

PAWEŁ KOSSAKOWSKI<sup>1)</sup>

## THE NUMERICAL MODELING OF FAILURE OF S235JR STEEL USING GURSON-TVERGAARD-NEEDLEMAN MATERIAL MODEL

## NUMERYCZNE MODELOWANIE ZNISZCZENIA STALI S235JR Z ZASTOSOWANIEM MODELU MATERIAŁU GURSONA-TVERGAARDA-NEEDLEMANA

**STRESZCZENIE.** W artykule przedstawiono założenia modelu materiału porowatego Gursona-Tvergaarda-Needlemana (GTN) będącego obecnie jednym z podstawowych modeli zniszczenia stosowanych w analizach nośności metalowych konstrukcji inżynierskich. Podano praktyczne informacje na temat doboru parametrów materiałowych GTN oraz prowadzenia obliczeń numerycznych w odniesieniu do stali konstrukcyjnych stosowanych w budownictwie i mostownictwie. Przedstawiono przykład numerycznej symulacji zniszczenia elementu rozciąganego wykonanego ze stali S235JR, przeprowadzonej w oparciu o model GTN. Opisano procedurę obliczeniową, wyznaczone parametry mikrostruktury GTN oraz uzyskane wyniki. Zakres symulacji obejmował analizę wytrzymałościową dokonaną w powiązaniu z badaniami wzrostu mikrouszkodzeń zachodzącego w trakcie procesu uplastycznienia materiału. W efekcie przeprowadzonych badań wyznaczono krytyczny udział objętościowy pustek, który może stanowić kryterium mikrostrukturalne odpowiadające przewidywanemu momentowi zniszczenia stali S235JR.

**SŁOWA KLUCZOWE:** GTN, model materiału Gursona-Tvergaarda-Needlemana, most, stal S235JR, zniszczenie.

**ABSTRACT.** The paper presents assumptions of the Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN) model for a porous materials, which is now one of the basic damage material models applied in the analysis of the load-bearing capacity of metal engineering structures. The practical information about the selection of GTN material parameters and performing numerical calculations is given. An example of the numerical simulation of the failure of tensile element made of S235JR steel is presented. The calculation procedure, the determined GTN microstructure parameters and the obtained results are described. The simulations included the strength analysis and the study of the micro-defects growth occurring during the plasticity process is presented. As a result the critical volume void fraction was determined which can be used as a microvoid criterion corresponding to the expected S235JR steel failure.

**KEYWORDS:** bridge, failure, Gurson-Tvergaard-Needleman Material Model, GTN, S235JR steel.

<sup>1)</sup> Wydział Budownictwa i Architektury na Politechnice Świętokrzyskiej; kossak@tu.kielce.pl

## 1. WPROWADZENIE

Sukcesywnie wprowadzane do stosowania w Polsce europejskie normy Eurokod już na etapie projektowania zakładają możliwość wykorzystania plastycznej rezerwy nośności w odniesieniu do stali konstrukcyjnych stosowanych w budownictwie i mostownictwie, jak również do aluminium. Notowane w ostatnich latach awarie i katastrofy budowlane konstrukcji stalowych narzucają wymóg prowadzenia analiz w zakresie nieliniowym, wykraczającym daleko powyżej granicy plastyczności materiału, co wymaga stosowania procedur umożliwiających numeryczną symulację i przewidywanie momentu zniszczenia stali konstrukcyjnych.

W analizach wytrzymałościowych materiałów uplastycznionych w zakresie odkształceń odpowiadających pojawieniu się przewężeń i większych nie znajdują zastosowania powszechnie znane hipotezy wytrzymałościowe, w tym hipoteza Hubera-Misesa-Hencky'ego. Powodem tego jest przyjęcie continuum materialnego, nie uwzględniającego wpływu uszkodzeń mikrostrukturalnych na wytrzymałość materiału. Analizę tego typu zjawisk umożliwia zastosowanie innych, bardziej zaawansowanych modeli zniszczenia, w których zdefiniowany jest stopień uszkodzenia materiału.

Pękanie struktur polikrystalicznych, jakimi są metale, zachodzi według kilku podstawowych schematów. W przypadku pęknięcia ciągliwego (ang. *ductile fracture*) i pęknięcia typu ścięcia (ang. *shear fracture*) proces zniszczenia jest związany z mikrostrukturą materiałową, a ściślej mówiąc z jej mikrouszkodzeniami w postaci pustek. Są one inicjowane na obecnych w materiale wtrąceniach niemetalicznych (ang. *nonmetallic inclusions*) lub wydzieleniach innej fazy (ang. *second-phase particles*), a także powstają w wyniku nukleacji w trakcie procesu odkształcenia. Na Rys. 1 schematycznie pokazano poszczególne fazy pęknięcia ciągliwego na przykładzie próbki rozciąganej o przekroju kołowym. W początkowej fazie deformacji obserwuje się równomierne odkształcanie próbki, obejmujące całą objętość materiału, w którego strukturze występują mikrouszkodzenia (oznaczone na Rys. 1 jako drobne punkty). Stan taki panuje aż do osiągnięcia obciążenia maksymalnego, po przekroczeniu którego, w miejscu w którym ma nastąpić zerwanie, obserwuje się znacznie intensywniejszy wzrost odkształceń (wydłużeń), skutkujący powstaniem tzw. przewężenia, czyli szyjki. Samo tworzenie się szyjki tłumaczone jest najczęściej utratą stateczności odkształcenia plastycznego, która następuje, gdy materiał traci zdolność do dalszego wzmocnienia [1]. W momencie

## 1. INTRODUCTION

The Eurocode standards, which have been successively introduced in Poland, already at the design stage consider the possibility of using the plastic reserve of the load-bearing capacity for both the structural steel and the aluminum used in construction and bridge engineering. Due to the building failures and the steel construction disasters that occurred in recent years, it is advisable to impose the analysing requirements in the non-linear range, which seriously exceeds the yield point of the material and that requires the use of procedures that both enable the numerical simulation and make it possible to predict failure of the structural steel.

The strength analyses of the plasticized (within necking and larger strains) materials do not correlate with the well-known strength hypotheses, including the Huber-Mises-Hencky hypothesis. The reason for that is the adoption of a material continuum which does not take into account the influence of the microstructural damage on the material strength. The analysis of such phenomena is possible thanks to the other, more advanced, damage models for which a material damage degree is defined.

Fracture of polycrystalline structures, such as metals, takes place in accordance with several basic schemas. In the case of both the ductile fracture and the shear fracture the process of failure is related to the material microstructure or, more precisely, to its microdamages in the form of voids. They are initialized on the nonmetallic inclusions or on the second-phase particles existing in the material and result from a nucleation during the process of deformation. Figure 1 shows schematically the different phases of ductile fracture based on the tensile sample with a circular cross-section. At the initial stage of deformation there has been an equal deformation of the sample, covering the whole volume of material in the structure of which the microdamages appear (labeled in Figure 1 as small points). Such state prevails until reaching the maximum loading. When it is exceeded, in the place in which the crack is expected to occur, the considerably more intensive increase of deformations (elongations), resulting in the occurrence of necking, is observed. Formation of the neck itself is usually explained as the loss of stability of plastic deformation which occurs when the material loses its ability to hardening [1]. At the moment of the appearance of necking, the current state of stress in its surrounding changes from the uniaxial to the complex one. The cohesion forces that combine the material matrix with inclusions and second-phase particles are exceeded,

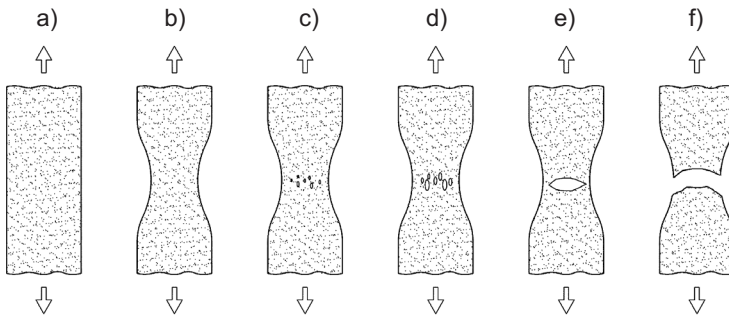


Fig. 1. Ductile fracture micromechanism  
 Rys. 1. Mikromechanizm zniszczenia ciągliwego  
 a) undeformed element / element nieodkształcony,  
 b) necking / przewężenie,  
 c) microdamage nucleation / nukleacja mikrouszkodzeń  
 d) microdamage growth / wzrost mikrouszkodzeń,  
 e) microdamage coalescence resulting in crack initiation /  
 łączenie mikrouszkodzeń prowadzące do inicjacji  
 pęknięcia,  
 f) failure / zniszczenie

pojawienia się przewężenia, w jego otoczeniu dochodzi do zmiany panującego stanu naprężenia z jednoosiowego na złożony. Przekroczone zostają siły spójności łączące matrycę materiałową z wtrąceniami i wydzieleniami innej fazy, skutkiem czego dochodzi do jej oddzielania i powstawania pustek. W środkowej części próbki, a dokładnie w płaszczyźnie szyjki, dochodzi do intensywnego wzrostu i łączenia się mikrouszkodzeń w postaci pustek, a intensywność tego procesu maleje w miarę oddalania się od strefy silnie odkształconej plastycznie. Najistotniejszy wpływ na proces zniszczenia materiału ma wzrost i łączenie się pustek przez zlokalizowane odkształcenia plastyczne. Końcowe rozdzielenie materiału w przypadku pęknięcia ciągliwego objawia się ścięciem zewnętrznego pierścienia próbki i rozdzieleniem części środkowej. Należy zaznaczyć, że mechanizm opisany powyżej, pokazany schematycznie na Rys. 1, dotyczy sytuacji wyidealizowanej, w której szyjka powstaje w jednym miejscu, w połowie wysokości rozciąganej próbki. W warunkach rzeczywistych zachodzi czasami sytuacja, kiedy na skutek wpływu imperfekcji geometrycznych i strukturalnych szyjka powstaje w strefach blisko zamocowań, jak również, gdy powstaje kilka szyjek na długości próbki.

