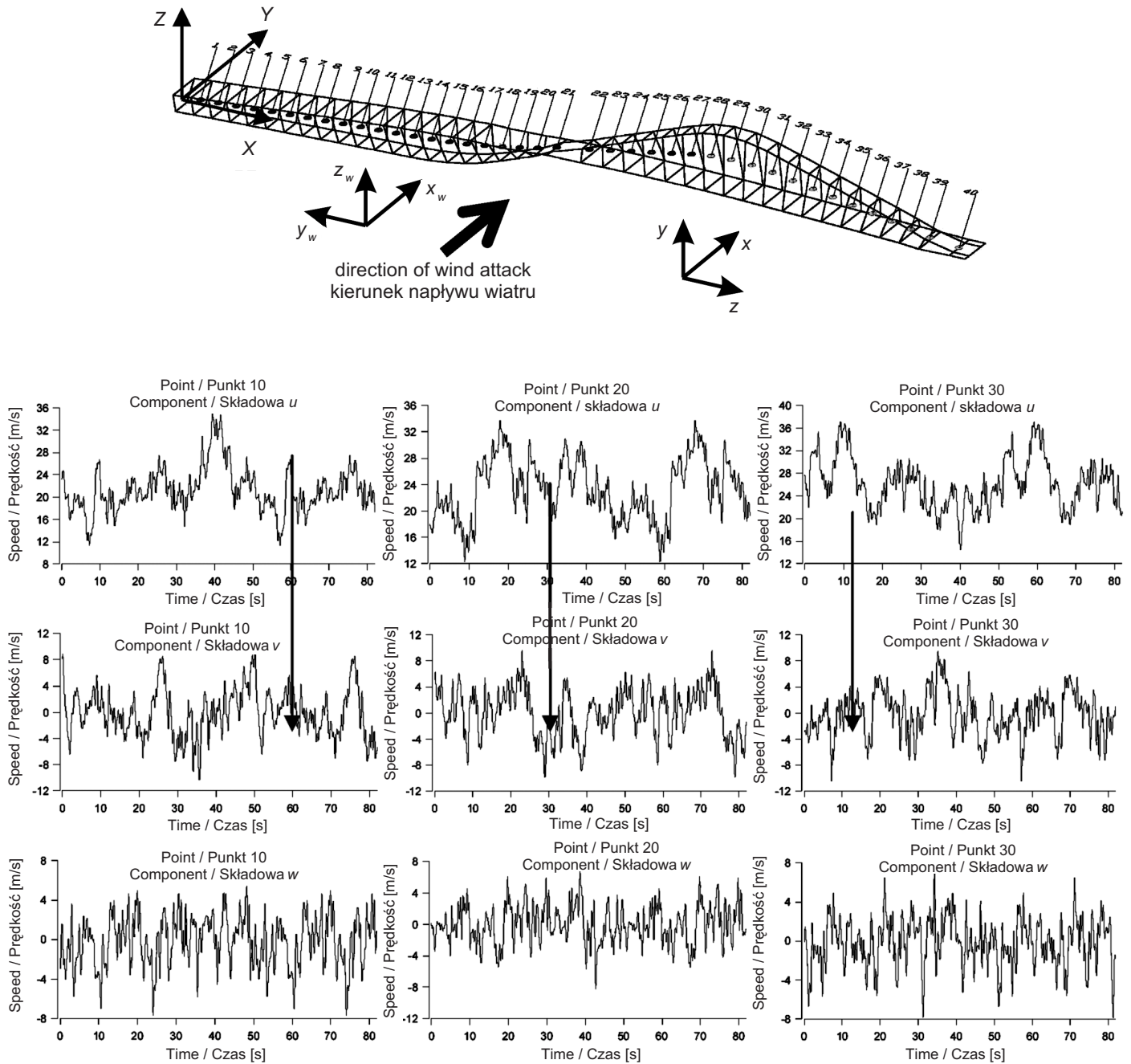


Fig. 8. Simulation of wind speed field: the distribution of “supernodes”, in which wind speed time series are generated, in coordinate systems: global XYZ as well as local ones: $x_w y_w z_w$ associated with the mean wind direction and xyz associated with “superelements”; exemplary time histories of the three components of wind speed in three “supernodes” of the footbridge
 Rys. 8. Symulacja pola prędkości wiatru: rozmieszczenie „superwęzłów”, w których generowane są przebiegi czasowe prędkości wiatru wraz z zaznaczeniem układów współrzędnych: globalnego XYZ oraz lokalnych $x_w y_w z_w$ i xyz , związanych odpowiednio ze średnim kierunkiem wiatru i z „superelementem”; przykładowe przebiegi czasowe trzech składowych prędkości wiatru w trzech „superwęzłach” mostu

W powyższych wzorach wprowadzono następujące oznaczenia:

- ρ – gęstość powietrza, $\rho = 1,23 \text{ kg/m}^3$,
- $v(t)$ – składowa prędkości wiatru prostopadła do osi mostu, wyznaczona według wzoru:

$$v(t) = \sqrt{u^2 + w^2},$$

gdzie:

- u – składowa chwilowej prędkości wiatru zgodna ze średnim kierunkiem wiatru (poprzeczna do osi mostu),
- w – składowa pionowa chwilowej prędkości wiatru,
- D – wymiar charakterystyczny, przyjęty w badaniach w tunelu aerodynamicznym, czyli odpowiadający całkowitej szerokości mostu równej 13,6 m.