Jednym z pierwszych modeli materiałowych, w którym uwzględniono wpływ wzrostu mikrouszkodzeń, definiowanych jako udział objętościowy pustek, na wytrzymałość materiału był model materiału porowatego Gursona [2], będący w istocie zmodyfikowaną formą hipotezy Hubera-Misesa-Hencky'ego (HMH). W latach późniejszych model Gursona był poddawany różnym modyfikacjom, które opisano w następnym rozdziale.

Modelem, który ugruntował się w literaturze, jak również został zaimplementowany do szeregu profesjonalnych programów obliczeniowych, jest modyfikacja Tvergaarda [3], który wspólnie z Needlemanem [4] opracował i rozwinął metodę określaną w literaturze jako model Gursona-Tvergaarda-Needlemana, w skrócie GTN. Dzięki uwzględnieniu niektórych parametrów mikrostrukturalnych oraz

whereby it comes to its separation and the formation of voids. In the central part of the specimen, to be precise, in the plane of the neck, occurs a rapid growth and coalescence of microdamages in the form of voids, and the intensity of the process decreases depending on the distance from the strongly plastically deformed zone. The most essential influence on the process of the material failure has the growth and the coalescence of voids caused by the localized plastic deformations. The final separation of the material in the case of ductile fracture comes in the form of the shear fracture of the external ring of the specimen and the separation of the central part. It should be emphasized that the above described mechanism, schematically shown in Figure 1, refers to an idealized situation in which the neck is formed at one place, in the half of the height of the tensile specimen. In fact, it sometimes happens that, as the result of the influence of geometrical and structural imperfections, the neck is formed in areas close to the grips. It may also happen that a few necks are formed on the length of the specimen.

One of the first material models, which incorporates the influence of microdamage growth (defined as the void volume fraction) on the material strength, was the Gurson porous material model [2] which, in fact, is a modified form of the Huber-Mises-Hencky (HMH) hypothesis. In the following years, Gurson model was subjected to various modifications, which are described in the next section.

A model that has been established in the literature and implemented into the number of professional computing programs, is the modification introduced by Tvergaard [3] who together with Needleman [4] designed and developed the method known in the literature as a model of Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN). Thanks to the incorporation of certain microstructural parameters and the plastic properties of the material, the GTN method enables the modeling of plastic ranges until the failure of a number of porous materials, including various types of structural steel used in bridge engineering, such as S235 and S355 [5, 6].

własności plastycznych materiału, metoda GTN umożliwia modelowanie zakresów plastycznych aż do zniszczenia szeregu materiałów porowatych, w tym różnego rodzaju stali konstrukcyjnych stosowanych w mostownictwie, takich jak S235 i S355 [5, 6].

Zmodyfikowany model Gursona-Tvergaarda-Needlemana jest obecnie podstawowym modelem zniszczenia zalecanym przez europejskie normy Eurokod [7] oraz literaturę [8] do stosowania w analizach nośności konstrukcji stalowych, które pracują w zakresach nieliniowych oraz stanach awaryjnych. W odniesieniu do stali konstrukcyjnych zastosowanie modelu GTN daje dobrą zbieżność wyników uzyskanych na drodze obliczeń numerycznych i badań eksperymentalnych [9 - 11].

Artykuł ma na celu przybliżenie inżynierom i naukowcom związanym z mostownictwem modelu materiału porowatego Gursona-Tvergaarda-Needlemana (GTN), jak również podanie praktycznych informacji na temat doboru parametrów materiałowych oraz prowadzenia obliczeń numerycznych. Model GTN może mieć szczególne zastosowanie w trakcie opracowywania ekspertyz dotyczących bezpieczeństwa użytkowania obiektów mostowych w sytuacji wystąpienia awarii. W artykule przedstawiono również przykład numerycznej symulacji rozciągania elementu wykonanego ze stali S235JR, opisując sposób prowadzenia obliczeń, wyznaczone parametry mikrostruktury GTN oraz uzyskane wyniki.

## 2. MODEL GTN DLA MATERIAŁU POROWATEGO

Oryginalny model materiału porowatego Gursona [2] został oparty na założeniu, że udział pustki w funkcji potencjału plastycznego uwzględniony jest nie przez jej objętość, lecz udział objętościowy  $f$ , zgodnie z zależnością:

$$\Phi = \left( \frac{\sigma_e}{\sigma_0} \right)^2 + 2f \cosh \left( -\frac{3\sigma_m}{2\sigma_0} \right) - 1 - f^2 = 0, \quad (1)$$

gdzie:

- $\sigma_e$  – naprężenie efektywne według hipotezy HMM,
- $\sigma_0$  – granica plastyczności,
- $\sigma_m$  – naprężenie średnie (ciśnienie hydrostatyczne),
- $f$  – wartość udziału objętościowego pustek.

Warunek (1) w latach późniejszych podlegał różnym modyfikacjom. Z najistotniejszych zmian należy wymienić wprowadzenie przez Tvergaarda tzw. współczynników  $q_i$ ,

The modified Gurson-Tvergaard-Needleman model is at present the basic damage model recommended by the Eurocode standards [7] and the literature [8] in load-bearing analysis of steel structures that work in both the non-linear ranges and the emergency situations. Regarding the use of structural steel, GTN model provides a good convergence of the results obtained by both the numerical calculations and the experimental research [9 - 11].

The aim of this publication is to acquaint engineers and scientists, associated with the bridge engineering, with the Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN) porous material model, as well as provide practical information on the selection of material parameters and numerical calculations. The GTN model may be particularly useful when developing expertise related to the contingency plans in the event of bridge failures. The paper also presents an example of numerical analysis of a tensile element made of steel S235JR and describes the method of calculation, the designated GTN microstructure parameters and the results.

## 2. THE GTN MODEL FOR THE POROUS MATERIAL

The original Gurson porous material model [2] was based on the assumption that the proportion of void in the plastic potential function is not taken into account by its volume, but by the volume fraction  $f$ , according to the formula:

$$\Phi = \left( \frac{\sigma_e}{\sigma_0} \right)^2 + 2f \cosh \left( -\frac{3\sigma_m}{2\sigma_0} \right) - 1 - f^2 = 0, \quad (1)$$

where:

- $\sigma_e$  – effective stress according to HMM hypothesis,
- $\sigma_0$  – yield point,
- $\sigma_m$  – mean stress (hydrostatic pressure),
- $f$  – value of void volume fraction.

As mentioned before, the condition (1) was later subjected to various modifications. The most significant changes include the introduction of so-called coefficients  $q_i$  introduced by Tvergaard and called after his name “Tvergaard parameters”, which define some plastic properties of the material [3]. The yield condition of the modified Gurson model, taking into account the Tvergaard coefficients, has got the form [3]:

$$\Phi = \left( \frac{\sigma_e}{\sigma_0} \right)^2 + 2q_1 f \cosh \left( -q_2 \frac{3\sigma_m}{2\sigma_0} \right) - (1 + q_3 f^2) = 0. \quad (2)$$



nazywanych od jego nazwiska parametrami Tvergaarda, które definiują pewne własności plastyczne materiału [3]. Warunek plastyczności zmodyfikowanego modelu Gursona uwzględniającego współczynniki Tvergaarda otrzymał postać [3]:

$$\Phi = \left( \frac{\sigma_e}{\sigma_0} \right)^2 + 2q_1 f \cosh \left( -q_2 \frac{3\sigma_m}{2\sigma_0} \right) - (1 + q_3 f^2) = 0. \quad (2)$$

Wartości typowe dla materiałów metalowych określone zostały przez Tvergaarda jako [3, 12]:

$$q_i = \begin{cases} q_1 = 1,5, \\ q_2 = 1,0, \\ q_3 = q_1^2 = 2,25. \end{cases} \quad (3)$$

Kolejną zmianą była modyfikacja bieżącej wartości udziału objętościowego pustek  $f$  (ang. *Void Volume Fraction*, w skrócie *VVF*), wprowadzona przez Tveergaarda i Needlemana [4], zgodnie z funkcją:

$$f^* = \begin{cases} f & \text{dla } f \leq f_c, \\ f_c + \frac{1/q_1 - f_c}{f_F - f_c} (f - f_c) & \text{dla } f_c < f, \end{cases} \quad (4)$$

gdzie:

$f_c$  – krytyczny udział objętościowy pustek odpowiadający początkowi ich łączenia,

$f_F$  – krytyczny udział objętościowy pustek odpowiadający zniszczeniu materiału.

Uwzględniając opisane powyżej modyfikacje, obecnie warunek plastyczności GTN określony jest najczęściej jako:

$$\Phi = \left( \frac{\sigma_e}{\sigma_0} \right)^2 + 2q_1 f^* \cosh \left( -q_2 \frac{3\sigma_m}{2\sigma_0} \right) - (1 + q_3 f^{*2}) = 0, \quad (5)$$

gdzie:

$\sigma_e$  – naprężenie efektywne według hipotezy Hubera-Misesa-Hencky'ego,

$\sigma_0$  – granica plastyczności,

$\sigma_m$  – naprężenie średnie (ciśnienie hydrostatyczne),

$f^*$  – bieżąca wartość udziału objętościowego pustek,

$q_i$  – współczynniki Tvergaarda.

Bieżącą wartość udziału objętościowego pustek  $f^*$  opisuje zależność:

Typical values for metallic materials were determined by Tvergaard as [3, 12]:

$$q_i = \begin{cases} q_1 = 1.5, \\ q_2 = 1.0, \\ q_3 = q_1^2 = 2.25. \end{cases} \quad (3)$$

Another change was the modification of the current value of void volume fraction (*VVF*)  $f$ , introduced by Tveergaard and Needleman [4] according to the following function:

$$f^* = \begin{cases} f & \text{for } f \leq f_c, \\ f_c + \frac{1/q_1 - f_c}{f_F - f_c} (f - f_c) & \text{for } f_c < f, \end{cases} \quad (4)$$

where:

$f_c$  – critical void volume fraction corresponding to the onset of their coalescence,

$f_F$  – critical void volume fraction corresponding to the material failure.

Taking into consideration the modifications described above, at present the GTN yield condition is usually defined as follows:

$$\Phi = \left( \frac{\sigma_e}{\sigma_0} \right)^2 + 2q_1 f^* \cosh \left( -q_2 \frac{3\sigma_m}{2\sigma_0} \right) - (1 + q_3 f^{*2}) = 0, \quad (5)$$

where:

$\sigma_e$  – effective stress according to the Huber-Mises-Hencky hypothesis,

$\sigma_0$  – yield point,

$\sigma_m$  – mean stress (hydrostatic pressure),

$f^*$  – current void volume fraction,

$q_i$  – Tvergaard coefficients.

The current void volume fraction  $f^*$  is determined by the following formula:

$$f^* = \begin{cases} f & \text{for } f \leq f_c, \\ f_c + \frac{\bar{f}_F - f_c}{f_F - f_c} (f - f_c) & \text{for } f_c < f < f_F, \\ \bar{f}_F & \text{for } f \geq f_F, \end{cases} \quad (6)$$

where:

$f_c$  – critical void volume fraction corresponding to the onset of their coalescence,

$f_F$  – critical void volume fraction corresponding to the material failure,

$$f^* = \begin{cases} f & \text{dla } f \leq f_c, \\ f_c + \frac{\bar{f}_F - f_c}{f_F - f_c} (f - f_c) & \text{dla } f_c < f < f_F, \\ \bar{f}_F & \text{dla } f \geq f_F, \end{cases} \quad (6)$$

gdzie:

$f_c$  – krytyczny udział objętościowy pustek odpowiadający początkowi łączenia się pustek,

$f_F$  – krytyczny udział objętościowy pustek odpowiadający zniszczeniu materiału,

$\bar{f}_F$  – współczynnik definiujący prędkość wzrostu  $f^*$  opisany zależnością:

$$\bar{f}_F = (q_1 + \sqrt{q_1^2 - q_3}) / q_3.$$

Udział objętościowy pustek istniejących w strukturze materiału określa wielkość  $f_0$ , odnosząca się do jego pierwotnej porowatości. Oznacza to, że w sytuacji początkowej, gdy materiał nie został jeszcze poddany procesowi deformacji, bieżąca wartość udziału objętościowego pustek wynosi  $f^* = f_0$ . Zarówno bieżąca wartość udziału objętościowego pustek  $f^*$  (VVF), jak i krytyczne wartości  $f_c$  oraz  $f_F$  odnoszone są do macierzy materiałowej złożonej z wydzielonych elementów o ściśle określonych wymiarach, co w symulacjach numerycznych prowadzonych w oparciu o metodę elementów skończonych MES odpowiada pojedynczym elementom skończonym.

Proces wzrostu pustek opisywany jest najczęściej za pomocą następującego modelu:

$$\dot{f} = \dot{f}_{gr} + \dot{f}_{nucl} = (1 - f) \dot{\varepsilon}^{pl} : \mathbf{I} + \frac{f_N}{s_N \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon_{em}^{pl} - \varepsilon_N}{s_N} \right)^2 \right] \cdot \dot{\varepsilon}_{em}^{pl}, \quad (7)$$

gdzie:

$\dot{f}$  – wzrost udziału objętościowego pustek,

$\dot{f}_{gr}$  – wzrost udziału objętościowego pustek istniejących w materiale,

$\dot{f}_{nucl}$  – wzrost udziału objętościowego pustek spowodowany ich nukleacją,

$f_N$  – udział objętościowy pustek nukleowanych,

$s_N$  – odchylenie standardowe odkształcenia nukleacji pustek,

$\dot{\varepsilon}^{pl}$  – tensor prędkości przyrostu odkształceń plastycznych,

$\bar{f}_F$  – the coefficient defining the rate of growth  $f^*$  described by the following relation:

$$\bar{f}_F = (q_1 + \sqrt{q_1^2 - q_3}) / q_3.$$

The volume fraction of voids existing in the structure of the material is determined by the coefficient  $f_0$  which refers to the original porosity. This indicates that in the initial situation, when the material has not yet been subjected to the deformation process, the current value of the void volume fraction equals  $f^* = f_0$ . Both the current value of void volume fraction  $f^*$  (VVF) and the critical values of  $f_c$  and  $f_F$  refer to the matrix material consisting of separate components with specific dimensions, what in the numerical simulations, carried out on the basis of the finite element method (FEM), corresponds to single finite elements.

The growth of voids is usually described using the following model:

$$\dot{f} = \dot{f}_{gr} + \dot{f}_{nucl} = (1 - f) \dot{\varepsilon}^{pl} : \mathbf{I} + \frac{f_N}{s_N \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon_{em}^{pl} - \varepsilon_N}{s_N} \right)^2 \right] \cdot \dot{\varepsilon}_{em}^{pl}, \quad (7)$$

where:

$\dot{f}$  – growth of the void volume fraction,

$\dot{f}_{gr}$  – growth of the volume fraction of voids existing in the material,

$\dot{f}_{nucl}$  – growth of the volume fraction of voids due to their nucleation,

$f_N$  – the volume fraction of voids nucleated,

$s_N$  – standard deviation of void nucleation strain,

$\dot{\varepsilon}^{pl}$  – tensor of plastic strain rate increase,

$\mathbf{I}$  – second-order tensor defining the growth rate of plastic strain,

$\varepsilon_N$  – the mean void nucleation strain,

$\varepsilon_{em}^{pl}$  – equivalent plastic strain,

$\dot{\varepsilon}_{em}^{pl}$  – equivalent plastic strain growth rate.

It should be pointed out that the process of microdamage growth is still the subject of intense research, and equation (7) is subjected to various modifications [e.g. 13].

- $\mathbf{I}$  – tensor drugiego rzędu definiujący prędkość przyrostu odkształceń plastycznych,
- $\varepsilon_N$  – średnie odkształcenie nukleacji pustek,
- $\varepsilon_{em}^{pl}$  – zastępcze odkształcenie plastyczne,
- $\dot{\varepsilon}_{em}^{pl}$  – prędkość przyrostu zastępczego odkształcenia plastycznego.

Należy zaznaczyć, że proces wzrostu mikrouszkodzeń w dalszym ciągu jest przedmiotem intensywnych badań, a relacja (7) poddawana jest różnym modyfikacjom [13].

### 3. PARAMETRY MATERIAŁOWE MODELU GTN DLA STALI KONSTRUKCYJNYCH

Model GTN jest modelem skomplikowanym, opisanym przez szereg wielkości. Poniżej scharakteryzowano jego poszczególne parametry przedstawiając sposób ich wyznaczania lub przyjmowania, a także podano wartości typowe, stosowane w odniesieniu do stali konstrukcyjnych.

#### Parametry sprężysto-plastyczne materiału

Parametry sprężyste najczęściej opisywane są za pomocą współczynnika sprężystości podłużnej  $E$  i liczby Poissona  $\nu$ , które dla stali można przyjąć odpowiednio  $E = 205$  GPa oraz  $\nu = 0,3$ . W celu zdefiniowania własności plastycznych materiału konieczne jest określenie granicy plastyczności  $\sigma_0$  oraz wartości rzeczywistych naprężeń normalnych  $\sigma$  w funkcji odpowiadających im odkształceń  $\varepsilon$  w zakresie plastycznym. Nieliniową relację  $\sigma(\varepsilon)$  można opisać za pomocą modeli upraszczających, np. modelu Ramberga-Osgooda.

#### Udział objętościowy pustek istniejących w materiale $f_0$

Wielkość  $f_0$  określa początkowy udział objętościowy pustek znajdujących się w materiale i odnosi się do jego porowatości. Udział objętościowy pustek  $f_0$  wyznacza się w trakcie badań mikrostrukturalnych przy użyciu np. techniki skaningowej, odnosząc powierzchnię wtrąceń i wydzieleń do powierzchni referencyjnej. Możliwe jest również wyznaczenie porowatości początkowej zgodnie z prawem Archimedesusa i tym samym określenie  $f_0$ . Alternatywną metodą jest przyjęcie maksymalnej dopuszczalnej zawartości wtrąceń i wydzieleń dla danego materiału, założenie ich sferycznego kształtu i obliczenie wielkości  $f_0$ .

### 3. MATERIAL PARAMETERS OF THE GTN MODEL FOR THE STRUCTURAL STEELS

The GTN model is a complicated one as it is described by a number of parameters. Presented below are its individual parameters described through the presentation of the way they have been determined or assumed. The typical values applied to structural steels are also described below.