In the above formulae the following symbols were introduced:

- ρ – air density, $\rho = 1.23 \text{ kg/m}^3$,
- $v(t)$ – wind speed component perpendicular to the bridge axis, determined according to the equation:

$$v(t) = \sqrt{u^2 + w^2},$$

where:

- u – temporary wind speed component in line with the mean wind direction (perpendicular to the bridge axis),
- w – vertical component of the temporary wind speed,
- D – characteristic dimension, assumed in wind tunnel tests, corresponding to the total width of the bridge of 13.6 m.

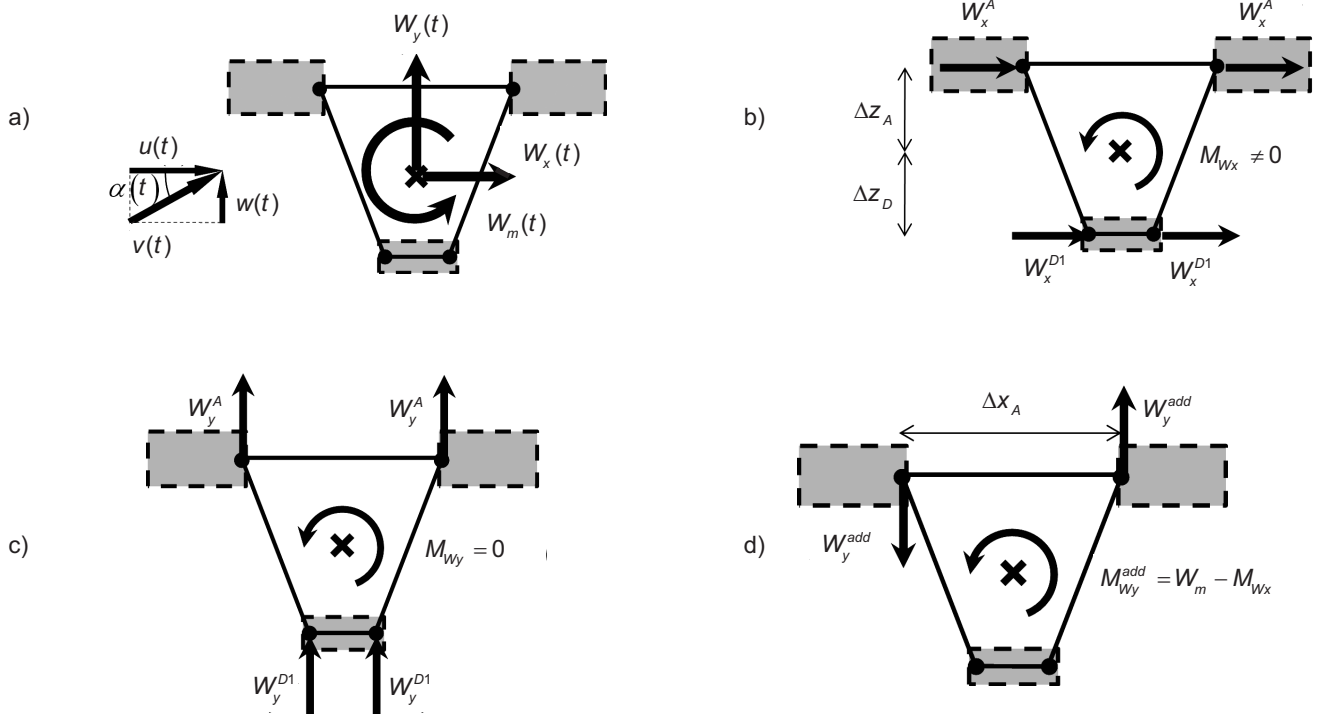


Fig. 9. Aerodynamic forces: a) wind speed and aerodynamic forces components acting on the “superelement”, b) the distribution of aerodynamic drag force at nodes, c) the distribution of aerodynamic lift force at nodes, d) pair of forces complementary to the entire aerodynamic moment

Rys. 9. Siły aerodynamiczne: a) składowe prędkości wiatru i siły aerodynamiczne działające na „superelement”, b) rozkład aerodynamicznej siły oporu w węzłach, c) rozkład aerodynamicznej siły unoszenia w węzłach, d) para sił uzupełniająca moment aerodynamiczny

W teorii quasi-ustalonej przyjmuje się bliskie rzeczywistości założenie, że turbulentne pole wiatru może być modelowane tak jakby był to przepływ ustalony. Wobec powyższego funkcje współczynników aerodynamicznych mogą być wyznaczone w warunkach przepływu ustalonego z uwzględnieniem zmian kąta napływu wiatru. Wartość współczynnika w danej chwili czasowej wyznaczona została w zależności od względnego chwilowego kąta napływu wiatru $\alpha(t) = \arctg \frac{w(t)}{u(t)}$.