#### Elastic-plastic material parameters

Elastic parameters are usually described by the longitudinal elasticity coefficient  $E$  and the Poisson's ratio  $\nu$ , which can be assumed for steel as  $E = 205$  GPa and  $\nu = 0.3$ . In order to define the plastic properties of a material, it is necessary to determine both the yield point  $\sigma_0$  and the value of the true normal stress  $\sigma$  in a function of the corresponding to them strains  $\varepsilon$  in the plastic range. The non-linear relationship  $\sigma(\varepsilon)$  can be described by the simplified models, e.g. the Ramberg-Osgood model.

#### The volume fraction of voids existing in the material $f_0$

The rate  $f_0$  specifies the initial void volume fraction in the material and refers to its porosity. Void volume fraction  $f_0$  is determined by conducting the microstructural studies using e.g. the scanning techniques and addressing the inclusions and particles surface to the reference surface. It is also possible to determine the initial porosity in accordance to the law of Archimedes and thus determine the  $f_0$ . An alternative method is the assumption of a maximum content of inclusions and particles for a given material, as well as their spherical shape and the calculation of the parameter  $f_0$ .

#### Tvergaard coefficients $q_i$

Typical values of the Tvergaard coefficients assumed for metallic materials are the rates  $q_1 = 1.5$ ,  $q_2 = 1.0$  and  $q_3 = q_1^2 = 2.25$  [3, 12]. These values were for many years treated as constants, and are often found in the literature. Studies conducted in the later years showed that the Tvergaard coefficients are dependent on the elastic and strength properties of the material, i.e. the coefficient of the longitudinal elasticity  $E$ , the yield point  $\sigma_0$  and the hardening exponent  $N$  [14].

## Współczynniki Tvergaarda $q_i$

Typowymi wartościami współczynników Tvergaarda przyjmowanymi dla materiałów metalowych są wielkości  $q_1 = 1,5$ ;  $q_2 = 1,0$  oraz  $q_3 = q_1^2 = 2,25$  [3, 12]. Wartości te przez lata traktowano jako stałe i są one często spotykane w literaturze. W przeprowadzonych w latach późniejszych badaniach wykazano, że współczynniki Tvergaarda zależne są od własności sprężysto-wytrzymałościowych materiału, tj. współczynnika sprężystości podłużnej  $E$ , granicy plastyczności  $\sigma_0$  oraz wykładnika umocnienia  $N$  [14].

## Krytyczny udział objętościowy pustek odpowiadający początkowi łączenia się pustek $f_c$

Zgodnie z wynikami badań Richelsena i Tvergaarda [15] wielkość  $f_c$  jest powiązana z początkowym udziałem objętościowym pustek  $f_0$ . Przyjmuje się, że minimalna wartość krytycznego udziału objętościowego pustek odpowiadającego początkowi łączenia się pustek wynosi  $f_c = 0,04$  dla  $f_0 = 0$ , osiągając maksimum  $f_c = 0,12$  dla  $f_0 = 0,06$ . Wielkość  $f_c$  może być wyznaczana w trakcie symulacji numerycznych na zasadzie kalibracji krzywej wytrzymałościowej wyznaczonej obliczeniowo i eksperymentalnie.

## Krytyczny udział objętościowy pustek odpowiadający zniszczeniu materiału $f_F$

Maksymalną teoretyczną wartością tego parametru jest  $f_F = 0,667$ . Jednakże z obserwacji wynika, że materiały metalowe niszczą się przy dużo niższych udziałach objętościowych pustek, w granicach  $f_F = 0,10 \div 0,25$ . Zależnością podawaną w literaturze jest relacja wiążąca krytyczny udział objętościowy pustek odpowiadający zniszczeniu materiału  $f_F$  z udziałem objętościowym pustek istniejących w materiale  $f_0$  w postaci:  $f_F = 0,15 + 2 f_0$  [16].

## Udział objętościowy pustek nukleowanych $f_N$

Wielkość  $f_N$  wyznaczana jest w trakcie badań mikrostrukturalnych materiału poddanego odkształceniu, analogicznie jak w przypadku  $f_0$ . Z uwagi na bardzo małe rozmiary nukleowanych mikrouszkodzeń, eksperymentalne wyznaczenie parametru  $f_N$  jest zagadnieniem trudnym. Dla stali konstrukcyjnych typową wartością udziału objętościowego pustek nukleowanych jest  $f_N = 0,04$ .

## The critical void volume fraction corresponding to the onset of void coalescence $f_c$

According to the results of researches conducted by Tvergaard and Richelsen [15] the parameter  $f_c$  is related to the initial void volume fraction  $f_0$ . It is assumed that the minimum value of the critical void volume fraction corresponding to the onset of void coalescence equals  $f_c = 0.04$  for  $f_0 = 0$ , reaching the maximum  $f_c = 0.12$  for  $f_0 = 0.06$ . The parameter  $f_c$  can be determined during numerical simulations on the basis of the calibration of the computationally and experimentally determined strength curve.

## The critical void volume fraction corresponding to the material damage $f_F$

The maximum theoretical value for this parameter is  $f_F = 0.667$ . However, the observations show that metallic materials are subjected to damage at much lower void volume fractions, within the limits of  $f_F = 0.10 \div 0.25$ . A relation appearing in the literature is the relation that binds the critical void volume fraction corresponding to the material damage  $f_F$  with a volume fraction of voids existing in the material  $f_0$  in the form of  $f_F = 0.15 + 2 f_0$  [16].

## Volume fraction of nucleated voids $f_N$

Parameter  $f_N$  is determined by conducting the microstructural analysis of the material subjected to deformation, as in the case of  $f_0$ . Due to a very small dimensions of nucleated microdamages, the experimental determination of the parameter  $f_N$  is a difficult issue. A typical value of the nucleated void volume fraction for structural steels is  $f_N = 0.04$ .

## The mean strain of void nucleation $\varepsilon_N$

The parameter  $\varepsilon_N$  determines the level of strains related to nucleation that is formation of new voids. The strain of nucleation  $\varepsilon_N$  can be determined experimentally, for example by means of electro-mechanical technology DCPD (*Direct Current Potential Drop*). The typical value for structural steels is  $\varepsilon_N = 0.30$ .

## The standard deviation of the void nucleation strain $s_N$

The GTN model assumes a normal distribution of the void nucleation strain  $\varepsilon_N$  whose value is adopted in the range  $s_N = 0.01 \div 0.10$ .



### Średnie odkształcenie nukleacji pustek $\varepsilon_N$

Parametr  $\varepsilon_N$  określa poziom odkształceń przy których dochodzi do nukleacji, czyli powstawania nowych pustek. Odkształcenie nukleacji  $\varepsilon_N$  może być wyznaczane eksperymentalnie, np. za pomocą elektromechanicznej techniki DCPD (ang. *Direct Current Potential Drop*). Wielkością typową dla stali konstrukcyjnych jest  $\varepsilon_N = 0,30$ .

### Odchylenie standardowe odkształcenia nukleacji pustek $s_N$

W modelu GTN zakłada się normalny rozkład odkształcenia nukleacji pustek  $\varepsilon_N$  o odchyleniu standardowym  $s_N$ , którego wartość jest przyjmowana w zakresie  $s_N = 0,01 \div 0,10$ .

## 4. NUMERYCZNE MODELOWANIE PLASTYCZNEGO ZAKRESU PRACY MATERIAŁU W OPARCIU O MODEL GTN

Prowadzenie obliczeń w sytuacji, gdy materiał pracuje w zakresie plastycznym jest zagadnieniem skomplikowanym, a inżynier prowadzący tego typu obliczenia może w ich trakcie napotkać szereg problemów. Podstawową trudnością jest fakt, że wiele popularnych programów obliczeniowych stosowanych w Polsce w ogóle nie umożliwia definiowania własności sprężysto-plastycznych materiałów, a co za tym idzie analiza zakresów nieliniowych jest niemożliwa. Model GTN jest zaimplementowany w zaawansowanych programach opartych o metodę elementów skończonych, takich jak Abaqus, ANSYS, ADINA i inne, natomiast w szeregu programów inżynierskich nie jest on dostępny.

Kolejnym problemem jest fakt, że w trakcie symulacji procesów pęknięcia ciągłego przy użyciu metody elementów skończonych pojawia się tzw. efekt skali siatki (ang. *mesh-size effect*), mający przełożenie na uzyskiwane wyniki. Efekt ten jest wyraźnie widoczny w przypadku zastosowania modelu GTN, w postaci zjawiska osłabienia wytrzymałości materiału (ang. *softening*), wyróżniającego się obniżeniem końcowej części wykresu wytrzymałościowego. Co prawda opracowano kilka metod, za pomocą których efekt osłabienia jest minimalizowany, jednak z uwagi na brak implementacji tych metod w dostępnym na rynku oprogramowaniu ich praktyczne zastosowanie jest mocno ograniczone. Najprostszym sposobem minimalizacji efektu osłabienia jest stosowanie siatki o odpowiednich wymiarach, np. w oparciu o tzw. wymiar charakterystyczny

## 4. NUMERICAL MODELING OF THE PLASTIC RANGE OF THE MATERIAL WORK ON THE BASIS OF THE GTN MODEL

Conducting calculations when the material works in the plastic range is a complicated matter and an engineer doing such calculations may encounter several problems. The main difficulty is the fact that many popular calculation programs applicable in Poland do not enable defining the elastic-plastic properties of materials and thus the analysis of the non-linear ranges is not possible. The GTN model is implemented in the advanced programs based on the finite element method such as Abaqus, ANSYS, ADINA and others, however it is not available in a number of engineering programs.