Siły aerodynamiczne przypadające na „superwęzeł” zostały rozłożone na każdym kroku czasowym na cztery węzły modelu MES, tworzące „superwęzeł”. Do wyznaczenia składowych sił aerodynamicznych zastosowano następujące procedury:

1. Opór aerodynamiczny został rozłożony proporcjonalnie do wysokości dźwigarów wystawionych na działanie wiatru (Rys. 9b). Siły przypadające na węzły modelu MES należące do dźwigarów głównych obliczono za pomocą wzoru:

$$W_x^A(t) = W_x(t) \frac{H_A}{H}, \quad (5)$$

zaś siłę przypadającą na pomost środkowy za pomocą wzoru:

$$W_x^D(t) = W_x(t) \frac{H_D}{H}, \quad (6)$$

gdzie H_A i H_D to odpowiednio wysokość dźwigara głównego i wysokość pomostu środkowego. Wielkość H jest sumaryczną wysokością wszystkich trzech dźwigarów (pomostów) $H = 2H_A + H_D$. Z uwagi na fakt, że model pomostu środkowego reprezentowany jest za pomocą dwóch prętów, siła przypadająca na jeden z nich równa jest:

$$W_x^{D1}(t) = \frac{1}{2} W_x^D(t). \quad (7)$$

2. Siłę nośną rozłożono podobnie jak opór (Rys. 9c):

$$\begin{aligned} W_y^A(t) &= W_y(t) \frac{D_A}{D}, \\ W_y^D(t) &= W_y(t) \frac{D_D}{D}, \\ W_y^{D1}(t) &= \frac{1}{2} W_y^D(t), \end{aligned} \quad (8)$$

gdzie:

D_A, D_D – odpowiednio szerokość dźwigara głównego i szerokość pomostu środkowego,

In the quasi-steady theory a close to reality assumption is made that turbulent wind field may be modelled as if it was a steady flow. Therefore, aerodynamic coefficient functions can be determined under steady flow conditions, taking into account variations in the wind inflow angle. The value of the coefficient in a given time was determined depending on the relative instantaneous angle of wind attack as follows: $\alpha(t) = a \tan \frac{w(t)}{u(t)}$.

Aerodynamic forces applied at the “supernode” were distributed in every time step into four nodes of FEM model, creating the “supernode”. The component aerodynamic forces were determined according to the following procedures:

1. The aerodynamic drag was distributed proportionally to the height of the girders exposed to wind action (Fig. 9b). The forces acting on the FEM model nodes belonging to the main girders were calculated by means of the following equation:

$$W_x^A(t) = W_x(t) \frac{H_A}{H}, \quad (5)$$

while the force acting on the inner deck was calculated as follows:

$$W_x^D(t) = W_x(t) \frac{H_D}{H}, \quad (6)$$

where H_A and H_D are the heights of the main girder and inner deck, respectively. The magnitude of H is the total height of two girders and deck $H = 2H_A + H_D$. Due to the fact that the inner deck is represented by two bars, the force acting on one of them is equal to:

$$W_x^{D1}(t) = \frac{1}{2} W_x^D(t). \quad (7)$$

2. The lift was distributed in a similar way as the drag (Fig. 9c):

$$\begin{aligned} W_y^A(t) &= W_y(t) \frac{D_A}{D}, \\ W_y^D(t) &= W_y(t) \frac{D_D}{D}, \\ W_y^{D1}(t) &= \frac{1}{2} W_y^D(t), \end{aligned} \quad (8)$$

where:

D_A, D_D – the widths of the main girder and the inner deck, respectively,

D – the total width of all three girders (decks), $D = 2D_A + D_D$.

D – sumaryczna szerokość wszystkich trzech dźwigarów (pomostów), $D = 2D_A + D_D$.

3. Ze względu na symetrię kładki względem pionowej płaszczyzny przechodzącej przez główną centralną podłużną oś kładki, siły pionowe nie powodują powstawania momentu (Rys. 9c). Nierównomierny rozkład sił poziomych może powodować powstawanie momentu względem osi odpowiadającej osi wagi aerodynamicznej w badaniach w tunelu (Rys. 9b). Wartość tego momentu można policzyć za pomocą wzoru:

$$M_{wx}(t) = -2W_x^A(t) \cdot \Delta z_A + 2W_x^{D1}(t) \cdot \Delta z_D, \quad (9)$$

przy czym jego wartość zazwyczaj nie odpowiada właściwej wartości momentu aerodynamicznego. W celu odtworzenia momentu aerodynamicznego w każdym z „superwęzłów” przyłożone zostały po dwie siły o takich samych wartościach:

$$W_y^{add}(t) = \frac{W_m(t) - M_{wx}(t)}{\Delta x_A} \quad (10)$$

i przeciwnych zwrotach (pary sił). Siły te przyłożone zostały do węzłów dźwigarów głównych, a ich wypadkowa siła jest równa 0 (Rys. 9d). Moment tej pary sił wraz z momentem od sił wywołanych składowymi oporami aerodynamicznymi reprezentuje wartość docelowego momentu aerodynamicznego, tj.:

$$W_m(t) = M_{wx}(t) + M_{wy}^{add}(t). \quad (11)$$

W efekcie zostanie otrzymany układ sił reprezentujący wszystkie trzy składowe obciążenia wiatrem.