Another problem is the fact that during the simulation of ductile fracture, using the finite elements method, appears the mesh-size effect which has an impact on the obtained results. This softening effect is clearly visible in the case of GTN model application and is characterized by lowering the final part of the strength curve. Although several methods of its minimizing have been developed, due to the lack of implementation of these methods in commercially available software, their practical use is severely limited. The simplest method of the softening effect minimization is the use of a properly sized mesh e.g. on the basis of the so-called characteristic length. This dimension, in case of the structural steel, is in the range from 200 to 300  $\mu\text{m}$  and the mesh of the numerical model should have the same minimal dimensions. Another method is the determination of the area in a numerical model that constitutes a process zone in which the failure of a material is expected. Applying in this area a material model that takes into consideration the influence of microdamages on its strength, that is a cell model, e.g. the GTN model. A model of the elastic-plastic material [11, 17] is applied in the remaining part of the element. Such an approach in the calculation gives a qualitatively better results compared to the classical one due to the fact that it reflects the actual phenomena and processes which take place in the material structure, especially the microdamage evolution. However, in the event of complicated cases, an incorrectly determined process zone may result in calculation errors, and therefore the application of this method seems to be limited.

It should also be noted that simulating the inelastic states often requires numerical calculations using the dynamic

(ang. *characteristic length*). Wymiar ten w przypadku stali konstrukcyjnych waha się w granicach  $200 \div 300 \mu\text{m}$  i takie minimalne wymiary powinna mieć siatka modelu numerycznego. Kolejną metodą jest wydzielenie w modelu numerycznym obszaru, w którym spodziewane jest zniszczenie materiału (ang. *process zone*) i zastosowanie tam modelu materiałowego uwzględniającego wpływ mikrouszkodzeń na jego wytrzymałość (ang. *cell model*), np. modelu GTN. W pozostałej części elementu stosuje się model materiału sprężysto-plastycznego [11, 17]. Zastosowanie w obliczeniach takiego podejścia daje jakościowo lepsze wyniki w porównaniu z podejściem klasycznym, gdyż odzwierciedla rzeczywiste zjawiska i procesy jakie zachodzą w strukturze materiału, głównie ewolucję mikrouszkodzeń. Jednak w przypadkach skomplikowanych niepoprawne przyjęcie strefy zniszczenia może prowadzić do błędów obliczeniowych i z tego względu stosowanie tej metody wydaje się być ograniczone.

Należy również dodać, że symulując stany pozasprężyste często konieczne jest prowadzenie obliczeń numerycznych przy użyciu modułów analizy dynamicznej (np. Abaqus Explicit), co w przypadku długich czasów zadań stawia duże wymagania jednostkom obliczeniowym.

## 5. PRZYKŁAD SYMULACJI ZNISZCZENIA STALI S235JR Z WYKORZYSTANIEM MODELU GTN

Model GTN jest podstawowym modelem zniszczenia zalecanym przez normatywy i literaturę do stosowania w analizach stanów pozasprężystych konstrukcji metalowych. Z praktycznego punktu widzenia interesująca jest możliwość prowadzenia obliczeń w całym zakresie pracy elementu i materiału, tj. od stanu nieobciążonego aż do zniszczenia. Poniżej przedstawiono przykład symulacji numerycznej elementu rozciąganego wykonanego ze stali S235JR, która jest jednym z podstawowych gatunków stosowanych w mostownictwie. Stal S235JR zalicza się do grupy stali niskowęglowych o maksymalnej zawartości węgla 0,2 % oraz maksymalnych zawartościach pierwiastków: Mn = 1,40%, P = 0,035%, S = 0,035% oraz N = 0,012%.

Przeprowadzona analiza obejmuje dwa zasadnicze zakresy: określenie parametrów mikrostruktury GTN oraz modelowanie numeryczne statycznej próby rozciągania elementu o przekroju kołowym wraz z symulacją zniszczenia stali S235JR w oparciu o model GTN. W pierwszym etapie określono parametry wytrzymałościowe stali S235JR

analysis modules (e.g. Abaqus Explicit) which, in case of long-term tasks demands certain requirements from the calculation units.

## 5. EXAMPLE SIMULATION OF FAILURE OF S235JR STEEL USING THE GTN MODEL

The GTN model is a basic failure model recommended by the standards and the literature for use in the analysis of the inelastic states of metal structures. From a practical perspective, the possibility of conducting calculations in the entire range of the material and the element operation, i.e. the unloaded state until the failure is interesting. Presented below is an example of the numerical simulation of a tensile element made of S235JR steel, which is one of the basic materials used in the bridge engineering. The S235JR steel belongs to a group of low carbon steels having a maximum carbon content of 0.2% and the maximum content of the following elements: Mn = 1.40%, P = 0.035%, S = 0.035% and N = 0.012%. The analysis includes two major ranges: defining the parameters of the GTN microstructure and the numerical modeling of the static tensile strength tests of the element with a circular cross-section with the S235JR steel failure simulation based on the GTN model. The first stage of the simulation has defined the S235JR steel strength parameters based on a standard static tensile strength tests for specimens with a circular cross-section, in accordance with [18]. The test was performed using the MTS 322 testing machine with a load-bearing capacity of 100 kN and the hydraulic drive with a controlled increase of displacement. The applied specimens had the nominal diameter  $d = 10 \text{ mm}$  and the length of the measuring base  $L = 50 \text{ mm}$ . The sample size was  $n = 8$  specimens. Average strength parameters for the significance level of 0.05 were: yield point  $\sigma_0 = 318 \pm 2.59 \text{ MPa}$ , with a standard deviation  $s = 3.73 \text{ MPa}$  and the tensile strength  $\sigma_m = 457 \pm 4.91 \text{ MPa}$  with a standard deviation  $s = 7.09 \text{ MPa}$ . A mean elongation was  $A = 33.3 \pm 1.47\%$  [11]. The strength parameters obtained from the test enabled the approximation of the tensile curve  $\sigma(\varepsilon)$  according to the following model [11]:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\sigma}{E} && \text{for } \sigma < \sigma_0, \\ \varepsilon &= \frac{\varepsilon_u - \varepsilon_0}{\sigma_u - \sigma_0} (\sigma - \sigma_0) + \varepsilon_0 && \text{for } \sigma_0 \leq \sigma \leq \sigma_u, \\ \varepsilon &= \varepsilon_0 + \frac{\sigma_n}{E} \left( \frac{\sigma}{\sigma_n} \right)^{1/N} && \text{for } \sigma > \sigma_u, \end{aligned} \quad (8)$$

w oparciu o standardową próbę statycznego rozciągania próbek o przekroju kołowym według [18]. Próbę prowadzono przy użyciu maszyny wytrzymałościowej MTS 322 o nośności 100 kN i napędzie hydraulicznym przy kontrolowanym przyroście przemieszczenia. Zastosowano próbki o średnicy nominalnej  $d = 10$  mm i długości bazy pomiarowej  $L = 50$  mm. Liczebność próby wynosiła  $n = 8$  próbek. Średnie parametry wytrzymałościowe dla poziomu istotności 0,05 wyniosły: granica plastyczności  $\sigma_0 = 318 \pm 2,59$  MPa z odchyleniem standardowym  $s = 3,73$  MPa oraz wytrzymałość na rozciąganie  $\sigma_m = 457 \pm 4,91$  MPa z odchyleniem standardowym  $s = 7,09$  MPa. Średnie wydłużenie wyniosło  $A = 33,3 \pm 1,47\%$  [11].

Uzyskane parametry wytrzymałościowe pozwoliły na dokonanie aproksymacji krzywej rozciągania  $\sigma(\varepsilon)$  według poniższego modelu [11]:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\sigma}{E} && \text{dla } \sigma < \sigma_0, \\ \varepsilon &= \frac{\varepsilon_u - \varepsilon_0}{\sigma_u - \sigma_0} (\sigma - \sigma_0) + \varepsilon_0 && \text{dla } \sigma_0 \leq \sigma \leq \sigma_u, \quad (8) \\ \varepsilon &= \varepsilon_0 + \frac{\sigma_n}{E} \left( \frac{\sigma}{\sigma_n} \right)^{1/N} && \text{dla } \sigma > \sigma_u, \end{aligned}$$

gdzie:

- $\varepsilon$  – odkształcenie,
- $\varepsilon_0$  – odkształcenie odpowiadające granicy plastyczności,
- $\varepsilon_u$  – odkształcenie odpowiadające początkowi umocnienia,
- $\sigma$  – naprężenie,
- $\sigma_0$  – granica plastyczności,
- $\sigma_u$  – naprężenie odpowiadające początkowi umocnienia,
- $\sigma_n$  – naprężenie odpowiadające początkowi nieliniowej części krzywej,
- $E$  – współczynnik sprężystości podłużnej,
- $N$  – wykładnik umocnienia.

Model opisany zależnością (8) pozwolił na wyznaczenie wartości rzeczywistych naprężeń i odkształceń w relacji  $\sigma(\varepsilon)$ , za pomocą których zdefiniowano parametry sprężysto-plastyczne stali S235JR. W Tabelicy 1 podano własności sprężysto-plastyczne, natomiast na Rys. 2 pokazano krzywą aproksymacyjną  $\sigma(\varepsilon)$  wyznaczoną na podstawie modelu (8) dla badanego materiału.

where:

- $\varepsilon$  – strain,
- $\varepsilon_0$  – strain corresponding to the yield point,
- $\varepsilon_u$  – strain corresponding to the onset of hardening,
- $\sigma$  – stress,
- $\sigma_0$  – yield point,
- $\sigma_u$  – stress corresponding to the onset of hardening,
- $\sigma_n$  – stress corresponding to the onset of the non-linear part of curve,
- $E$  – modulus of longitudinal elasticity,
- $N$  – hardening exponent.