4.5. METODY I PARAMETRY SYMULACJI DYNAMICZNEGO ODDZIAŁYWANIA WIATRU NA KŁADKĘ

Trzy składowe obciążenia wiatrem zostały przyłożone do węzłów modelu MES konstrukcji jako siły skupione zmienne w czasie zgodnie z procedurą przedstawioną w poprzednim punkcie. Analiza dynamicznego oddziaływania wiatru została przeprowadzona z wykorzystaniem systemu MES – ALGOR. Wykorzystano dwie metody obliczeń umożliwiające analizę konstrukcji pod obciążeniem zmiennym w czasie: metodę bezpośredniego całkowania równań ruchu oraz metodę superpozycji modalnej. W analizie dynamicznej przyjęto następujące parametry: liczba kroków czasowych $N_t = 8192$, wielkość kroku czasowego $\Delta t = 0,01$ s (zgodnie z symulacją pola wiatru), liczba węzłów modelu, w których przyłożone zostało obciążenie zmienne w czasie: $n = 160$, logarytmiczny dekrement

3. Due to the fact that the footbridge is symmetric with regard to the vertical plane crossing the principal central longitudinal axis of the footbridge, the vertical forces do not generate any moment (Fig. 9c). A non-uniform distribution of horizontal forces may result in generating a moment about the axis corresponding to the aerodynamic balance axis during tunnel testing (Fig. 9b). The value of this moment can be calculated as follows:

$$M_{wx}(t) = -2W_x^A(t) \cdot \Delta z_A + 2W_x^{D1}(t) \cdot \Delta z_D, \quad (9)$$

but its value usually is not equivalent to the proper value of the aerodynamic moment. To reconstruct the aerodynamic moment at each of the “supernodes” two forces with the same values:

$$W_y^{add}(t) = \frac{W_m(t) - M_{wx}(t)}{\Delta x_A} \quad (10)$$

and opposite directions (force couples) were applied. These forces were applied to the main girders' nodes and the resultant force is equal to 0 (Fig. 9d). Moment of this couple of forces along with the moment from forces generated by the aerodynamic drag components represents the value of the target aerodynamic moment, i.e.:

$$W_m(t) = M_{wx}(t) + M_{wy}^{add}(t). \quad (11)$$

In this way a force system representing all the three wind load components is obtained.

4.5. METHODS AND PARAMETERS OF SIMULATION OF DYNAMIC WIND ACTION ON THE FOOTBRIDGE

The three wind load components were applied to the nodes of structure FEM model as variable concentrated loads according to the procedure presented in the item above. A dynamic wind action analysis was carried out using the FEM – ALGOR software. Two computation methods enabling an analysis of the structure under time dependent load were: direct integration of equations of motion and modal superposition. In the dynamic analysis the following parameters were assumed: number of time steps $N_t = 8192$, time interval of $\Delta t = 0.01$ s (according to the wind field simulation), number of model nodes in which a load variable in time was applied $n = 160$, logarithmic damping decrement of $\Delta = 0.06$. The Δ value was the basis for the computation of the structure vibration damping parameters required by ALGOR processors, i.e., if modal superposition is used the following coefficients should be determined based on the known circular frequencies of vibration (ω_1 and ω_2):

tłumienia $\Delta = 0,06$. Na podstawie wartości Δ obliczone zostały parametry tłumienia drgań konstrukcji, wymagane przez procesory systemu ALGOR, tj. w przypadku zastosowania superpozycji modalnej należy na podstawie znanych częstości kołowych drgań własnych (ω_1 i ω_2) wyznaczyć współczynniki:

$$\alpha = \frac{\Delta}{\pi} \frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_1 + \omega_2} = 0,070884, \quad (12)$$

$$\beta = \frac{\Delta}{\pi} \frac{1}{\omega_1 + \omega_2} = 0,001286,$$

wykorzystane w modelu masowo-szywnościowym tłumienia:

$$\mathbf{C} = \alpha \cdot \mathbf{M} + \beta \cdot \mathbf{K}, \quad (13)$$

gdzie macierz tłumienia \mathbf{C} jest określona jako kombinacja liniowa macierzy mas \mathbf{M} i macierzy sztywności \mathbf{K} .

W przypadku zastosowania metody bezpośredniego całkowania równań ruchu należy określić ułamek tłumienia krytycznego: $\xi = \Delta / 2\pi = 0,00955$.

W analizie za pomocą superpozycji modalnej wykorzystanych zostało 10 pierwszych postaci drgań własnych, przy czym z uwagi na charakter widma wiatru, częstotliwości drgań własnych powyżej 2 Hz uległy filtracji (brak składowych o wyższych częstotliwościach w symulowanych procesach z uwagi na wielokrotnie mniejsze rzędne widma powyżej tej granicy w porównaniu z rzędnymi poniżej tej granicy). Wyniki otrzymane przy użyciu obu metod są do siebie bardzo zbliżone.

5. WYNIKI OBLICZEŃ

5.1. WPŁYW DYNAMICZNEGO ODDZIAŁYWANIA WIATRU

W wyniku obliczeń z wykorzystaniem procesorów systemu ALGOR otrzymane zostały przebiegi przemieszczeń węzłów konstrukcji poddanej dynamicznemu oddziaływaniu wiatru. Przeprowadzono dalszą analizę przy uwzględnieniu dynamicznego oddziaływania wiatru, ciężaru własnego konstrukcji oraz kombinacji tych dwóch obciążeń.