The model described by the relation (8) enabled the estimation of the true values of stress and strain in relation  $\sigma(\varepsilon)$  which were used to define the elastic-plastic parameters of steel S235JR. Table 1 presents the elastic-plastic properties, whereas Fig. 2 shows the approximate curve  $\sigma(\varepsilon)$  determined on the basis of the model (8) for the analysed material.

The GTN model parameters have been determined on the basis of the results of microstructural analyses, strength properties of steel S235JR and numerical simulations of tensile tests. The initial void volume fraction  $f_0$  has been assumed as a mean value for the analysed material on the basis of the test results [9 - 11, 19], i.e. at the level  $f_0 = 0.001 = 0.10\%$ . The Tvergaard coefficients have been determined using the results of research conducted by Faleskog et al. included in [14]. The ratio  $\sigma_0/E = 0.00155$  is determined by the yield point obtained from the strength tests. The values of the Tvergaard coefficients for the hardening exponent  $N = 0.195$  have been determined as  $q_1 = 1.91$ ,  $q_2 = 0.79$  and  $q_3 = 3.65$ .

The other GTN model parameters have been determined based on an analysis of the tensile curves  $\sigma(\varepsilon)$ , which were specified during the strength tests and the numerical simulations. The GTN material parameters have been iteratively changed within certain limits and the convergence of the numerically and experimentally obtained values has been established as an optimization criterion.

The critical value of void fraction  $f_c$ , which corresponds to the onset of void coalescence, has been determined as  $f_c = 0.06$ , as suggested by Richelsen and Tvergaard [15] and depending on the initial void volume fraction  $f_0$ . Void volume fraction  $f_F$ , corresponding to the material failure, has been determined as  $f_F = 0.25$ , what corresponds to a value that has been assumed in studies [4, 15].

Table 1. The elastic-plastic properties for S235JR steel [11]  
 Tablica 1. Własności sprężysto-plastyczne stali S235JR [11]

$\varepsilon_0$	$\varepsilon_u$	$\sigma_0$ [MPa]	$\sigma_n$ [MPa]	$\sigma_u$ [MPa]	$E$ [GPa]	$N$
0.002	0.015	318	198	333	205	0.195

Parametry modelu GTN wyznaczono na podstawie wyników badań mikrostrukturalnych, własności wytrzymałościowych stali S235JR oraz przeprowadzonych symulacji numerycznych prób rozciągania. Początkowy udział objętościowy pustek  $f_0$  przyjęto jako wartość średnią dla badanego materiału w oparciu o wyniki prac [9 - 11, 19], tj. na poziomie  $f_0 = 0,001 = 0,10 \%$ . W celu wyznaczenia współczynników Tvergaarda wykorzystano rezultaty badań Faleskoga i innych zawarte w [14]. Wyznaczona w badaniach wytrzymałościowych granica plastyczności określa iloraz  $\sigma_0/E = 0,00155$ . Dla wykładnika umocnienia  $N = 0,195$ , wartości współczynników Tvergaarda wyznaczono jako  $q_1 = 1,91$ ;  $q_2 = 0,79$  i  $q_3 = 3,65$ .

Pozostałe parametry modelu GTN określono opierając się o analizę krzywych rozciągania  $\sigma(\varepsilon)$ , które wyznaczono w trakcie badań wytrzymałościowych oraz symulacji numerycznych. Iteracyjnie zmieniano parametry materiałowe GTN w pewnych granicach, za kryterium optymalizacji obierając zbieżność wartości  $\sigma(\varepsilon)$  uzyskanych numerycznie i eksperymentalnie.

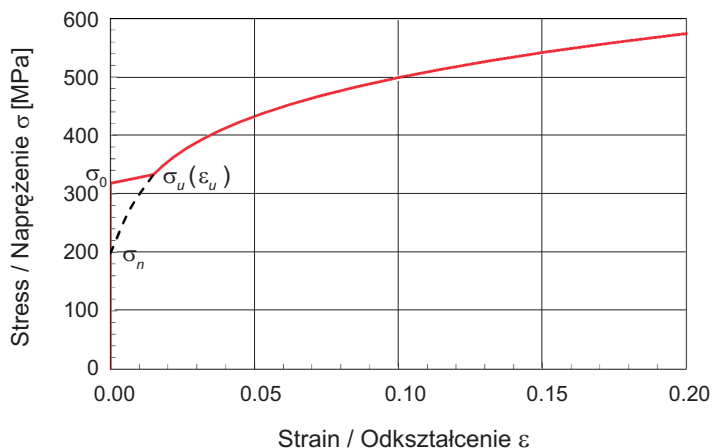
Krytyczną wartość udziału pustek  $f_c$ , odpowiadającą początkowi łączenia się pustek, wyznaczono na poziomie  $f_c = 0,06$ , zgodnie z sugestiami Richelsena i Tvergaarda [15], w zależności od początkowego udziału objętościowego pustek  $f_0$ . Udział objętościowy pustek  $f_F$ , odpowiadający zniszczeniu materiału wyznaczono na poziomie  $f_F = 0,25$ , co odpowiada wartości przyjmowanej w badaniach [4, 15].

Wartości pozostałych parametrów przyjęto jako: udział objętościowy pustek nukleowanych  $f_N = 0,04$ , średnie odkształcenie nukleacji  $\varepsilon_N = 0,3$  oraz odchylenie standardowe odkształcenia nukleacji  $s_N = 0,05$ . Wartości parametrów modelu GTN dla stali S235JR zestawiono w Tablicy 2.

Table 2. The microstructural parameters of the GTN model for S235JR steel

Tablica 2. Parametry mikrostrukturalne modelu GTN w przypadku stali S235JR

$f_0$	$f_c$	$f_F$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$\varepsilon_N$	$f_N$	$s_N$
0.001	0.06	0.25	1.91	0.79	3.65	0.30	0.04	0.05



Rys. 2. Aproksymacja krzywej rozciągania  $\sigma(\varepsilon)$  w przypadku stali S235JR

Fig. 2. The approximation of the tensile curve  $\sigma(\varepsilon)$  for S235JR steel

The values of other parameters have been assumed as: the volume fraction of nucleated voids  $f_N = 0.04$ , the average nucleation strain  $\varepsilon_N = 0.3$  and the standard deviation of nucleation strain  $s_N = 0.05$ . The values of the model GTN parameters for S235JR steel are summarized in Table 2.

The numerical simulation was performed using Abaqus 6.10 program, accompanied by a non-linear dynamic analysis referred to as Explicit. The modeled element had a circular cross-section corresponding to the specimens used in the strength tests. The analysis was conducted using the modified Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN) model, described by the function (5), and assuming the material parameter values given in Table 2. The elements were subjected to static tension with a controlled displacement rate in the static range. The specimens were modelled as axially symmetrical ones, using the standard four node elements referred to as CAX4R [20]. Due to the symmetry of the issue and the use of the axially symmetric model, only 1/4 of the specimens were subjected to modeling (Fig. 3). The mesh with dimensions corresponding to the characteristic length determined for S235JR steel at  $250 \mu\text{m} = 0.25 \text{ mm}$  [11] was applied in the area near the crack. The strength tests resulted in the necking and thus the failure occurred in the central part of the specimens. This fact was taken into consideration in the numerical model, in which the crack surface was obtained through the adoption of a small notch with a radius of  $R = d/200 = 0.05 \text{ mm}$ . Such a solution can also be applied for modeling the failure zone located in any place on the length of the specimen, as well as in case of the occurrence of several neckings and geometric imperfections.



Symulację numeryczną wykonano przy użyciu programu Abaqus wersja 6.10 z użyciem nieliniowej analizy dynamicznej typu Explicit. Modelowano element o przekroju kołowym odpowiadający próbkom użytym podczas przeprowadzonych badań wytrzymałościowych. W analizie posłużono się zmodyfikowanym modelem Gursona-Tvergaarda-Needlemana (GTN) opisanym funkcją (5), przyjmując wartości parametrów materiałowych podane w Tabelicy 2. Elementy poddawano statycznemu rozciąganiu z kontrolowaną prędkością przemieszczenia w zakresie statycznym. Próbkę modelowano jako osiowo symetryczną, używając standardowych elementów cztero-węzłowych typu CAX4R [20]. Ze względu na symetrię zagadnienia oraz zastosowanie modelu osiowosymetrycznego modelowano jedynie 1/4 próbki (Rys. 3). W obszarze w pobliżu płaszczyzny pęknięcia zastosowano siatkę o wymiarach odpowiadających charakterystycznej długości wyznaczonej dla stali S235JR na poziomie  $250 \mu\text{m} = 0,25 \text{ mm}$  [11]. W trakcie przeprowadzonych prób wytrzymałościowych przewężenie, a co za tym idzie zniszczenie powstawało w środkowej części próbek. Zostało to uwzględnione w modelu numerycznym, w którym wymuszono płaszczyznę pęknięcia przez przyjęcie niewielkiego karbu o promieniu  $R = d/200 = 0,05 \text{ mm}$ . Rozwiązanie takie może być również zastosowane w przypadku modelowania strefy zniszczenia znajdującej się w dowolnym miejscu na długości próbki, jak również w przypadku występowania kilku przewężeń, a także imperfekcji geometrycznych.