Ekstremalne przemieszczenia w kierunku działania wiatru (oś Y globalnego układu współrzędnych) i w kierunku pionowym (oś Z globalnego układu współrzędnych) zostały otrzymane w obliczeniach za pomocą bezpośredniego całkowania równań ruchu oraz superpozycji modalnej. Na podstawie przemieszczeń wyznaczone zostały siły

$$\alpha = \frac{\Delta}{\pi} \frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_1 + \omega_2} = 0.070884, \quad (12)$$

$$\beta = \frac{\Delta}{\pi} \frac{1}{\omega_1 + \omega_2} = 0.001286,$$

used in the mass-stiffness-damping model:

$$\mathbf{C} = \alpha \cdot \mathbf{M} + \beta \cdot \mathbf{K}, \quad (13)$$

where damping matrix \mathbf{C} is defined as a linear combination of mass matrix \mathbf{M} and stiffness matrix \mathbf{K} .

If a method of direct integration of equations of motion is applied then a fraction of critical damping should be determined: $\xi = \Delta / 2\pi = 0.00955$.

In the analysis the first ten mode shapes of free vibrations were used by means of modal superposition, but due to the character of wind spectrum, free vibration frequencies above 2 Hz were filtered out (lack of higher frequency components in the simulated processes due to many times lower values of spectrum above this limit compared to the values below it). Very similar results were obtained with the two methods.

5. COMPUTATION RESULTS

5.1. EFFECTS OF DYNAMIC WIND ACTION

As a result of computations made with ALGOR software the diagrams of nodes displacements of the structure subjected to dynamic wind action were received. Further analysis was carried out taking into consideration the dynamic wind action, structure deadweight and combination of these two loads.

Extreme displacements in the wind direction (Y axis of the global coordinate system) and in vertical direction (Z axis of the global coordinate system) were obtained as a result of calculations by direct integration of equations of motion and modal superposition. Internal forces and stresses in structural elements were determined at each time step based on the displacements. A combination producing the worst distribution of normal stresses was defined with the following equation:

$$\sigma_{\max, \min} = \frac{P}{A} \pm \frac{M_2}{W_2} \pm \frac{M_3}{W_3}, \quad (14)$$

where P denotes axial forces, while M_2 and M_3 are bending moments acting in two perpendicular directions determined by local reference systems related to the

wewnętrzne oraz naprężenia w elementach konstrukcji na każdym kroku czasowym. Określona została kombinacja wywołująca najbardziej niekorzystny rozkład naprężeń normalnych zgodnie ze wzorem:

$$\sigma_{\max, \min} = \frac{P}{A} \pm \frac{M_2}{W_2} \pm \frac{M_3}{W_3}, \quad (14)$$

gdzie P to siły osiowe, zaś M_2 i M_3 to momenty zginające działające w dwóch prostopadłych do osi pręta kierunkach określonych poprzez lokalne układy odniesienia związane z przekrojem poprzecznym każdego elementu skończonego w modelu konstrukcji (inne układy współrzędnych niż lokalne związane z „superelementem”), natomiast W_2 i W_3 to odpowiednie wskaźniki wytrzymałości przekroju pręta.

Przeprowadzono statyczną analizę konstrukcji poddanej działaniu ciężaru własnego. Wielkości ekstremalnych przemieszczeń obliczonych w wyniku symulacji dynamicznego oddziaływania wiatru zostały zsumowane z przemieszczeniami obliczonymi w analizie statycznej działania ciężaru własnego. Maksymalne przemieszczenia pionowe uzyskane w wyniku działania jedynie ciężaru własnego wynoszą 0,248 m, zaś poziome, poprzeczne do osi mostu są bliskie zero. Przemieszczenia pionowe wynikające z dynamicznego działania porywów wiatru wynoszą 0,0109 m, zaś poziome 0,0116 m. Wyniki szczegółowo zostały przedstawione w pracach [1], [2] i [10].

W Tabelicy 2 zamieszczono wartości ekstremalnych naprężeń normalnych powodowanych przez poszczególne siły wewnętrzne w wyniku dynamicznego oddziaływania wiatru, a także ich wartości w najbardziej niekorzystnym układzie sił wewnętrznych przy uwzględnieniu oddziaływania wiatru, ciężaru własnego i kombinacji tych oddziaływań. Z przeprowadzonych analiz wynika drugorzędne znaczenie dynamicznego oddziaływania wiatru w stosunku do obciążenia ciężarem własnym konstrukcji.

5.2. MOŻLIWOŚĆ WZBUDZENIA DRGAŃ AEROELASTYCZNYCH

Analizując wyniki badań modelowych i uwzględniając cechy dynamiczne mostu dla pieszych oraz jego rozbudowaną geometrię można sformułować wniosek, że drgania aeroelastyczne typu galopowania, flatteru i krytycznego wzbudzenia wirowego nie powinny wystąpić.

cross-sections of the respective finite element in a structure model (coordinate systems others than local ones related to “superelements”), while W_2 and W_3 are respective section modules of a cross-section.

A static analysis of the structure under deadweight loading was made. Magnitudes of extreme displacements computed as a result of dynamic wind action simulations were added to the displacements calculated in the course of deadweight action analysis. Maximum vertical displacements due to deadweight are equal to 0.248 m, whereas horizontal, perpendicular to the bridge axis are close to zero. Vertical displacements due to dynamic wind gusts are equal to 0.0109 m, whereas horizontal to 0.0116 m. Detailed results are shown in [1], [2] and [10].

Table 2 represents the values of extreme normal stresses generated by individual internal forces as a result of dynamic wind action, as well as the values of these stresses under the worst case of internal forces taking into account the action of wind, deadweight, as well as their combinations. The analyses results indicate that the dynamic wind action is a matter of secondary importance with regard to the structure deadweight loading.

Table 2. Extreme normal stresses σ [MPa]

Tablica 2. Ekstremalne naprężenia normalne σ [MPa]

	Wind Wiatr		Deadweight Ciężar własny		Deadweight + wind Ciężar własny + wiatr	
	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]
P	-2.3	4.1	–	–	–	–
M_2	-19.8	18.506	–	–	–	–
M_3	-5.3	12.4	–	–	–	–
Combination of forces Kombinacja sił	-20.8	8.5	-338.5	138.4	-359.3	146.9

5.2. POSSIBILITY OF AEROELASTIC VIBRATION

Analysing the model research results and taking into account the dynamic characteristics of footbridge and its complex geometry a conclusion may be formulated that aeroelastic vibrations of galloping, flutter and critical vortex excitation should not occur.

6. OCENA KRYTERIÓW KOMFORTU WIBRACYJNEGO Z UWAGI NA DYNAMICZNE ODDZIAŁYWANIE WIATRU

Na podstawie otrzymanych wyników maksymalnych i minimalnych przemieszczeń w kierunku poziomym Y i pionowym Z oszacowano maksymalne amplitudy drgań:

- w kierunku poziomym: $A_{\max}^Y \Big|_{v=22 \text{ m/s}} \cong 0,005 \text{ m}$,
- w kierunku pionowym: $A_{\max}^Z \Big|_{v=22 \text{ m/s}} \cong 0,005 \text{ m}$.

Przyjmując, że ruch pieszych nie wystąpi przy prędkości wiatru przekraczającej 15 m/s, poniżej oszacowano maksymalne wartości RMS przyspieszeń drgań w kierunku poziomym i pionowym:

- w kierunku poziomym przy częstotliwości drgań $f_Y = f_1 = 1,16 \text{ Hz}$:

$$\sigma_Y \Big|_{v=15 \text{ m/s}} = \frac{11}{22} \cdot \frac{1}{3,5} \cdot 4\pi^2 \cdot 1,16^2 \cdot 0,005 = 0,052 \text{ m/s}^2$$
- w kierunku pionowym przy częstotliwości drgań $f_Z = f_2 = 1,21 \text{ Hz}$:

$$\sigma_Z \Big|_{v=15 \text{ m/s}} = \frac{11}{22} \cdot \frac{1}{3,5} \cdot 4\pi^2 \cdot 1,21^2 \cdot 0,005 = 0,056 \text{ m/s}^2$$
- w kierunku pionowym przy częstotliwości drgań $f_Z = f_3 = 2,63 \text{ Hz}$:

$$\sigma_Z \Big|_{v=15 \text{ m/s}} = \frac{11}{22} \cdot \frac{1}{3,5} \cdot 4\pi^2 \cdot 2,63^2 \cdot 0,005 = 0,266 \text{ m/s}^2$$

Kryteria komfortu vibracyjnego na mostach dla pieszych w przypadku drgań występujących rzadko, generowanych przez wiatr przedstawiono na Rys. 10, na podstawie prac [10 - 12]. Z rysunku tego wynika, że wartości dopuszczalne RMS przyspieszeń drgań wynoszą odpowiednio:

- w kierunku poziomym przy częstotliwości $f_Y = 1,16 \text{ Hz}$: $\sigma_Y^{dop} = 0,25 \text{ m/s}^2 > 0,052 \text{ m/s}^2$,
- w kierunku pionowym przy częstotliwości $f_Z = 1,21 \text{ Hz}$: $\sigma_Z^{dop} = 1,00 \text{ m/s}^2 > 0,056 \text{ m/s}^2$,
- w kierunku pionowym przy częstotliwości $f_Z = 2,63 \text{ Hz}$: $\sigma_Z^{dop} = 0,85 \text{ m/s}^2 > 0,266 \text{ m/s}^2$,

a więc kryteria komfortu vibracyjnego przy oddziaływaniu wiatru na analizowaną kładkę są spełnione.

6. ASSESSMENT OF VIBRATION COMFORT CRITERIA DUE TO DYNAMIC WIND ACTION

Based on the obtained results of maximum and minimum horizontal Y and vertical Z displacements maximum vibration amplitudes were calculated as follows:

- in the horizontal direction: $A_{\max}^Y \Big|_{v=22 \text{ m/s}} \cong 0.005 \text{ m}$,
- in the vertical direction: $A_{\max}^Z \Big|_{v=22 \text{ m/s}} \cong 0.005 \text{ m}$.