Numeryczna symulacja zniszczenia stali S235JR oparta została na porównaniu krzywych wytrzymałościowych  $\sigma(\varepsilon)$  wyznaczonych numerycznie i eksperymentalnie. Analizie poddano również wzrost pustek (mikrouszkodzeń), zdefiniowany za pomocą parametru  $VVF$ , postępujący w trakcie procesu odkształcania materiału. Wykresy krzywych naprężeń nominalnych  $\sigma$  oraz udziału objętościowego pustek  $VVF$  w funkcji odkształceń  $\varepsilon$  dla punktu leżącego w środku przekroju poprzecznego na płaszczyźnie pęknięcia próbki pokazano na Rys. 4.

Jak widać w pierwszym przypadku w zakresie odkształcenia materiału, dla  $\varepsilon < 0,21$ , naprężenia wyznaczone eksperymentalnie oraz numerycznie są zbliżone. W zakresie tym nie obserwuje się wzrostu pustek, którego początek notowany jest przy  $\varepsilon = 0,21$ , co odpowiada osiągnięciu maksymalnych naprężeń nominalnych  $\sigma = 455 \text{ MPa}$ . W zakresie odkształceń  $\varepsilon > 0,21$  pustki zaczynają wzrastać, co ma przełożenie na osłabianie struktury materiału, szczególnie w strefie zniszczenia. Początek intensywnego wzrostu pustek obserwowany jest dla odkształceń  $\varepsilon = 0,22$ , co powoduje początek zjawiska *softeningu*, czyli obniżania wytrzymałości materiału,

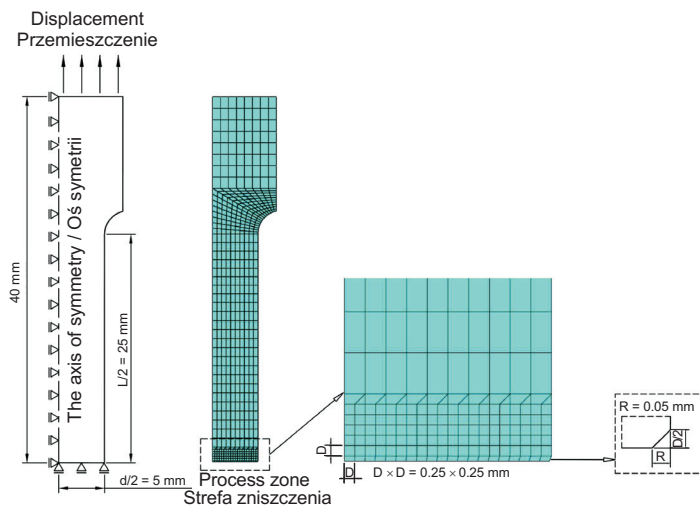


Fig. 3. The numerical model of the analysed element  
Rys. 3. Model numeryczny analizowanego elementu

The numerical simulation of failure of S235JR steel has been based on a comparison of the numerically and experimentally determined strength curves  $\sigma(\varepsilon)$ . The analysis was conducted on the growth of voids (microdamages), defined using the  $VVF$  parameter, progressing through the process of the material deformation. The diagrams of curves of both the nominal stress  $\sigma$  and the void volume fraction  $VVF$  in the strain function  $\varepsilon$  for a point in the centre of the cross section in the plane of the specimen fracture are shown in Figure 4.

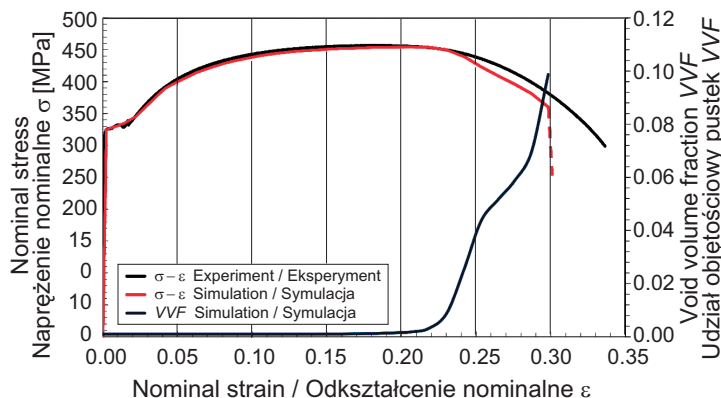


Fig. 4. A diagram of stresses  $\sigma$  and void volume fraction  $VVF$  in the function of strains  $\varepsilon$  for S235JR steel

Rys. 4. Wykres naprężeń  $\sigma$  i udziału objętościowego pustek  $VVF$  w funkcji odkształceń  $\varepsilon$  w przypadku stali S235JR

As shown in the first case, in the range of the material deformation, for  $\varepsilon < 0.21$ , the experimentally and numerically determined stresses are convergent. In this range,

postępującego w coraz to większym stopniu aż do zniszczenia. Dla odkształceń  $\varepsilon = 0,25$  obserwowana jest zmiana, nieznaczny spadek prędkości wzrostu pustek, co odpowiada poziomowi parametru  $VVF = 0,04$ . Pustki ponownie zaczynają wzrastać szybciej tuż przed symulowanym zniszczeniem materiału, przy  $\varepsilon = 0,29$ . Modelowane numerycznie zniszczenie materiału notowane jest dla odkształceń  $\varepsilon = 0,30$  i jest to poziom wyraźnie niższy niż średnie odkształcenia nominalne  $\varepsilon = 0,336$  uzyskane w badaniach eksperymentalnych w momencie zniszczenia. Jednocześnie naprężenia nominalne w momencie zniszczenia, wyznaczone numerycznie na poziomie  $\sigma = 360$  MPa, są wyraźnie wyższe niż średnie naprężenia  $\sigma = 303$  MPa określone eksperymentalnie dla tego zakresu. Zniszczenie materiału modelowane numerycznie następuje wyraźnie wcześniej w porównaniu z wynikami badań eksperymentalnych, co w istotnym stopniu związane jest z przyjętym kryterium zniszczenia definiowanym przez krytyczny udział objętościowy pustek  $f_F = 0,25$ . Mikrostrukturalne kryterium zniszczenia oparte na wielkości  $f_F = 0,25$ , definiujące całkowitą utratę wytrzymałości materiału, jest zatem bardziej konserwatywne w porównaniu do wartości teoretycznej  $f_F = 0,67$ , gdyż pozwala na wcześniejsze przewidywanie zniszczenia badanego materiału. Udział pustek obserwowany w momencie zniszczenia określony został na poziomie  $VVF = 0,10$ .

Nagły spadek naprężeń nominalnych  $\sigma$  obserwowany w momencie zniszczenia związany jest ze zmianą panującego stanu naprężenia w strefie zniszczenia. Szczególnie interesujący jest rozkład rzeczywistych naprężeń podłużnych  $\sigma_{22}$  w analizowanym zakresie, co pokazano na mapach naprężeń przedstawionych na Rys. 5. Jak widać w chwili zniszczenia, dla odkształceń nominalnych  $\varepsilon = 0,30$ , największe naprężenia podłużne obserwowane są w środkowym obszarze próbki, osiągając wartość  $\sigma_{22} = 754$  MPa (Rys. 5a). Przy poziomie odkształceń  $\varepsilon = 0,31$  dochodzi do utraty wytrzymałości materiału objawiającej się spadkiem naprężeń podłużnych  $\sigma_{22}$ , co jest wyraźnie widoczne na mapie pokazanej na Rys. 5b.

there is no growth of voids, whose onset is observed at  $\varepsilon = 0.21$ , which corresponds to reaching the maximum nominal stress of  $\sigma = 455$  MPa. In the range of strains  $\varepsilon > 0.21$  the voids begin to grow, which is reflected in the weakening of the material structure, especially in the area of failure. The beginning of the intensive growth of voids is observed for strains  $\varepsilon = 0.22$ , what results in the beginning of the phenomenon referred to as softening, that is a decrease in the material strength, progressing gradually until a failure. Regarding strains  $\varepsilon = 0.25$ , there is a change in the form of insignificant decrease in the growth rate of voids, what corresponds to the level of parameter  $VVF = 0.04$ . Voids restart to grow more rapidly just before the simulated material failure, at  $\varepsilon = 0.29$ . The numerical modeling of the material failure is listed for deformations  $\varepsilon = 0.30$  and this is a level significantly lower than the average nominal strain  $\varepsilon = 0.336$  obtained in experimental studies at failure. At the same time the nominal stress at failure that has been numerically determined at  $\sigma = 360$  MPa is notably higher than the average stress  $\sigma = 303$  MPa which is experimentally determined for this range. A numerically modeled material failure, which occurs much earlier compared with the experimental results, has been, to a large extent, associated with the assumed failure criterion, defined by the critical void volume fraction  $f_F = 0.25$ . The microstructural failure criterion based on the parameter  $f_F = 0.25$  and defining the complete loss of the material strength is therefore more conservative in comparison to the theoretical value  $f_F = 0.67$  as it enables the early prediction of failure of the analysed material. Void fraction observed at failure has been determined at  $VVF = 0.10$ .

A sudden decrease of the nominal stress  $\sigma$  observed at failure is associated with a change of the current stress state in the process zone. The distribution of the longitudinal stress  $\sigma_{22}$  in the analysed range is particularly interesting, as shown on the maps of stress presented in Figure 5. As it can be seen at failure, for the nominal strain  $\varepsilon = 0.30$ , the highest longitudinal stresses are observed in the central area of the specimen, reaching a value of  $\sigma_{22} = 754$  MPa (Fig. 5a). At the level of strain  $\varepsilon = 0.31$ , occurs the loss of material strength demonstrated by a decrease of longitudinal stresses  $\sigma_{22}$ , which is clearly visible on the map shown in Fig. 5b.