Assuming the absence of pedestrian traffic at wind speeds exceeding 15 m/s, maximum RMS values of vibration acceleration in the horizontal and vertical directions were estimated:

- in the horizontal direction at vibration frequency of $f_Y = f_1 = 1.16 \text{ Hz}$:

$$\sigma_Y \Big|_{v=15 \text{ m/s}} = \frac{11}{22} \cdot \frac{1}{3.5} \cdot 4\pi^2 \cdot 1.16^2 \cdot 0.005 = 0.052 \text{ m/s}^2$$
- in the vertical direction at vibration frequency of $f_Z = f_2 = 1.21 \text{ Hz}$:

$$\sigma_Z \Big|_{v=15 \text{ m/s}} = \frac{11}{22} \cdot \frac{1}{3.5} \cdot 4\pi^2 \cdot 1.21^2 \cdot 0.005 = 0.056 \text{ m/s}^2$$
- in the vertical direction at vibration frequency of $f_Z = f_3 = 2.63 \text{ Hz}$:

$$\sigma_Z \Big|_{v=15 \text{ m/s}} = \frac{11}{22} \cdot \frac{1}{3.5} \cdot 4\pi^2 \cdot 2.63^2 \cdot 0.005 = 0.266 \text{ m/s}^2$$

The vibration comfort criteria for pedestrian bridges for rarely occurring wind-driven vibrations are shown in Fig. 10, based on the studies [10 - 12]. According to this figure, the permitted RMS values of vibration acceleration are as follows:

- in the horizontal direction at vibration frequency of $f_Y = 1.16 \text{ Hz}$: $\sigma_Y^{dop} = 0.25 \text{ m/s}^2 > 0.052 \text{ m/s}^2$,
- in the vertical direction at vibration frequency of $f_Z = 1.21 \text{ Hz}$: $\sigma_Z^{dop} = 1.00 \text{ m/s}^2 > 0.056 \text{ m/s}^2$,
- in the vertical direction at vibration frequency of $f_Z = 2.63 \text{ Hz}$: $\sigma_Z^{dop} = 0.85 \text{ m/s}^2 > 0.266 \text{ m/s}^2$,

and thus the vibration comfort criteria under wind action on the analysed footbridge are met.

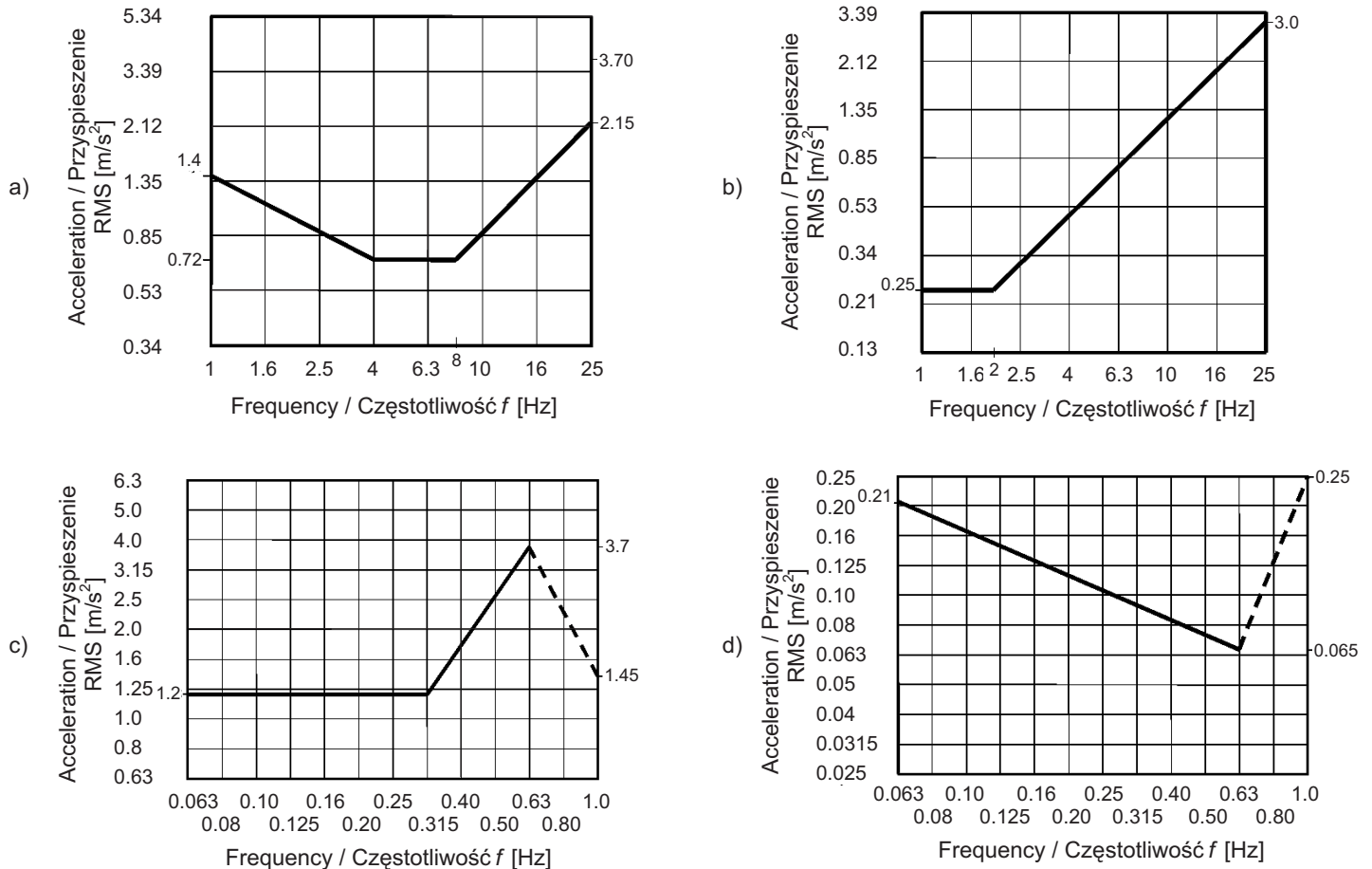


Fig. 10. Criteria for vibration comfort on the footbridges in case of vibrations that occur rarely and are generated by the wind:

a) vertical vibrations at frequency 1.0 - 25 Hz, b) horizontal vibrations at frequency 1.0 - 25 Hz, c) vertical vibrations at frequency 0.063 - 1.0 Hz, d) horizontal vibrations at frequency 0.063 - 1.0 Hz

Rys. 10. Kryteria komfortu wibracyjnego na mostach dla pieszych w przypadku drgań występujących rzadko, generowanych przez wiatr: a) drgania pionowe o częstotliwości 1,0 - 25 Hz, b) drgania poziome o częstotliwości 1,0 - 25 Hz, c) drgania pionowe o częstotliwości 0,063 - 1,0 Hz, d) drgania poziome o częstotliwości 0,063 - 1,0 Hz

7. WNIOSKI

W wyniku przeprowadzonych badań modelowych w tunelu aerodynamicznym i analiz komputerowych dotyczących dynamicznego oddziaływania wiatru można sformułować następujące wnioski:

- Otrzymane przemieszczenia i naprężenia w wyniku symulacji dynamicznego oddziaływania wiatru są niewielkie, szczególnie w porównaniu z wartościami obliczonymi pod obciążeniem ciężarem własnym. Wpływ dynamicznego oddziaływania wiatru na kładkę można więc uznać za drugorzędny i niezagrażający bezpieczeństwu kładki.

7. CONCLUSIONS

As a result of wind tunnel model tests and computer analyses regarding the dynamic wind action the following conclusions may be formulated:

- The displacements and stress values obtained as a result of simulations of the dynamic wind action are insignificant, in particular when compared to the values obtained from computations of deadweight loading. Therefore the effect of the dynamic wind action on the footbridge can be considered to be minor and not endanger the footbridge safety.

2. Biorąc pod uwagę wyniki badań eksperymentalnych, nie wystąpią zjawiska aerodynamiczne typu flutter, galopowanie, krytyczne wzbudzenie wirowe.
 3. Kryteria komfortu wibracyjnego przechodniów na analizowanym moście dla pieszych w przypadku drgań występujących rzadko, generowanych przez wiatr są spełnione z dużym zapasem.
2. Considering the results of the experimental research it can be concluded that aerodynamic phenomena such as flutter, galloping or critical vortex induced vibration will not occur.
 3. The criteria of vibration comfort for pedestrians on the analysed footbridge with regard to rarely occurring wind-induced vibration are satisfied with a wide margin.

BIBLIOGRAFIA / REFERENCES

- [1] *Bęc J., Lipecki T., Flaga A.*: Aerodynamic analysis of a sinusoidal footbridge. Proceedings of the Fifth International Symposium on Computational Wind Engineering, Chapel Hill, North Carolina, USA, May 23-27, 2010
- [2] *Flaga A., Lipecki T., Bęc J.*: Quasi-steady approach to the dynamic wind action on footbridges, in: Recent advances in research on environmental effects on buildings and people. Monograph, PAWE, 2010, 31-142
- [3] *Lipecki T., Bęc J., Flaga A., Bosak G.*: Dynamiczne oddziaływanie wiatru na dwa różne mosty dla pieszych przez rzekę Wisłę w Krakowie. Inżynieria i Budownictwo, **66**, 8, 2010, 420-425
- [4] PN-77/B-02011 Obciążenia w obliczeniach statycznych. Obciążenie wiatrem. Wydawnictwa Normalizacyjne, 1985
- [5] PN-EN 1991-1-4:2008 Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje – Część 1-4: Oddziaływania ogólne – Oddziaływania wiatru
- [6] *Flaga A., Błazik-Borowa E., Podgórski J.*: Aerodynamika smukłych budowli i konstrukcji prętowo-ciężnych. Monografia, Politechnika Lubelska, Lublin, 2004
- [7] *Flaga A.*: Quasisteady theory in aerodynamics of slender structures. Sonderforschungsbereich 151 – Tragwerksdynamik, Berichte, 25, 1994, Ruhr Universität Bochum, Germany
- [8] *Flaga A.*: Inżynieria wiatrowa. Podstawy i zastosowania. Arkady, Warszawa, 2008
- [9] *Shinozuka M.*: Stochastic Mechanics, volume 1. Department of Civil Engineering & Engineering Mechanics, Columbia University, New York, USA, 1987
- [10] *Flaga A., Pańtak M.*: Zagadnienia komfortu wietrznego w terenach zabudowanych. Inżynieria i Budownictwo, **63**, 10, 2007, 524-529
- [11] *Flaga A., Błazik-Borowa E., Pańtak M.*: Wind comfort criteria for pedestrians on footbridges. Proceedings of the 12th International Conference on Wind Engineering, Cairns, Australia, 2007, 2623-2630
- [12] *Flaga A., Pańtak M.*: Krzywe komfortu wibracyjnego mostów dla pieszych według normy ISO/CD 10137:2005 i propozycji własnych. Inżynieria i Budownictwo, **62**, 10, 2006, 541-547