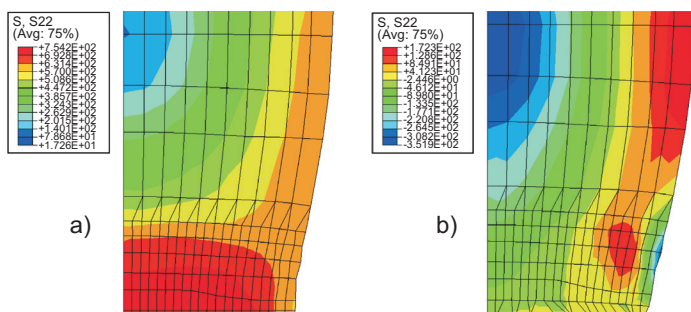


Fig. 5. The maps of longitudinal stresses  $\sigma_{22}$  for S235JR steel at failure for strains: a)  $\varepsilon = 0,30$ , b)  $\varepsilon = 0,31$

Rys. 5. Mapy naprężeń podłużnych  $\sigma_{22}$  w momencie zniszczenia stali S235JR w przypadku odkształceń: a)  $\varepsilon = 0,30$ ; b)  $\varepsilon = 0,31$

Kolejnym analizowanym w pracy zjawiskiem była ewolucja mikrouszkodzeń (pustek), obserwowana na podstawie analizy map rozkładów udziałów objętościowych pustek  $VVF$  w trakcie procesu deformacji materiału. Jak widać na Rys. 6a ukazującym rozkład udziałów objętościowych pustek w chwili zniszczenia materiału, dla odkształceń  $\varepsilon = 0,30$  najsilniejszy wzrost pustek obserwowany jest w środkowej części próbki na płaszczyźnie pęknięcia i tym samym inicjacja pęknięcia spodziewana jest właśnie w tym obszarze. Jak już wspomniano udział objętościowy pustek w momencie zniszczenia zanotowano na poziomie  $VVF = 0,10$ . Wartość ta może być więc traktowana jako kryterium mikrostrukturalne, odpowiadające przewidywanemu momentowi zniszczenia stali S235JR. W chwili po zniszczeniu, dla odkształceń  $\varepsilon = 0,31$ , obserwuje się zjawisko rozwoju mikrouszkodzeń obejmujących obszar o niewielkiej grubości bezpośrednio przyległy do płaszczyzny pęknięcia.

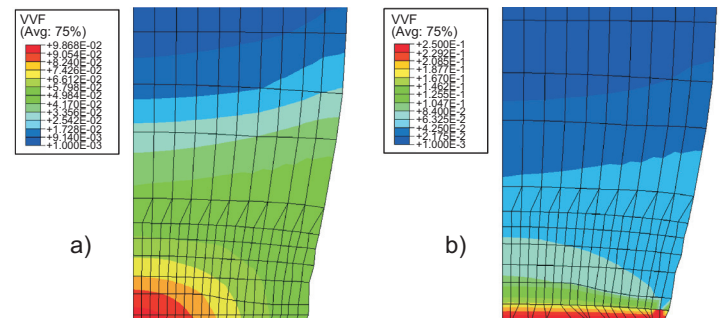
Another phenomenon analysed in the research was the evolution of microdamages (voids) observed on the basis of maps of void volume fraction  $VVF$  distribution in the process of deformation of the material. As shown in Figure 6a, presenting the distribution of void volume fractions at material failure, the strongest growth of voids for strains  $\varepsilon = 0.30$  is observed in the central part of a specimen on a crack surface and thus a crack initiation is expected to be in this area. As it was mentioned before, the void volume fraction at failure was noticed at  $VVF = 0.10$ . Therefore, this value can be considered as a microstructural criterion, corresponding to the expected S235JR steel failure. Immediately after failure, for strains  $\varepsilon = 0.31$ , one can observe a phenomenon of microdamage development covering an area of low thickness directly adjacent to the crack surface.

Fig. 6. The maps of void volume fractions  $VVF$  for S235JR steel at failure for strains: a)  $\varepsilon = 0,30$ , b)  $\varepsilon = 0,31$

Rys. 6. Mapy udziałów objętościowych pustek  $VVF$  w momencie zniszczenia stali S235JR dla odkształceń: a)  $\varepsilon = 0,30$ ; b)  $\varepsilon = 0,31$

## 6. WNIOSKI

W artykule przedstawiono założenia modelu materiału Gursona-Tvergaarda-Needlemana (GTN), będącego jednym z podstawowych modeli zniszczenia stosowanych w analizach wytrzymałościowych elementów inżynierskich, a także przykład numerycznej symulacji zniszczenia elementu rozciąganego wykonanego ze stali S235JR. Przedstawione obliczenia wykazały, że zastosowanie zmodyfikowanego modelu GTN uwzględniającego rzeczywiste parametry mikrostrukturalne z powodzeniem umożliwiło symulację zniszczenia stali S235JR w wyniku pęknięcia ciągłego. Wykres rozciągania uzyskany przy pomocy symulacji numerycznych był zbliżony z wynikami badań doświadczalnych. Przeanalizowano wzrost mikrouszkodzeń w trakcie procesu uplastycznienia wyznaczając krytyczny udział objętościowy pustek. Wielkość ta może mieć zastosowanie jako kryterium mikrostrukturalne, odpowiadające przewidywanemu momentowi zniszczenia stali S235JR.



## 6. CONCLUSIONS

The paper presents the assumptions of the Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN) material model which is one of the fundamental damage material models applied in the strength analysis of the engineering elements. It also shows an example of the numerical simulation of failure of the tensile element made of S235JR steel. The tensile diagram obtained as a result of the numerical simulation was convergent with the results of experimental researches. The microdamage growth in the plasticity process resulted in the determination of the critical void volume fraction was analysed. This value can be applied as a microstructural criterion corresponding to the expected S235JR steel failure.

## REFERENCES / BIBLIOGRAFIA

- [1] *Cotrell A.H.*: Własności mechaniczne materii. PWN, Warszawa, 1970
- [2] *Gurson A.L.*: Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth. Part I – Yield criteria and flow rules for porous ductile media. *Journal of Engineering Materials and Technology, Transactions of the ASME*, **99**, 1, 1977, 2 - 15
- [3] *Tvergaard V.*: Influence of voids on shear band instabilities under plane strain conditions. *International Journal of Fracture*, **17**, 4, 1981, 389 - 407
- [4] *Tvergaard V., Needleman A.*: Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar. *Acta Metallurgica*, **32**, 1, 1984, 157 - 169
- [5] PN-EN 1993-1-1:2006 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków
- [6] PN-EN 1993-2:2010 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 2: Mosty stalowe
- [7] PN-EN 1993-1-10:2007 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 1-10: Dobór stali ze względu na odporność na kruche pękanie i ciągliwość międzywarstwową
- [8] *Sedlacek G., Feldmann M., Kühn B., Tschickardt D., Höhler S., Müller C., Hensen W., Stranghöner N., Dahl W., Langenberg P., Münstermann S., Brozetti J., Raoul J., Pope R., Bijlaard F.*: Commentary and worked examples to EN 1993-1-10 “Material toughness and through thickness properties” and other toughness oriented rules in EN 1993. JRC Scientific and Technical Reports, European Commission Joint Research Centre, Luxemburg, 2008
- [9] *Kossakowski P.G.*: An analysis of the load-carrying capacity of elements subjected to complex stress states with a focus on the microstructural failure. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, **10**, 2, 2010, 15 - 39
- [10] *Kossakowski P.G., Trąmpczyński W.*: Numeryczna symulacja zniszczenia stali S235JR z uwzględnieniem wpływu uszkodzeń mikrostrukturalnych. *Przegląd Mechaniczny*, **70**, 4, 2011, 15 - 22
- [11] *Kossakowski P.G.*: Simulation of ductile fracture of S235JR steel using computational cells with microstructurally-based length scales. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, **50**, 2, 2012, 589 - 607
- [12] *Tvergaard V.*: Material failure by void growth to coalescence. *Advances in Applied Mechanics*, **27**, New York 1990, 83 - 151
- [13] *Nahshon K., Hutchinson J.W.*: Modification of the Gurson Model for shear failure. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, **27**, 1, 2008, 1 - 17
- [14] *Faleskog J., Gao X., Shih C.F.*: Cell model for nonlinear fracture analysis - I. Micromechanics calibration. *International Journal of Fracture*, **89**, 4, 1998, 355 - 373
- [15] *Richelsen A.B., Tvergaard V.*: Dilatant plasticity or upper bound estimates for porous ductile solids. *Acta Metallurgica et Materialia*, **42**, 8, 1994, 2561 - 2577
- [16] *Zhang Z.L., Thaulow C., Ødegård J.*: A Complete Gurson model approach for ductile fracture. *Engineering Fracture Mechanics*, **67**, 2, 2000, 155 - 168
- [17] *Xia L., Shih C.F.*: Ductile crack growth - I. A numerical study using computational cells with microstructurally-based length scales. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **43**, 2, 1995, 233 - 259
- [18] PN-EN 10002-1:2004 Metale – Próba rozciągania – Część 1: Metoda badania w temperaturze otoczenia
- [19] Określenie struktury materiałów (pobranych z konstrukcji), analiza porównawcza z parametrami stali wzorcowej, Raport z badań w ramach projektu nr R04 007 01, Politechnika Warszawska, Warszawa, 2008
- [20] *Abaqus 6.10 Analysis User’s Manual*, Dassault Systèmes Simulia Corporation, Providence, 2010